Studije

Prethodno priopćenje UDK 510.2:001(045)
doi: 10.21464/fi36309
Primljeno 16. 8. 2016.

Vladimir Drekalović
Univerzitet Crne Gore, Filozofski fakultet, Danila Bojovića bb, MNE–81400 Nikšić
drekalovicv@gmail.com

Može li se argumentima formalnog naturalizma pokazati je li matematičko objašnjenje neizostavno u znanosti?

Sažetak

*Poznato je da platonisti u filozofiji matematike podržavaju gledište o postojanju matematičkih objekata. Takozvani Pojačani argument neizostavnosti (*Enhanced Indispensability Argument – EIA*) koji je Alan Baker nedavno eksplicitno formulirao u obliku modalnog silogizma, može se shvatiti kao pokušaj da se za ovo platonističko stanovište nađe jedan oslonac. U skorije vrijeme ovaj argument izazvao je velik broj različitih reakcija. Manji broj analiza podržavao je Argument ili neki njegov dio. Mi ćemo izdvojiti upravo jednu takvu analizu kojom je podržana druga premisa EIA. Riječ je o vrsti naturalističkog pristupa pitanjima uloge i neizostavnosti matematičkog objašnjenja u znanosti. Nastojat ćemo pokazati da ovaj pokušaj obrane spomenute premise, a time ujedno i EIA, ima nekoliko značajnih nedostataka zbog kojih nam se čini da ne može biti dodatan oslonac za platoniste.*

Ključne riječi

matematički platonizam, matematičko objašnjenje, Pojačani argument neizostavnosti, naturalizam, Henry Galinon

1. Uvod

Poznato je da platonisti u filozofiji matematike podržavaju gledište o postojanju matematičkih objekata. Čini se da se ne može reći da su u vezi s tim gledištem, gledajući kroz povijest, svoju argumentaciju uspijevali izložiti u posebno sistematičnom i eksplicitnom obliku.[1] U tom se smislu može reći da je takozvani *Pojačani argument neizostavnosti* (*Enhanced Indispensability*

1 Platonistička gledišta koja se odnose na ideju o postojanju matematičkih objekata često su, bez obzira o kojem se povijesnom periodu ili filozofskom usmjerenju govorilo, bila praćena različitim metafizičkim razmatranjima i pozivanjem na neodređeni pojam intuicije. U takvim razmatranjima formalizam je nedostajao čak i kada su autori bili, prije svega, matematičari (Vidi na primjer *Menon* 82a–86c, u: Robin Waterfield (ur.), *Plato. Meno and Other Dialogues*, Oxford University Press, Oxford 2005., str. 114–124; Kurt Gödel, »What is Cantor's continuum problem?«, u: Paul Benacerraf, Hilary Putnam (ur.), *Philosophy of Mathematics*, Cambridge University Press, Cambridge 1983., str. 470–485).

Argument – EIA) izuzetak. Naime, Alan Baker ga je, ne tako davno, formulirao eksplicitno u formi modalnog silogizma:

(1) Mi moramo racionalno vjerovati u postojanje svakog entiteta koji ima neizostavnu ulogu u vezi s objašnjenjima u našim najboljim znanstvenim teorijama.

(2) Matematički objekti imaju neizostavnu ulogu u vezi s objašnjenjima u znanosti.

(3) Dakle, moramo racionalno vjerovati u postojanje matematičkih objekata.[2]

U skorije vrijeme ovaj argument izazvao je velik broj različitih reakcija. Uglavnom su to bile kritike, dane kako od platonista tako i od onih koji to nisu, kojima je ukazivano na neki nedostatak Argumenta.[3] Manji broj analiza podržavao je Argument ili neki njegov dio. Mi ćemo u ovom radu izdvojiti upravo jednu takvu analizu, kojom je podržana premisa (2) EIA,[4] premisa koja je, jer se s njom tvrdi da matematički objekti igraju neizostavnu ulogu kao dio matematičkih objašnjenja u znanosti, često bila mjesto napada na Argument. Riječ je o jednoj vrsti naturalističkog pristupa pitanjima uloge i neizostavnosti matematičkog objašnjenja u znanosti.[5] Nastojat ćemo pokazati da ovaj pokušaj obrane premise (2), a time ujedno i EIA, ima nekoliko značajnih nedostataka, tehničkih i suštinskih, zbog kojih mislimo da ne može biti dodatan oslonac za platoniste.

Na ovom je mjestu neophodno dati napomenu u vezi s određenjem dvaju pojmova koji su upravo spomenuti, a koji su ključni u našem tekstu. Prvi od njih je pojam *naturalizma*. Nastanak ovog pojma u filozofiji često se veže za prvu polovicu dvadesetog stoljeća i za debate jedne skupine američkih autora koji su sebe nazivali naturalistima, a čiji je cilj bio, grubo govoreći, filozofiju značajnije približiti znanosti.[6] Poznat je njihov stav da je realnost potpuno predstavljena prirodom i da ne sadrži ništa »natprirodno« te da znanstvena metoda treba biti korištena u svim oblastima realnosti uključujući i oblast »ljudskog duha«.[7] U upravo izrečenom pokazuje se osnovna razlika između dvije varijante naturalizma: ontološke i metodološke. Možemo reći da je prva varijanta predstavljena stavom da je sve postojeće dano u fizičkom obliku i da ne postoje nikakvi apstraktni objekti, zbog čega ju je očigledno teško razlikovati od općeg gledišta koje zovemo materijalizmom. Suština druge varijante naturalizma najsažetije je iskazana stavom da ne možemo govoriti ni o kakvoj izvan-znanstvenoj spoznaji svijeta. Sve što počinje istraživati, naturalist počinje unutar znanosti, držeći u rukama znanstvene metode i znanstvene teorije. On objašnjava ljudsko postojanje i dolazi do znanja o svijetu onako kako to radi znanost.[8] Uopćavajući razmatranje, primijetimo opću crtu naturalizma u filozofiji – postavljanje znanosti kao repera, polazne točke i uzora u filozofskim istraživanjima. Nju ćemo moći prepoznati i u naturalističkom pristupu koji ćemo niže analizirati.

Drugi pojam koji je značajan za našu raspravu je pojam *matematičkog objašnjenja*. Pod tim pojmom, općenito govoreći, podrazumijevat ćemo svako objašnjenje u kojem se koristi matematička aparatura (pojmovi, metodologija). Generalno, s obzirom na predmet objašnjenja, ovaj bi pojam mogao biti shvaćen na dva načina: u *internom* i *eksternom* smislu. U prvom slučaju mislimo na objašnjenje u kojem matematička sredstva koristimo u svrhu objašnjenja *isključivo* matematičkih činjenica. Tada ne izlazimo van svijeta matematike u kojem se objašnjenja matematičkih činjenica mogu utemeljiti bilo na formalnom, bilo na neformalnom dokazu.[9] Dokaz proizvoljne matematičke činjenice, na primjer činjenice da je u geometriji Lobačevskog zbroj unutrašnjih kutova trokuta manji od dva prava kuta, ilustracija je za takvu vrstu matematičkog objašnjenja. Dakle u ovom slučaju objašnjenje koje razmatramo usmjereno je prema razjašnjenju *matematičkih* činjenica. Kada govorimo o matematičkom objašnjenju u drugom smislu, imamo u vidu ono objašnjenje koje koristeći matematička sredstva ima za cilj objasniti neku znanstvenu činjenicu ili pojavu. Dakle, u tom je slučaju predmet objašnjenja neka *nematematička* činjenica. Mi ćemo u našem tekstu pojam *matematičkog objašnjenja* koristiti upravo u ovom drugom kontekstu. U odjeljku koji slijedi dat ćemo nekoliko ilustracija takvog matematičkog objašnjenja.

