

IZ NASTAVNE PRAKSE

Sunce – naš vjerni pratitelj (istraživanje u nastavi matematike)

SANJA JANEŠ¹

Istraživačka nastava opisuje grupu različitih pristupa učenju i poučavanju u kojima učenikova istraživačka aktivnosti oblikuje proces učenja. Ovakva vrsta učenja omogućava svladavanje vještina rješavanja problema, što učenike priprema za aktivno funkcioniranje u društvu.

U nastavku su predstavljene dvije vrste istraživačke nastave s istim naslovom *Sunce – naš vjerni pratitelj*, ali u različitim godinama učenja, 5. razredu i 7. razredu osnovne škole.

- Učenje istraživanjem – induktivno (5. razred)
 - „istražiti” primjenom znanstvene metode, npr. uočiti, izmjeriti učestalost javljanja ili svojstva radi stjecanja novih znanja i spoznaja
 - znanstveni pristup temeljen na prikupljanju podataka i eksperimentiranju
- Učenje otkrivanjem – deduktivno (7. razred)
 - „otkriti” s gledišta učenika
 - nastavnik objašnjava znanstveni sadržaj
 - učenici se bave pronalaskom mogućih odgovora prije nego im se kaže konačno rješenje

¹Sanja Janeš, OŠ „Petar Zrinski”, Čabar

1. Sunce – naš vjerni pratitelj

Učenje istraživanjem – induktivno, 5. razred

ANTONELLA OŽBOLT¹ I VANESSA ŠOKČEVIĆ²

Uvod:

U radu s učenicima na matematičkim projektima ne treba se opterećivati uzrastom, nadarenošću, godinama učenja matematike ili brojem sati. S učenikove strane dovoljna je volja, upornost i rad.

Što se tiče učitelja, njegov je zadatak prilagoditi sadržaje, načine rada, osmisliti dobar metodički pristup i aktivnosti te tako u potpunosti zadovoljiti ciljeve provođenja projekta. Prikaz projekta i istraživanja koji slijede pokazuju izuzetno bogatstvo matematičkih sadržaja i aktivnosti. Provele su ga i realizirale učenice 5. razreda osnovne škole, a osvojio je prvu nagradu na Festivalu znanosti 2015. godine u Rijeci. Najvrednije ostvarenje ovog projekta su (ne samo matematičke) kompetencije koje su učenice stekle. Tema projekta je jednostavna, svakodnevna: praćenje prividnog kretanja Sunca po nebeskom svodu.

Načini rada na projektu vrlo su raznoliki: od proučavanja literature, izrade pomagala, terenske nastave, mjerenja, crtanja, fotografiranja do rada u programu dinamične geometrije *Sketchpad*. Ovaj je projekt zapravo jedan mali eksperiment čija realizacija za nas odrasle ne predstavlja neko otkriće, ali je učeniku vrlo zanimljiva i ima *heureka efekt*. Svaki eksperiment mora imati sljedeće faze:

Koraci eksperimenta:

1. Problem – pitanje koje traži odgovor
2. Hipoteza – pretpostavka
3. Nezavisna veličina
4. Zavisna veličina – ono što se u eksperimentu opaža i mjeri
5. Uzorak na kojemu se eksperiment provodi
6. Statistička analiza
7. Zaključak

¹Antonella Ožbolt, 5. razred, OŠ „Petar Zrinski“, Čabar

²Vanessa Šokčević, 5. razred, OŠ „Petar Zrinski“, Čabar

Iz navedenog možemo vidjeti kako je eksperiment bogat matematičkim pojmovima, konceptima i procesima. Osim toga, eksperiment istražuje uzročno-posljedični slijed, namjerno je izazvan, održava se u kontroliranim uvjetima i može se ponoviti.

Radeći na eksperimentu učenici istražuju, opažaju, apstrahiraju, razmišljaju, otkrivaju, povezuju, kreiraju, a to su najviše razine kognitivnih procesa. U središtu su procesa i samostalni u provođenju dijelova eksperimenta.

Smatram da je važno napomenuti da statistička analiza ne bi bila moguća bez obrade i primjene prikupljenih podataka preciznim alatima mjerenja Dinamične geometrije, u ovom slučaju *Sketchpada*. Također, učenice su vrlo vješte u radu sa *Sketchpadom* jer polaze fakultativnu nastavu *Sketchpada* dva sata tjedno. Faze eksperimenta nisu istaknute, ali se mogu lijepo pratiti kroz opis projekta.

I na kraju, ali ne manje važno, možemo vidjeti da rezultati nadmašuju poziciju učenika 5. razreda. Često se to događa u procesima i rezultatima matematičkih projekata. Pouka je da učenici mogu puno na intuitivnoj razini i ne treba im to stavljati odmah u teoretske okvire ili matematičke modele. Kada dođe vrijeme sazrijevanja, oni će povući upravo ta iskustva na višu razinu te je time cilj procesa učenja i poučavanja matematike postignut.

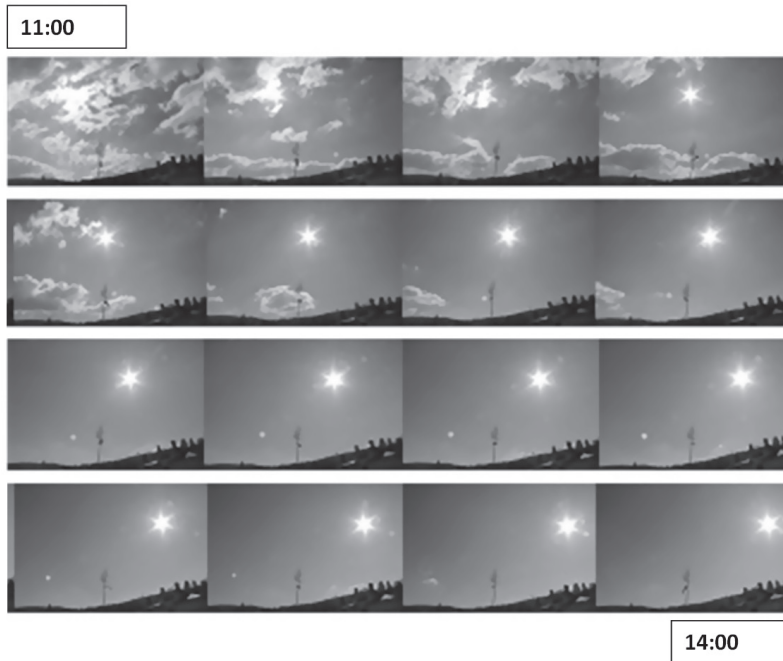
Mentorica: Sanja Janeš, prof.

Sunce – naš vjerni pratitelj

Bez Sunca nema života na Zemlji. Ono ljudima, biljkama i životinjama daje svjetlost i toplinu.

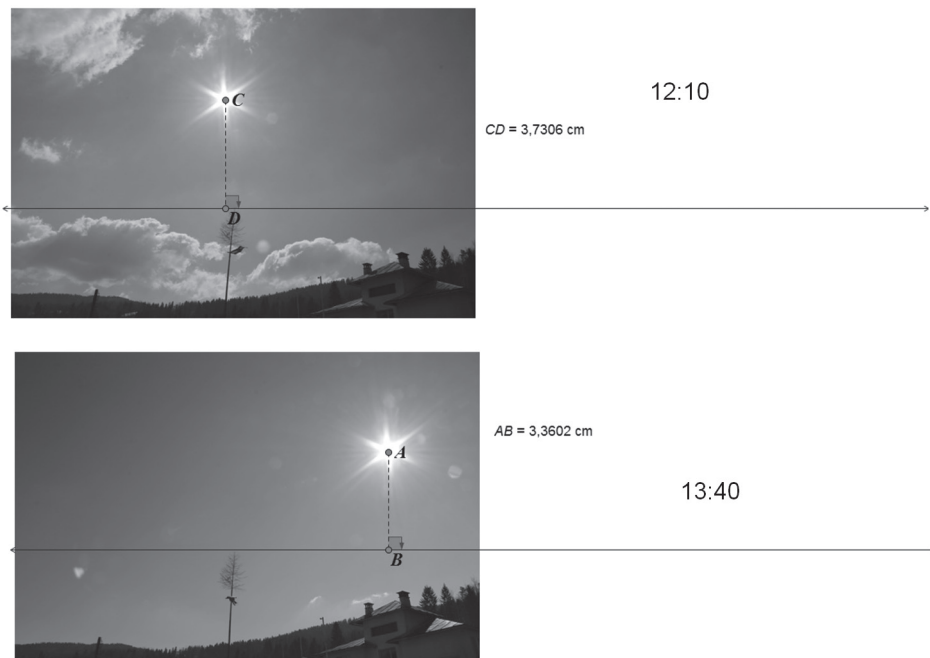
- Kada promatramo Sunce, vidimo:
 - da se ono „kreće” u odnosu na nas,
 - da se prvo „penje”, a onda „spušta”,
 - „kreće” od istoka prema zapadu.
- Kretanje, penjanje i spuštanje prividne su pojave.
- U stvarnosti, Zemlja se okreće oko Sunca.
- Sunčeva svjetlost stvara sjenu.