2. Matematičko objašnjenje u znanosti – tri primjera

Općepoznata je činjenica da je matematika kroz povijest bila od značajne pomoći pojedinačnim znanostima. Ta se pomoć manifestirala na različite na-

2
Alan Baker, »Mathematical explanation in science«, *British Journal for the Philosophy of Science* 60 (3/2009), str. 611–633, str. 613. doi: https://doi.org/10.1093/bjps/axp025. Na ovom i svim narednim mjestima na kojima je citirana izvorna literatura prijevod je načinio autor ovog teksta. EIA se može promatrati kao svojevrstan pokušaj povezivanja matematičkog i fizičkog realiteta, iako između njih postoje bitne razlike. Na primjer, otkrivanje činjenica matematičkog realiteta metodološki je sasvim drugačije prirode od postupka otkrivanja u fizičkom realitetu. Vidi Vladimir Drekalović, »Some Aspects of Understanding Mathematical Reality: Existence, Platonism, Discovery«, *Axiomathes* 25 (3/2015), str. 313–333. doi: https://doi.org/10.1007/s10516-014-9253-8.

3
Vidi Jacob Busch, Joe Morrison, »Should scientific realists be platonists?«, *Synthese* 193 (2/2016), str. 435–449. doi: https://doi.org/10.1007/s11229-015-0676-6.; Vladimir Drekalović, »Two weak points of the enhanced indispensability argument – domain of the argument and definition of indispensability«, *Organon F* 23 (3/2016), str. 280–298. Josh Hunt, »Indispensability and the problem of compatible explanations«, *Synthese* 193 (2/2016), str. 451–467. doi: https://doi.org/10.1007/s11229-015-0667-7.; Daniele Molinini, »Evidence, explanation and enhanced indispensability«, *Synthese* 193 (2/2016), str. 403–422. doi: https://doi.org/10.1007/s11229-014-0494-2.; Marco Panza, Andrea Sereni; »The varieties of indispensability arguments«, *Synthese* 193 (2/2016), str. 469–516. doi: https://doi.org/10.1007/s11229-015-0977-9.; Fabrice Pataut, »Comments on 'Parsimony and inference to the best mathematical explanation'«, *Synthese* 193 (2/2016), str. 351–363. doi: https://doi.org/10.1007/s11229-015-0706-4.

4
Premisa (2) već u svojoj formulaciji nosi nepreciznost koja prilično zamagljuje razmatranje u vezi s EIA. Naime, nije jasno treba li je shvatiti kao *neki* matematički objekti imaju neizostavnu ulogu u vezi s objašnjenjima u znanosti, ili kao *svi* matematički objekti imaju neizostavnu ulogu u vezi s objašnjenjima u znanosti. Vidi V. Drekalović, »Two weak points of the enhanced indispensability argument – domain of the argument and definition of indispensability«, str. 285.

5
Kada nadalje u tekstu budemo govorili o *znanosti* mislit ćemo na prirodne znanosti kao što su fizika, biologija, kemija, medicina, mehanika, itd.

6
John Dewey, Ernest Nagel, Sidney Hook, Roy Wood Sellars.

7
Jaegwon Kim, »The American Origins of Philosophical Naturalism«, *Journal of Philosophical Research* 28 (2003), str. 83–98. doi: https://doi.org/10.5840/jpr200328supplement28.; Yervant Krikorian (ur.), *Naturalism and the Human Spirit*, Columbia University Press, New York 1944.

8
Vidi Penelope Maddy, *Second Philosophy: A Naturalistic Method*, Oxford University Press, Oxford 2007., str. 19.; Penelope Maddy, *Naturalism in Mathematics*, Oxford University Press, New York 1997., str. 183.

9
Iako je matematika dominantno oslonjena na formalne oblike objašnjenja vlastitih činjenica, neosporno je da i neformalne argumentacije imaju veoma značajno mjesto u tom kontekstu. Vidi, na primjer, George Polya, *Mathematics and plausible reasoning*, Princeton University Press, Princeton 1954.

čine. Najčešće se radilo o mjerenju, izračunavanju ili predstavljanju različitih veličina ili formalno-računskom opisu različitih pojava. Tako u fizici, na primjer, zahvaljujući matematičkim sredstvima izražavamo takozvanu duljinsku kontrakciju, pojavu specijalne teorije relativiteta.[10] Slično, u kemiji se, na primjer, koristi matematička teorija grafova u modeliranju molekula na temelju čega se dalje ispituju osobine kemijskih spojeva,[11] ili integralni račun i različite matematičke funkcije, recimo logaritamska funkcija, koriste se da bi se predstavile odgovarajuće kemijske pojave.[12]

Nas će, međutim, zanimati jedan drugačiji vid pomoći, moglo bi se reći, vid pomoći složenije razine koju matematika pruža znanosti. Interesirat će nas uloga matematike u vezi s objašnjenjem u znanosti, i *jedna* naturalistička predodžba te uloge. A zatim ćemo pogledati može li se na osnovu takve predodžbe govoriti o *unikatnosti* takve uloge, to jest, je li moguće govoriti o nezamjenljivosti matematike ili matematičkih objekata u slučajevima gdje matematičko objašnjenje znanstvene pojave postoji. Što podrazumijevamo pod ovim? Poznati su slučajevi u znanosti u kojima su matematički alat, pojmovi, dokazi ili metodologija iskorišteni za objašnjenje konkretnih fizičkih pojava. Zanimat će nas može li se na osnovu argumenata jednog naturalističkog stajališta[13] tvrditi da je matematičko objašnjenje korišteno u tim slučajevima ujedno i jedinstveno objašnjenje. Drugim riječima, zanimat će nas može li se, prihvaćajući neke naturalističke pretpostavke, isključiti postojanje alternativnih, bilo matematičkih bilo nematematičkih objašnjenja. Jasan odgovor na to pitanje bio bi od pomoći u utvrđivanju osnovanosti druge premise EIA, ali dobrim dijelom i čitavog Argumenta. Naime, ako bi se pokazalo da se osnovano može govoriti o izvornom ili unikatnom matematičkom objašnjenju neke fizičke pojave, to bi značilo da neki matematički objekti igraju neizostavnu ulogu u vezi s objašnjenjem u znanosti. U literaturi se mogu naći primjeri, doduše ne mnogo njih, u kojima postoji više različitih matematičkih objašnjenja jedne fizičke pojave. Recimo, formulu za takozvanu duljinsku kontrakciju, pojavu kojom se bavi fizika i o kojoj će biti riječi niže u tekstu, moguće je dobiti na dva načina. Do nje je moguće doći koristeći geometriju Minkowskog, preciznije, pomoću metrike Minkowskog, ali i na drugi način. Naime, nedavno je realizirana ideja koja se u znanosti pojavila prije više od jednog stoljeća.[14] Uz pomoć aksioma teorije skupova napravljena je aksiomatizacija specijalne teorije relativiteta u kojoj se Lorentzove transformacije pa, dakle, i zakon kontrakcije, dobivaju kao teoremi.[15]

Prije nego razmotrimo jedno naturalističko shvaćanje spomenute teme, podsjetimo na tri poznata primjera koji na zgodan način ilustriraju uloga matematike u vezi s objašnjenjem u različitim oblastima znanosti. Prvi je primjer iz biologije. Radi se o primjeru s cvrčcima u kojem se jedna biološka pojava – duljina životnog vijeka sjevernoameričkih cvrčaka – objašnjava matematičkim činjenicama – iskazima teorije brojeva:

»Primjerom je predstavljen životni ciklusu periodičnih cvrčaka, insekata čije dvije sjevernoameričke podvrste žive 13 i 17 godina pod zemljom u obliku larvi prije nego se kratko pojave kao odrasle jedinke. Biologe je zainteresiralo sljedeće pitanje: zašto su duljine životnih ciklusa izražene prostim brojevima? Ispostavlja se da je par objašnjenja formuliran tako da se oslanjaju na određene rezultate teorije brojeva na temelju kojih se zaključuje da je u slučaju kada su duljine životnih ciklusa izražene prostim brojevima minimizirano preklapanje s drugim organizmima koji imaju periodične životne cikluse. Izbjegavanje preklapanja je korisno za cvrčke bilo da su drugi organizmi grabežljivci, bilo da se radi o drugačijim podvrstama (…)«[16]