Zabilježili smo „kretanje” Sunca fotoaparatom kroz tri sata (Slika 1.).



Slika 1.

Kopirali smo dvije fotografije u *Sketchpad* te dodatno istaknuli dva smjera „kretanja” Sunca (Slika 2.).



Slika 2.

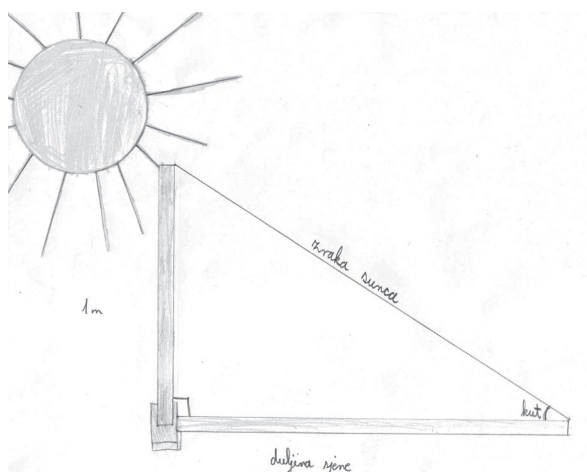
Promatrajući prividno kretanje Sunca po nebeskom svodu, uočili smo:

- „kretanje” od istoka prema zapadu – vodoravni pomak u odnosu na drvo u prvom planu;
- „spuštanje” – vidljivo je u razlici visina između položaja Sunca i zamišljenog vodoravnog pravca koji prolazi vrhom drva u prvom planu.

Svjetlost Sunca stvara sjenu na Zemlji.

Kako nastaje sjena?

Svjetlost ne može proći kroz neprozirnu prepreku pa to na podlozi vidimo kao sjenu (Slika 3.).



Slika 3.

Promatrajući sjenu, uočili smo da se mijenja po duljini i položaju.

1. Što se Sunce više podiže,
 - sjene su kraće,
 - kut zrake i sjene je veći.
2. Što se Sunce više spušta,
 - sjene su dulje,
 - kut zrake i sjene je manji.

Odlučili smo napraviti pokus i ispitati postoji li način da mjerimo uočene promjene te da računski potvrdimo uočene pojave.

Školski majstor napravio nam je štap na stalku ukupne visine 1 metar (Slika 4.).

Čekali smo lijep, sunčan dan. Na školsko igralište postavili smo štap.

Svakih 10 minuta mjerili smo duljinu sjene štapa od 11:10 do 13:40. Bilježili smo podatke (Slike 5. i 6.).



Slika 4.



Slika 5.



Slika 6.

Dobili smo lijepe podatke za duljinu sjene jer smo uvidjeli određenu pravilnost. No, pojavio se problem određivanja mjere kuta pod kojim zrake Sunca padaju na zemljinu površinu.