Na primjer, žrtva čiji je životni ciklus dug 12 godina imat će mogućnost susresti se s grabežljivcima čiji su životni ciklusi dugi 1, 2, 3, 4, 6, ili 12 godina, dok će mutant čiji je životni vijek dug 13 godina imati prednost u tome što može biti žrtva manjeg broja grabežljivaca.[17]

Cilj našeg teksta nisu detaljne teorijsko-metodološke analize strukture prirodnoznanstvenih objašnjenja koja ovdje ilustriramo s nekoliko primjera, ali veće razumljivost radi korisno je eksplicitno navesti što je u njima *explanandum*, a što *explanans*. U gornjem primjeru, ono što se objašnjava jest specifična duljina životnog vijeka jedne grupe sjevernoameričkih cvrčaka (duljina izražena prostim brojevima), a sredstvo objašnjenja su činjenice teorije brojeva i biološke evolutivne pretpostavke. Ovaj primjer objašnjenja moguće je predstaviti formalnije u sljedećem obliku:

i. Posjedovanje perioda životnog ciklusa koji minimizira preklapanje sa drugim (bliski/manjim) periodima evolutivna je prednost. (biološki »zakon«)

ii. Periodi koji su izraženi prostim brojevima minimiziraju preklapanje (u odnosu na one koji su izraženi složenim brojevima). (teorem teorije brojeva)

---

iii. Dakle, organizmi koji imaju periodičan životni vijek vjerojatno evoluiraju tako da im je životni vijek izražen prostim brojem. (mješoviti biološko/matematički zakon)[18]

Kada je u pitanju model ovog objašnjenja, već na osnovu formulacije zaključka možemo reći da se radi o nekoj vrsti objašnjenja na temelju vjerojatnosti. Zaista, životni vijek cvrčka je *moguće* uvjetovan evolutivnim prednostima

10
Formulom

$$L = L_o \sqrt{1 \quad \frac{v^2}{c^2}}$$

opisuje se izračunavanje duljine objekta pri veoma velikim brzinama koje su bliske brzini svjetlosti. L je duljina mjerena od strane promatrača u relativnom kretanju u odnosu na objekt, L_0 je stvarna duljina objekta, c je brzina svjetlosti u vakumu i v je relativna brzina između objekta i promatrača.

11
Vidi Danail Bonchev, Dennis H. Rouvray (ur.), *Chemical Graph Theory*, Gordon and Breach Science Publishers, New York 1991.

12
Vidi, recimo, Roman F. Nalewajski, »Complex entropy and resultant information measures«, *Journal of Mathematical Chemistry* 54 (9/2016), str. 1777–1782. doi: https://doi.org/10.1007/s10910-016-0651-6.

13
Imajući u vidu širinu pojma *naturalizam*, ovdje naglašavamo da se radi o *jednoj* njegovoj vrsti. Neki drugačiji naturalistički argumenti od onih koji će ovdje biti prezentirani bi, svakako, vodili drugačijim posljedicama i zahtijevali bi drugačiju analizu.

14
Vidi Alfred A. Robb, *Optical Geometry of Motion, a New View of the Theory of Relativity*, W. Heffer and Sons, Cambridge 1911.

15
Vidi Andréka Hajnal, Judit X. Madarász, István Németi, »Logic of Space-Time and Relativity«, u: Marco Aiello, Ian Pratt-Hartmann, Johan Van Benthem (ur.), *Handbook of spatial logics*, Springer, New York 2007., str. 607–711. doi: https://doi.org/10.1007/978-1-4020-5587-4_11.; Andréka Hajnal, Judit X. Madarász, István Németi, *On the Logical Structure of Relativity Theories*, Alfréd Rényi Institute of Mathematics, Budapest 2002. Dostupno na: http://www.math-inst.hu/pub/algebraic-logic/olsort.html (pristupljeno 16. 8. 2016.).

16
A. Baker, »Mathematical explanation in science«, str. 614.

17
Eric Goles, Oliver Schulz, Mario Markus, »Prime number selection of cycles in a predator-prey model«, *Complexity* 6 (4/2001), str. 33–38, str. 33. doi: https://doi.org/10.1002/cplx.1040.

18
Alan Baker, »Are there genuine mathematical explanations of physical phenomena«, *Mind* 114 (454/2005), str. 223–238, str. 233. doi: https://doi.org/10.1093/mind/fzi223.

koje nosi duljina životnog vijeka izražena prostim brojem, ali gornjim objašnjenjem nije isključena mogućnost da ne postoji i neki drugi razlog koji bi mogao uvjetovati pojavu čiji se nastanak objašnjava. Konačno, postavlja se pitanje je li gornje objašnjenje smisleno ako nije pokazano da postoje prirodni neprijatelji cvrčaka koji također žive periodično.[19]

Drugi je primjer činjenica mehanike, preciznije kinematike, poznata pod imenom Eulerov teorem. Radi se o tvrdnji prema kojoj za svako kruto tijelo koje se rotira u prostoru, a za koje postoji nepokretna točka za rotaciju, postoji i os te rotacije, to jest, prava čije su sve točke nepokretne u toj rotaciji. Ova činjenica kinematike dokaziva je barem na dva načina. Prvi način podrazumijeva korištenje sredstava geometrije. Tim je putem išao Euler.[20] Drugi dokaz iste pojave ostvariv je uz pomoć ortogonalnih matrica. Naime, poznato je da tvrdnja Eulerovog teorema ima svoj analogon u sljedećoj tvrdnji linearne algebre:

Svaka matrica $A \in SO(3)$, pri čemu je $A \neq I_3$, ima svojstvenu vrijednost $+1$.[21]

Konačno, u trećem primjeru ne možemo reći da se matematičkim sredstvima objašnjava pojava koju formalno opisuje neka znanost, ali svakako možemo reći da se takvim sredstvima objašnjava jedna *fizička* pojava. Radi se o takozvanom problemu mostova Königsberga.

Euler je objasnio zašto je nemoguće prijeći sve mostove točno jednom takvom putanjom kojom bi se došlo na točku od koje se krenulo. Objašnjenje je podrazumijevalo zapažanje da mostovi Königsberga formiraju graf određene vrste, naime, graf s barem jednim čvorom neparne valentnosti. Euler je iskoristio vlastiti matematički teorem suglasno kojem ne postoji povratna staza u grafu kojom bi se svaka veza između čvorova prošla točno jednom ako barem jedan čvor ima neparnu valentnost. To je razlog zbog kojeg ne postoji povratna staza preko mostova Königsberga.[22]

Prethodni primjeri pokazuju da se matematički alat može iskoristiti ne samo za *opis* pojava kojima se bave prirodne znanosti, nego da se njime fizičke pojave mogu i *objasniti*. U primjeru s cvrčcima za objašnjenje biološke pojave upotrebljena su prilično jednostavna matematička sredstva – elementarne činjenice teorije brojeva. Naime, kako je poznato, prost broj djeljiv je samo s 1 i sa samim sobom, dok se kod složenih brojeva pojavljuje barem još neki djelitelj. Ne čini se da postoje razlozi zbog kojih bi ovako izrečena činjenica, *prima facie*, zainteresirala biologa u bilo kojem slučaju, pa i u ovom s cvrčcima. Međutim, tvrdnja da je broj djelitelja prostog broja *manji* od broja djelitelja složenog broja uz činjenicu da su životni periodi cvrčaka samo prosti brojevi ponukala bi i biologa koji nema matematičkih afiniteta na razmišljanje o matematičkom objašnjenju. Naime, činjenica da određena duljina životnog vijeka (duljina izražena prostim brojem) povlači mogućnost manjeg broja bioloških neprijatelja snažan je argument za daljnje zaključivanje u rukama biologa. Preostala dva primjera zahtijevaju poznavanje nešto složenijih matematičkih činjenica. Slučaj Eulerovog teorema u mehanici je značajan jer pokazuje da se određena znanstvena pojava može matematički objasniti ne samo na jedan način, u ovom slučaju, sredstvima geometrije kao i sredstvima linearne algebre. Kada razmatramo sadržaj neke matematičke teorije M_1, matematički je prirodno zapitati se postoji li, možda, neka druga teorija M_2 koja je izomorfna teoriji M_1. Ako je to slučaj onda, teorijski gledano, svaki objekt, iskaz, dokaz ili objašnjenje unutar teorije M_1 ima svoj analogon u teoriji M_2. To dalje znači da ako se neka fizička pojava P objašnjava pomoću objekta O_1 teorije M_1, onda se ona može objasniti, s ništa manjom snagom, i s odgovarajućim objektom O_2 teorije M_2. U ovom slučaju izbor alternativne teorije ili objekta ni u kojem slučaju ne ovisi od fizičke pojave, nego isključivo od afiniteta istraživača ili od nekih pragmatičnih okolnosti. Koji je od objekata O_1 i O_2 iz ovog primjera neizostavan za pojavu P? Prema Bakerovoj intuiciji, mogli bismo reći – nijedan. Ipak, ako pretpostavimo da ne postoje drugi objekti koji objašnjavaju P, ta pojava ne može biti objašnjena bez barem jednog od ta dva objekta. Dakle, oni imaju neku vrstu *zajedničke* neizostavnosti za P.[23] Konačno, u trećem je primjeru realni problem iz fizičkog svijeta, ispitivanje mogućnosti da se svi mostovi u konkretnom gradu pređu samo jednom i da se na kraju vratimo na polaznu točku, riješen tako što su objekti fizičkog svijeta predstavljeni pomoću odgovarajuće apstraktne matematičke strukture (grafa), a zatim je u konkretnom slučaju primijenjen teorem teorije grafova.

Sva tri istaknuta primjera, osim činjenice da je matematika primjenljiva za objašnjenje znanstvenih pojava, dobro ilustriraju i bitnu karakteristiku matematičkih razmatranja – uopćenost koja se može iskoristiti u neograničenom broju konkretnih slučajeva. Primjenljivost tih razmatranja na konkretne, ne samo matematičke, slučajeve može se samo naslućivati. Drugim riječima, matematički alat, bez obzira je li trenutno primjenljiv ili ne, vrsta je znanstvenog oruđa čija stvarna vrijednost teško može ikada biti procijenjena. Razlozi za ovakve tvrdnje nisu paušalni. Zaista, u okviru matematike postoje teorije poput teorije izračunljivosti koje se bave internim dometima matematičkih sredstava, to jest, mogućnostima da matematika riješi određene probleme koji su postavljeni unutar njezinih vlastitih teorija.[24] Međutim, eksterni dometi matematike, dometi njezine *primjene u vezi s objašnjenjem* u nematematičkim oblastima daleko su od bilo kakve sistematizirane teorije. Oni se svode na sporadične *ad hoc* slučajeve, poput tri gornja primjera, u kojima se matematički alat upotrebljava za objašnjenje neke konkretne znanstvene odnosno fizičke pojave.

19
Vidi Alan Baker, »Parsimony and inference to the best mathematical explanation«, *Synthese* 193 (2/2015), str. 333–350. doi: https://doi.org/10.1007/s11229-015-0723-3.

20
Leonhard Euler, »Découverte d'un nouveau principe de mécanique«, *Mémoires de l'académie des sciences de Berlin* 6 (1752), str. 185–217.

21
$SO(n)$ je podgrupa grupe $O(n)$. $O(n)$ je grupa realnih ortogonalnih $n \times n$ matrica. Svaka ortogonalna matrica ima determinantu ili +1 ili −1 formirana od ortogonalnih $n \times n$ matrica čija je determinanta +1. I_n je jedinična matrica reda n.

22
Christopher Pincock, *Mathematics and scientific representation*, Oxford University Press, Oxford 2012., str. 206. U ovom slučaju problem koji se objašnjava jest (ne)mogućnost odgovarajućeg prelaska svih mostova u konkretnom njemačkom gradu. Sredstva koja se koriste u objašnjenju isključivo su matematička – činjenice teorije grafova. Budući da *explanandum* kao i u prethodnom primjeru slijedi s deduktivnom izvjesnošću iz osobina matematičke strukture koja je model za objekte iz realnosti, kao i u prethodnom primjeru možemo govoriti o deduktivno-nomološkom modelu objašnjenja.

23
Vidi V. Drekalović, »Two weak points of the enhanced indispensability argument – domain of the argument and definition of indispensability«, str. 287–288.

24
Elementarni pojmovi na kojima je izgrađena teorija izračunljivosti jesu pojmovi izračunljive funkcije i odlučivog skupa. Budući da se i složenije matematičke teorije izražavaju upravo pomoću pojmova funkcije i skupa, pitanje izračunljivosti i odlučivosti moguće je razmatrati u vezi s bilo kojom matematičkom teorijom bez obzira na njezinu složenost. Za više vidi, na primjer, Herbert B. Enderton, *Computability Theory*, Elsevier – Academic Press, Amsterdam 2011.

3. Formalni naturalizam i neki njegovi nedostaci

Jedan naturalistički pogled, ujedno i podršku ideji neizostavnosti matematičkog objašnjenja u znanosti, nedavno je predstavio Henri Galinon,[25] inspiriran upravo kritikom te ideje.[26] On smatra da o tom pitanju ne bi trebali očekivati filozofski intonirane odgovore samih znanstvenika, već bi trebalo samo analizirati produkte njihova rada:

> »Bismo li mogli uraditi nešto bolje od toga da nekoliko znanstvenika izvučemo van njihovog uobičajenog angažiranja u znanosti, pitajući ih epistemološka pitanja ograničena pristranim filozofskim žargonom i čekajući njihove neodređene odgovore? Umjesto toga bi bilo bolje da se okrenemo znanosti samoj, ili zapravo materijalnim produktima znanstvene aktivnosti, radovima, knjigama i različitim publikacijama.«[27]

Mogli bismo reći da prethodni citat ne nagovještava nikakvu specifičnu naturalističku orijentaciju. On pokazuje generalnu poziciju koja se od svakog naturalista prirodno očekuje. Naturalist, općenito govoreći, očekuje da filozofska istraživanja budu utemeljena na rezultatima i metodologiji prirodnih znanosti.[28] Ali kako Galinon misli da bi trebali analizirati rezultate znanstvenog rada? Naturalist može u ruci držati različite adute. Ponekad su oni slabašni i ne baš ozbiljno utemeljeni, što mu, međutim, ne mora biti dovoljan razlog da ih zaobiđe.[29] Ponekad su oni jači, na primjer u slučaju kada naturalist uporište za svoje analize nalazi u postojanju značajnog broja interdisciplinarnih znanstvenih časopisa čiji naziv najčešće sadrži riječi oblika *Mathematical X*, u kojima je uloga matematike u pojedinačnim znanostima opravdana kroz praktični znanstveni kontekst.[30] Zaista, postojanje i nesumnjiv znanstveni utjecaj ovakvih časopisa donosi iz samog središta znanosti priznanje o značajnosti *matematičkog* objašnjenja u znanosti. Tekstovi u takvim časopisima prezentiraju različita znanstvena otkrića do kojih se došlo zahvaljujući, između ostalog, i matematičkim sredstvima. Jedan je detalj na ovom mjestu za naturalista posebno bitan – predstavljanje rezultata konkretne znanosti u takvoj formi na indirektan način pokazuje da pripadnici te znanstvene zajednice (biolozi, fizičari, neurolozi, kemičari, psiholozi, itd.) kao nužan uvjet dostizanja vlastitih znanstvenih dostignuća vide korištenje matematičkih objašnjenja.

U nedavno objavljenom tekstu Kevina Boyacka Galinon je našao poticaj za dodatne tehničko-statistički i, mogli bismo reći, »birokratski« orijentirane naturalističke analize o tome koliko je matematički alat prisutan u znanosti i znanstvenom objašnjenju. Naime, Boyack je, želeći prikazati učešće pojedinačnih znanosti u znanosti uopće, nacrtao takozvanu mapu znanosti analizirajući značajan broj publiciranih znanstvenih radova.[31] Matematički orijentirani radovi selektirani su i smješteni na mapu suglasno uvjetu da se string *mathematic* pojavio barem jednom bilo u naslovu rada, bilo u njegovom sažetku, bilo u naslovu časopisa/konferencije u okviru kojeg je rad objavljen (nadalje uvjet *U*). Na ovaj se način vizualno, nekom vrstom grafičkog predstavljanja, opisuje učešće svake od znanosti, pa i matematike u ukupnom tijelu znanosti. Obojena polja na mapi predstavljaju klase *sličnih* radova od kojih barem jedan zadovoljava uvjet *U*, dok neobojena polja predstavljaju klase sličnih radova od kojih nijedan ne zadovoljava taj uvjet. Klase *sličnih* radova klase su koje grubo mogu biti opisane kao rezultat rada algoritma za otkrivanje grupa bliskih radova. On bi se primijenio na graf napravljen na osnovu direktnih citata među radovima.[32] Mapa bi nam trebala govoriti o tome kolika je zastupljenost matematički orijentiranih znanstvenih radova, to jest radova koji na neki način razmatraju matematičku ulogu u znanosti ili su po prirodi veoma slični radovima koji razmatraju takvu ulogu, u skupu svih znanstvenih radova. Iako su značenja termina poput *veliki*, *mali* itd., relativni ako nije poznato u odnosu na koje orijentire se upotrebljavaju, to Galinonu ne predstavlja prepreku da jedan od njih iskoristi u upravo opisanom kontekstu:

»Ono što možemo primijetiti je da je trag koji matematika ostavlja na čitavoj mapi prilično veliki (…). U svjetlu ovoga, činjenice date mapom znanstvene aktivnosti čini se da govore u prilog tezi da matematički izvedena objašnjenja zaista igraju neku ulogu u širokom rangu znanstvenih polja (…).«[33]

Gledišta Galinona predstavljaju naturalistički orijentirane stavove kakve do sada u literaturi nismo mogli često susresti. Zaista, osnovna naturalistička nit koja podrazumijeva oslanjanje na znanost kao uzor i polazište u istraživanju filozofijskih pitanja je prisutna. Ispitivanje (ne)izostavnosti matematike u znanosti, a zatim na osnovu EIA i ispitivanje ontoloških posljedica u vezi sa statusom matematičkih objekata, kreće upravo iz znanosti. Ona je tu da svojim sadržajem, na koji upućuje prisustvo konkretnog stringa, ponudi sud o toj neizostavnosti. Budući da je ovo naturalističko stajalište dominantno zasno-

25
Henri Galinon, »Naturalizing indispensability: a rejoinder to ‘The varieties of indispensability arguments’«, *Synthese* 193 (2/2016), str. 517–530. doi: https://doi.org/10.1007/s11229-015-0978-8.

26
M. Panza, A. Sereni, »The varieties of indispensability arguments«.

27
H. Galinon, »Naturalizing indispensability: a rejoinder to ‘The varieties of indispensability arguments’«, str. 525.

28
Marco Panza, Andrea Sereni, *Plato's Problem*, Palgrave Macmillan, New York 2013., str. 212.

29
U H. Galinon, »Naturalizing indispensability: a rejoinder to ‘The varieties of indispensability arguments’« nalazimo istaknut stav neurobiologa (doduše u anegdotskom obliku, ali svakako istaknut) o tome kako su mnogi teorijski problemi s kojima se neurobiolozi susreću posljedica njihovog slabog poznavanja matematike. Vidi Thomas Boraud, François Gonon, »Neurosciences, les limites de la méthode«, *Le Monde* 2013. Dostupno na http://www.lemonde.fr/sciences/article/2013/09/30/neurosciences-les-limites-de-la-methode_3487335_1650684.html (pristupljeno 15. 8. 2016.).

30
U H. Galinon, »Naturalizing indispensability: a rejoinder to ‘The varieties of indispensability arguments’« istaknuti su znanstveni časopisi kao što su: *Journal of Mathematical Biology*, *Journal of Mathematical Physics*, *Journal of Mathematical Neuroscience*, *Journal of Mathematical Psychology*, i drugi. Listajući ih lako ćemo primijetiti da se u uređivačkoj prezentaciji svakog od njih naglašava orijentacija usmjerena prema istraživanjima u kojima se matematika koristi u objašnjenju znanstvenih pojava. Tako, na primjer, u uređivačkoj naznaci za *Journal of Mathematical Neuroscience* imamo: *Journal of Mathematical Neuroscience* (JMN) objavljuje istraživačke članke o matematičkom modeliranju i analizi svih oblasti neurologije, na primjer, teorije o živčanom sistemu i njegovim disfunkcijama. Naglasak je na korištenju matematike kao primarnog alata za objašnjenje temeljnih mehanizama u neurologiji na svim relevantnim nivoima, od molekularnog svijeta do nivoa spoznaje. Cilj je objavljivanje radova koji koriste napredne matematičke tehnike za rasvjetljavanje takvih pitanja.

31
U Mapi je obrađeno 43.431.588 radova koji su u periodu od 1996. do 2011. godine sabrani u okviru baze časopisa Scopus, ili su u na taj način sabranim radovima citirani više od jedanput. Vidi Kevin W. Boyack, Richard Klavans, »Including cited non-source items in large-scale map of science: What difference does it make?«, *Journal of Informetrics* 8 (3/2014), str. 569–580. doi: https://doi.org/10.1016/j.joi.2014.04.001. Dvije verzije mape (prva je napravljena na osnovu znanstvenih radova iz baze Scopus, a za crtanje druge su pored prve grupe radova korišteni i radovi koji su citirani u radovima koji pripadaju prvoj grupi) dostupne su na adresi http://www.mapofscience.com/?page_id=790 (pristupljeno 15. 8. 2016.).

32
K. W. Boyack, R. Klavans, »Including cited non-source items in large-scale map of science: What difference does it make?«, str. 571, 572.

33
H. Galinon, »Naturalizing indispensability: a rejoinder to ‘The varieties of indispensability arguments’«, str. 527.

vano na uvjetima za koje prije svega možemo reći da su tehničko-statistički te da ih je formalno moguće registrirati, nazvat ćemo ga *formalnim naturalizmom*. Zaista, uloga matematike u znanosti u ovakvoj se vrsti naturalizma razmatra na temelju statistike koja je izvedena na osnovu zadovoljenja prostih formalnih uvjeta – prisustvu konkretnog termina ili stringa u znanstvenim radovima odakle treba zaključiti o nesumnjivosti korištenja matematičkog alata u znanosti, kao i formalnoj povezanosti radova koji zadovoljavaju taj uvjet s drugim radovima putem citiranja. Ispitivanje postojanja i broja takvih radova koji bi zadovoljavali gornje uvjete bi zbog formalnosti tih uvjeta bilo tehnički olakšano. Naime ono bi bilo izvodivo uz pomoć proizvoljnog softvera koji prepoznaje i pravi kolekcije tekstova koje sadrže konkretan zadani string, kao i da pravi kolekcije svih tekstova koji su na temelju citiranosti povezani s tekstovima koji sadrže zadani string. Međutim, nama se čini da skicirani argumenti formalnog naturalizma nisu dovoljni da bi se na osnovu njih obranio stav o neizostavnosti matematičkog objašnjenja u znanosti. Ukažimo na neke razloge zbog kojih mislimo da je tako.

Prvo, čini nam se problematičnim okarakterizirati sve znanstvene radove koji zadovoljavaju uvjet U kao radove u kojima se razmatra uloga matematike u vezi s objašnjenjem u znanosti. Na primjer, poznato je da se, čak i ako izuzmemo oblast filozofije, u mnogim radovima i njihovim sažecima pojavljuju sintagme oblika *mathematical fact* 2 + 2 = 4 ili jednostavno *mathematical fact*. Ovakve i slične sintagme često su iskorištene ne u svrhu objašnjenja konkretnog stava iz nekog rada, nego, naprotiv, da bi se pokazalo postojanje metodološke i druge razlike između matematike i konkretne znanosti kada je riječ o potrazi za dokazom nekog konkretnog znanstvenog tvrđenja, te da zbog toga matematika ne može biti iskorištena u svrhu objašnjenja u tim oblastima. Prema predloženom kriteriju prema kojem se boje polja u mapi znanosti takvi bi radovi pripadali obojenom dijelu mape, iako matematika u njima ne bi bila iskorištena u svrhu konkretnog znanstvenog objašnjenja. Općenito promatrano, ako kažemo da se za objašnjenje znanstvene činjenice C_z ne može upotrijebiti metodologija kakva se koristi za objašnjenje ili dokaz matematičke činjenice C_m, time u *indirektnom* smislu već doprinosimo objašnjenju činjenice C_z, ukazujući na to kako ona *ne može* biti objašnjena. Međutim, ovdje nemamo u vidu tako širok pojam objašnjenja. Kada kao na ovom mjestu budemo govorili da se matematička činjenica C_m u nekom smislu koristi za objašnjenje znanstvene činjenice C_z mislit ćemo na to da se objašnjenje za C_z može izvesti pomoću činjenice C_m ili objašnjenja koje je upotrijebljeno za dokaz činjenice C_m.

Drugo, kako da shvatimo objašnjenje pojma *klasa sličnih radova*, i prati li ono očekivanu intuiciju o tom pojmu? Nije teško nazrijeti cilj s kojim naturalist govori o takozvanoj klasi sličnih radova. On, naročito ako je sklon naglašavanju matematičke uloge u znanosti, želi u svojoj statističkoj analizi obuhvatiti sve one radove R_2, R_3, … , R_n koji eventualno ne zadovoljavaju uvjet U, ali su po pitanju sadržaja koji se odnosi na matematičko objašnjenje u znanosti slični radu R_1 koji zadovoljava uvjet U.[34] I zaista bi smisleno bilo sve takve radove smatrati radovima u kojima se matematičko objašnjenje koristi u znanosti. Međutim, čini se da familiju *u tom smislu* intuitivno sličnih radova nije lako opisati na formalan način. Što želimo reći? Definicija klase sličnih radova parafrazirana ranije zasniva se na ne baš jasnom procesu izdvajanja posebnih grupa međusobno učestalije povezanih čvorova, to jest izdvajanja grupe bliskih radova grafa koji je napravljen na osnovu direktnih citata između radova.[35] Čak i ako zanemarimo tu nejasnoću, ono što stvara značajnu poteškoću u razumijevanju čitave ideje jest nemogućnost preciziranja *relevantnog* citiranja kao uvjeta povezanosti čvorova unutar grafa. Objasnimo ovaj detalj. Pretpostavimo, da bismo objasnili značaj relevantnosti, da postoji opća suglasnost unutar matematičke zajednice o kriteriju na temelju kojeg bismo o jednom skupu čvorova proizvoljnog grafa mogli govoriti kao o skupu bliskih čvorova (to jest na osnovu kojeg bismo o skupu radova govorili kao o skupu bliskih radova). Primjera radi, neka je to sljedeći konkretan kriterij: proizvoljan skup čvorova $R_1, R_2, \dots, R_n$ grafa G zvat ćemo skupom bliskih čvorova ako i samo ako je svaki čvor iz tog skupa povezan sa najmanje k (k je fiksiran i $k \leq n$) čvorova iz istog skupa.[36] Neka spomenuti čvorovi označavaju, na primjer, n radova iz oblasti neurologije. Pretpostavimo dalje da čvor R_1 označava jedini rad u grupi koji zadovoljava uvjet U, te da su veze ovog čvora s barem s ($k \leq s \leq n$) čvorova grupe rezultat citiranja, ali ne onog koje se odnosi na primjenljivost matematike u neurologiji, nego onog koje se odnosi na *čisto* neurološku problematiku koja je, između ostalog, obrađena u R_1.[37] Jasno je da u ovom slučaju izabrana grupa radova zadovoljava formalni uvjet sličnosti, ali intuitivno ne i *relevantne* sličnosti. Naime, s radova iz grupe biti će slični s R_1, ali ne po pitanju primjene matematičkog objašnjenja u znanosti, nego po pitanju isključivo neuroloških pitanja. Još manji stupanj intuitivno relevantne sličnosti možemo onda očekivati s preostalim radovima iz grupe.

Prethodni primjer pokazuje neadekvatnost predložene definicije klase sličnih radova. Definicija je zamišljena s ciljem da se intuitivna sličnost svih radova koji su slični s radom koji zadovoljava uvjet U formalizira i da se svi radovi zajedno opišu kao radovi koji se bave problematikom matematičkog objašnjenja u znanosti. Nedostatak je definicije u tome što ona uvodi relaciju sličnosti preko tehničkog detalja – citiranja, ali bez dodatnog preciziranja o tome na koje se sadržaje citiranje odnosi. Kao odgovor, naturalist bi možda u želji da poboljša definiciju mogao razmišljati o nekoj vrsti »filtera« unutar definicije, a kojim bi se u svrhu utvrđivanja relevantne sličnosti među radovima uzimali u obzir samo oni citati koji se odnose temu matematičkog objašnjenja u znanosti. Ipak, koliko se može vidjeti na osnovu operativne upotrebljivosti

34
Zaista, ne samo teorijski, moguće je da rad R_i ($2 \leq i \leq n$) obrađuje sličnu tematiku kao R_1, razmatrajući ulogu nekog konkretnog matematičkog objašnjenja u nekoj konkretnoj znanstvenoj pojavi, ali da jednostavno niti u njegovu naslovu, niti u njegovu sažetku, niti u naslovu časopisa ili konferencije na kojoj je objavljen ne postoji string *mathematic*. Na primjer, nije teško zamisliti takav rad koji se bavi problemom mostova Königsberga ili slučajem cvrčaka.

35
Nije jasno na kojem bi se principu i uz kakvo obrazloženje određivala jedna grupa bliskih radova. Koji je to stupanj povezanosti između pojedinih čvorova (radova) grafa i na temelju čega bi se on na relevantan način odredio kao onaj koji bi grupu čvorova (radova) kandidirao za grupu bliskih radova?

36
Primijetimo da, suglasno gornjoj definiciji, u okviru jednog grafa može postojati konačno mnogo skupova bliskih čvorova $A_1, A_2, \dots, A_t$ (uključujući i mogućnost da ne postoji nijedan takav skup), pri čemu je za takve skupove moguće da su disjunktivni ili ne. Definicija dozvoljava i situaciju u kojoj će jedan od skupova biti pravi podskup drugog skupa iz gornjeg niza. Drugim riječima, činjenica da je A_i skup bliskih čvorova ne isključuje formalnu mogućnost da je i neki njegov pravi podskup ili pravi nadskup također skup bliskih čvorova što, čini nam se, prati intuiciju o skupovima bliskih objekata u ovom kontekstu.

37
Činjenica je da se u praksi sadržaj znanstvenih radova, ma koliko on bio pozorno strukturiran i pročišćen, ne odnosi samo na jednu, centralnu temu (na primjer, primjenu matematičkog objašnjenja u konkretnoj znanstvenoj pojavi), nego da je u okviru njega obično obrađena ili nagovještena barem još neka tema ili problem. Nerijetko, baš takve ne-centralne teme bivaju inspiracija za nove reakcije znanstvenika i pisanje novih radova.

izloženih naturalističkih zamisli, ne čini nam se da je to lako izvodiv posao – dati formalne uvjete na temelju kojih bismo odvojili relevantne od nerelevantnih citata.

Treće, čini nam se da su kriteriji na temelju kojih bismo suglasno formalnom naturalizmu (nadalje FN) prepoznavali znanstvene radove koji se bave matematičkim objašnjenjem u znanosti suviše grubi i formalno-tehnički pa zbog toga i neprimjereno osjetljivi za prepoznavanje ciljne grupe radova. Pri tome mislimo na postupak traganja po bazama za radovima koji zadovoljavaju uvjet *U*, kao i za nesvrhovito korištenje citiranja radova kako bi se pokrila čitava klasa radova koji bi trebali biti slični u vezi s temom matematičkog objašnjenja u znanosti. Ideja o tome da se napravi kolekcija svih znanstvenih radova u kojima se razmatra matematičko objašnjenje u znanosti svakako zaslužuje respekt. Ako ni zbog čega drugog, onda zbog traganja za prilično egzaktnom statistikom koja bi pokazala stvarnu ulogu matematike u znanosti. Jasno je i da bi bilo korisno odmaknuti se korak dalje od intuitivnog ili paušalnog doživljaja korisnosti matematike u znanstvenim objašnjenjima. Međutim, čini nam se da je put koji je izabran da bi se do takve statistike stiglo previše tehnički, a premalo sadržajno orijentiran zbog čega, kako smo pokušali pokazati, možemo naići na defektne podatke koji ne odgovaraju realnosti. Na primjer, sasvim je moguće da postoji rad *R* koji se bavi problemom mostova Königsberga, koji ne zadovoljava uvjet *U* i koji putem citata nije povezan ni s jednim radom koji ispunjava taj uvjet. *R* ne bi bio svrstan u grupu radova koji se bave matematičkim objašnjenjem u znanosti, što nije prirodno. Konačno, naturalistički stav – stav prema kojem ćemo upravo znanosti prepustiti da arbitrira o značaju matematike u objašnjenju znanstvenih teorija ne znači da očekivani odgovor treba biti dan čisto tehničkim kriterijem, jasnim nizom koraka, algoritmom koji će za proizvoljan »ubačeni« rad na ulazu dati isključivo odgovore »da« ili »ne« na izlazu. Naravno, bilo bi idealno kad bi takva stvar bila tehnički izvodiva, ali, kao što smo vidjeli gore, predložena uputstva FN koja teže takvom algoritmu daleko su od savršenih.

Četvrto, FN zastupa stav naturalizirane neizostavnosti matematičkog objašnjenja u znanosti, dakle, stav kojim se jednom vrstom naturalizma podržava premisa (2) u EIA:

> »Razmatrajući znanstveno iskustvo *a posteriori*, kako ono može biti analizirano na temelju njegovih produkata, ja sam pokušao ilustrirati kako neko indirektno može pokazati neizostavnost matematičkog objašnjenja u znanosti oslanjajući se na razloge koji su dio znanstvenog stanovišta. Zbog toga je ‘empirijski pristup neizostavnosti’ oslobođen tereta osiguravanja filozofskog tumačenja pojma objašnjenja i usmjeren je prema praktičnom radu znanstvene zajednice.«[38]

Koliko FN zaista pokazuje neizostavnost matematike u ovom kontekstu? Osnovni argumenti na kojima FN stoji eksplicitno su izraženi. Prvi od njih jest postojanje značajnog broja bi-disciplinarnih znanstvenih časopisa koji su matematički orijentirani te koji suglasno svojoj prirodi ilustriraju slučajeve konkretnih znanstvenih problema u kojima matematika ima različite uloge, između ostalih, i onu vezanu za objašnjenje. Drugi je, kako smo vidjeli, nešto rafiniraniji i predstavlja pokušaj da se značaj matematičkog objašnjenja u znanosti pokaže jednostavnom statistikom – uočavanjem značajnog broja znanstvenih radova u kojima je registriran odgovarajući ključni pojam kojim bi se trebala garantirati veza s matematikom. Može li ova metodologija na bilo kojoj razini biti osloncem stavu o neizostavnosti matematičkog objašnjenja u znanosti?

Postojanje konkretnih, matematički orijentiranih znanstvenih časopisa pokazuje postojanje vrlo bliske veze između znanosti i matematike. Iz njih, recimo, možemo saznati nešto o ulozi koju matematička objašnjenja imaju u fizici. Na primjer, u časopisu *Journal of Mathematical Physics* možemo saznati nešto o tome kako se zahtjevnim matematičkim aparatom objašnjavaju složene fizičke pojave.[39] Moguće je da u istom ili sličnom časopisu dalje bude razrađivano, na primjer, matematičko objašnjenje fizičke pojave opisane Eulerovim teoremom. Koliko je do sada poznato, u ovom objašnjenju mogu se koristiti sredstva linearne algebre, preciznije matrice i njihova svojstva, ili ono može biti geometrijske prirode, baš kako ga je izvorno osmislio Euler. Suglasno prirodi matematike, nije isključeno da postoji neko novo, do sada u literaturi nerazmatrano, matematičko objašnjenje ili dokaz ove pojave.[40] Ako bi to i bio slučaj, to svakako ne bi slabilo poziciju FN, niti bi dovodilo u sumnju tvrdnju o neizostavnosti matematičkog objašnjenja u znanosti. Naime, objašnjenje fizičke pojave opet bi bilo *matematičko*, samo bi matematička sredstva upotrijebljena u objašnjenju bila drugačija. Slično bismo mogli reći ako bi se pojavilo neko novo matematičko objašnjenje u slučaju cvrčaka ili slučaju mostova Königsberga. Objašnjenja bi i dalje bila matematička pa neizostavnost matematike u objašnjenju konkretnih znanstvenih pojava ne bi bila dovedena u pitanje. Međutim, ono što je bitno za nas jest može li se isključiti mogućnost postojanja nekog *nematematičkog* objašnjenja u svakom od spomenutih primjera i mijenja li mogućnost postojanja takvog objašnjenja situaciju kada je riječ o neizostavnosti?

U svakom od triju primjera koji smo ranije naveli pokazano je postojanje *nekog* (ovaj put matematičkog objašnjenja) konkretne znanstvene, odnosno fizičke pojave. Generalno govoreći, svaki od primjera matematičkog objašnjenja u znanosti, prezentiran kao rad u nekom časopisu ili na bilo koji drugi način, tek je jedan primjer, ilustracija o tome kako se neka prirodna pojava ili problem mogu objasniti matematičkim sredstvima. Međutim, on nikako nije dokaz o nepostojanju druge vrste objašnjenja, matematičkog ili nematematičkog, za istu znanstvenu pojavu. Zaista, sva matematička objašnjenja, kako ona koja smo razmatrali tako i bilo koje drugo, usmjerena su k objašnjenju konkretne znanstvene ili fizičke pojave, a ne na dokaz o nepostojanju drugog matematičkog ili nematematičkog objašnjenja. U našim primjerima, uočavanje specifičnih prednosti koje za životni vijek cvrčaka imaju prosti brojevi u odnosu na složene ili uočavanja specifičnih karakteristika grafa koji ima čvorove određenog tipa i primjena tih karakteristika u konkretnom problemu o prelasku mostova, nema ama baš nikakve veze s razmatranjem mogućnosti postojanja nekog novog matematičkog ili nematematičkog objašnjenja gornjih pojava. Slično, samo postojanje znatnog broja časopisa koji se bave matematičkim objašnjenjima u znanosti tek je pokazatelj mogućnosti da se *neke* znanstvene pojave mogu objasniti *nekim* matematičkim sredstvima. Postojanje takvih stručnih osvrta kao i, moguće, njihova znatna statistička zastupljenost u okviru cjelokupne znanstvene literature nisu dokaz o nepostojanju

38 Ibid., str. 529–530.

39 Na primjer, Guido Franchetti, Rafael Maldonado, »Monopoles, instantons, and the Helmholtz equation«, *Journal of Mathematical Physics* 57 (7/2016), 073502 doi: https://doi.org/10.1063/1.4955418. U ovom je članku analizirano kako se odgovarajućim izborom metrike mnogostrukosti reda 4 unutar specifične konformalne klase može uzrokovati povećavanje singularnih i glatkih hiperboličkih monopola.

40 Na primjer, danas je poznato više dokaza Fermatovog malog teorema, ili, još ekstremniji primjer, nekoliko stotina dokaza Pitagorinog teorema. Vidi, recimo, Giedrius Alkauskas, »A curious proof of Fermat's little theorem«, *The American Mathematical Monthly* 116 (4/2009), str. 362–364. doi: https://doi.org/10.4169/193009709x470236.; Elisha S. Loomis, *The Pythagorean Proposition*, National Council of Teachers of Mathematics, Washington 1972.

nekih drugačijih nematematičkih objašnjenja. To, dakle, znači da argumenti FN nisu dovoljni da bi potkrijepili i jedan od njegovih ciljeva – pokazati neizostavnost matematičkog objašnjenja u znanosti.[41]

Čitalac će primijetiti da smo u vezi s objašnjenjem ponekad govorili o neizostavnoj ulozi *matematike*, a ponekad o neizostavnoj ulozi *matematičkih objekata*. I za Bakera je domena atributa *neizostavan* prilično široka. Neizostavnu ulogu u objašnjenju može imati matematika, matematička aparatura ili matematički objekt.[42] Mi smo u ovom tekstu pojam *neizostavnosti matematičkog objekta A u svrhu objašnjenja fizičke pojave P* shvaćali na intuitivno očekivan način kako to čini većina autora koji se bave ovom temom, uključujući i tvorca EIA. Naime, smatrali smo da je objekt *A* neizostavan u vezi s objašnjenjem za pojavu *P* ako objašnjenje pojave *P* nije moguće bez korištenja objekta *A*. U nedavnoj literaturi postoje pokušaji da se pojam neizostavnosti u vezi s objašnjenjem bliže odredi formalnom definicijom, te da se poistovjeti neizostavnost matematičkog objekta i neizostavnost matematičke teorije kojoj taj objekt pripada.[43] Može se pokazati da takvi pokušaji donose nimalo zanemarive formalne i intuitivne poteškoće.[44] Mi nismo dublje ulazili u analizu razlika među spomenutim tipovima neizostavnosti jer one nisu značajne za predstavljanje i analizu naturalističkog gledišta kojim smo se u ovom tekstu bavili.

4. Zaključak

U tekstu smo iznijeli par osnovnih crta jednog gledišta za koje možemo reći da podržava jednu od ideja koje u sebi nosi EIA. Formalni naturalizam, kako smo na ovom mjestu nazvali tip naturalističkog pristupa pitanju neizostavnosti matematike u znanosti, suglasno je svojem nazivu pokušao osigurati jednu vrstu, prije svega, formalne podrške za premisu (2) EIA. U prethodnom smo istaknuli neke razloge zbog kojih nam se čini da FN ne može biti jak oslonac toj premisi. Prva su dva tehničke prirode i odnose se na FN aparaturu. Željeli smo pokazati da korištenjem uvjeta *U*, iako vrlo precizno tipografski izraženog, nije moguće pravilno selektirati sve znanstvene pristupe ili radove koji se odnose na temu matematičkog objašnjenja u znanosti. Zatim smo skrenuli pozornost na problem nejasnog određenja pojma *klase sličnih radova*, a koji je nezaobilazan da bi se napravila mapa znanosti. Konačno, pokušali smo pokazati da je izbor sredstava i argumenata na kojima se zasniva FN napravljen u čisto formalno-tehničkom maniru, daleko od sadržajnog pristupa problemu te da taj izbor ne garantira dokaz neizostavnosti matematičkog objašnjenja u znanosti. Kritizirajući skicirani formalizam ne želimo reći da mislimo da postoje situacije u kojima nije moguće donijeti nedvosmislenu odluku o tome igraju li, ili ne, konkretni matematički objekti ulogu prilikom matematičkih objašnjenja u znanosti. Želimo samo reći da su kriteriji za ocjenu neizostavnosti te uloge, a koje je FN predložio, neodgovarajući te da zbog toga rezultati analize utemeljene na takvim kriterija nisu pouzdani.

Kažimo na kraju da ovaj rad ne treba shvatiti kao nastojanje prikazivanja nedostataka platonizma u matematici, generalno. Ovo je samo pokušaj ukazivanja na to da FN nije osigurao jaka i jasna pojmovna sredstva kojima bi se EIA branio, te da platonisti koji žele koristiti EIA trebaju za ovaj argument tražiti čvršće oslonce od onih koje je ponudio FN.

Vladimir Drekalović

Can Arguments of Formal Naturalism Be Used to Show that the Mathematical Explanation is Indispensable in Science?

Abstract

In the philosophy of mathematics, it is well known that the Platonists support the view of the existence of mathematical objects. The so-called Enhanced indispensability argument – EIA*, recently explicitly formulated by Alan Baker in the form of modal syllogisms, can be understood as an attempt to support this Platonic view. This argument has recently caused a unmber of different reactions. A small number of analyses supported the argument or any of its parts. We will single out exactly one such analysis which supports the second premise of the EIA. It is a naturalistic approach to the role and indispensability of mathematical explanation in science. We will try to show that this attempt to defend the said premise and hence the EIA has several significant shortcomings due to which, it seems to us, it cannot serve as an additional argument in favour of the Platonists.*

Key words

mathematical platonism, mathematical explanation, Enhanced indispensability argument, naturalism, Henri Galinon

41
Jedno od pitanja koje će, možda, pažljiviji i radoznaliji čitalac postaviti čitajući naš tekst jeste: na koji su način činjenice o primjeni matematike povezane s ontološkim pretpostavkama znanstvenih teorija? Ili ako preformuliramo: može li primjena matematike u znanosti pomoći u određenju ontološkog statusa znanstvenih objekata? Smatramo da su ova pitanja značajna, ali i da otvaraju prilično široko polje za novu vrstu diskusije koja bi bila usmjerena u nešto drugačijem smjeru od polazne točke od koje smo krenuli u našoj raspravi. Naime, formalni naturalizam, kojim smo se bavili u tekstu, vlastitim je argumentima podržao ideju neizostavnosti matematike u znanosti. Ta je ideja u kontekstu EIA zamišljena s ciljem da se, s platonističke pozicije, osigura ontološki status *ne* znanstvenim *nego* matematičkim objektima. Polazište platonizma u EIA jest takvo da na pretpostavkama o, navodno, nesumnjivom postojanju znanstvenih ili fizičkih entiteta, kao što su na primjer biološka bića (cvrčci) ili fizički objekti (mostovi), pokuša zasnovati stav o postojanju matematičkih objekata, kao alata koji se koristi u objašnjenju znanstvenih pojava. Dakle, matematički platonizam ne preispituje niti pokušava dovesti u pitanje postojanje znanstvenih pojava i objekata koji sudjeluju u tim pojavama. On njihovo postojanje smatra nesumnjivim i pokušava ga iskoristiti u svrhu osiguranja ontološkog statusa matematičkih objekata.

42
A. Baker, »Mathematical explanation in science«, str. 613–614.

43
Vidi D. Molinini, »Evidence, explanation and enhanced indispensability«.

44
Vidi V. Drekalović, »Two weak points of the enhanced indispensability argument – domain of the argument and definition of indispensability«.