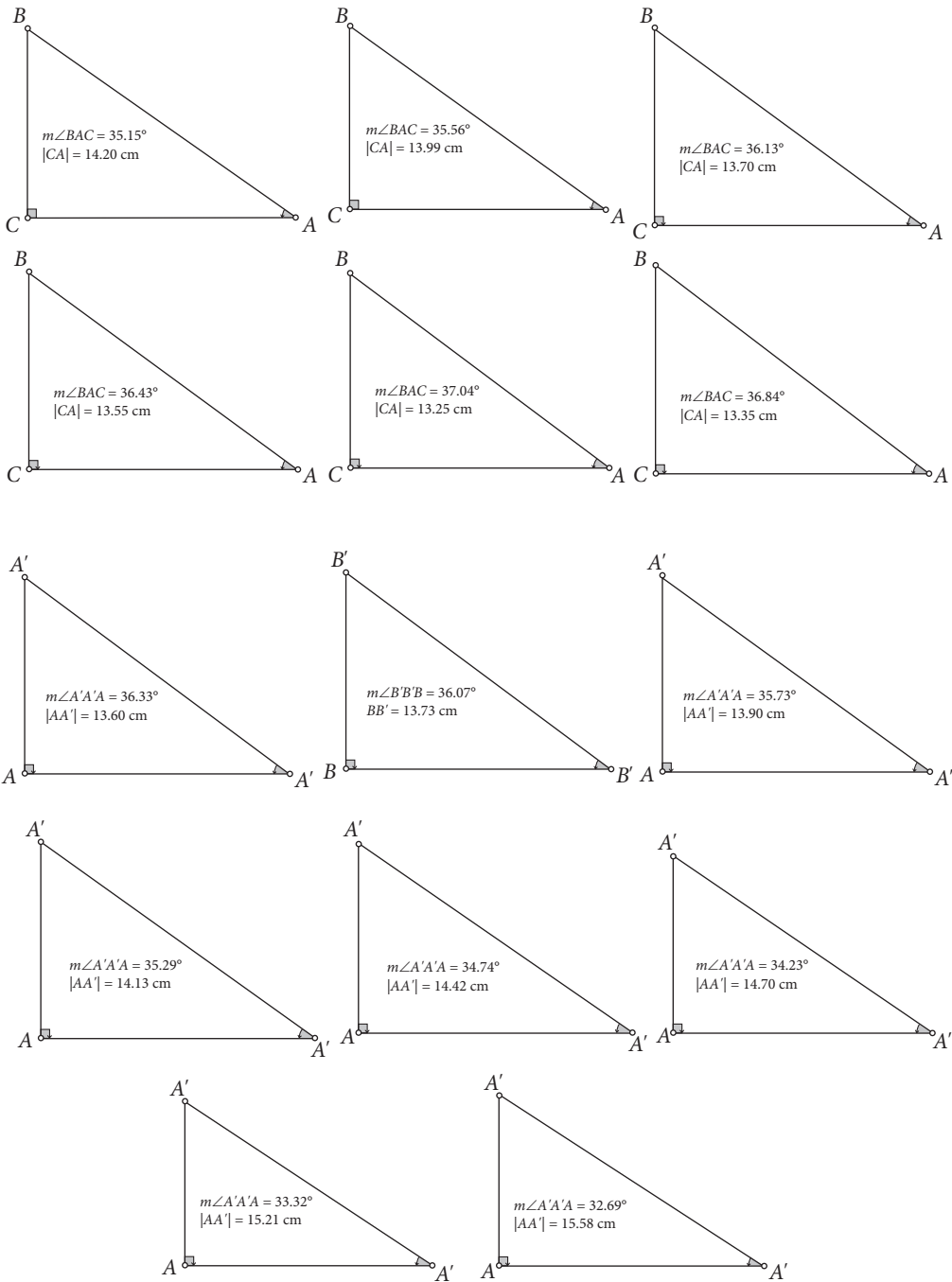
Problem:

Kako odrediti mjeru kuta između sjene i zrake Sunca?

Rješenje:

- Trokut koji tvore štap, sjena i zamišljena zraka Sunca je pravokutan.
- Poznate su nam katete pravokutnog trokuta.
- Znamo ga konstruirati.
- Zbog preciznosti, to ćemo napraviti u *Sketchpadu*.
- Mjere smo umanjili 10 puta.
- Kut ćemo izmjeriti pomoću alata mjerenja u *Sketchpadu*.

Ovo su konstruirani trokuti čije su duljine kateta umanjene deset puta.



Podatke smo organizirali u tablicu.

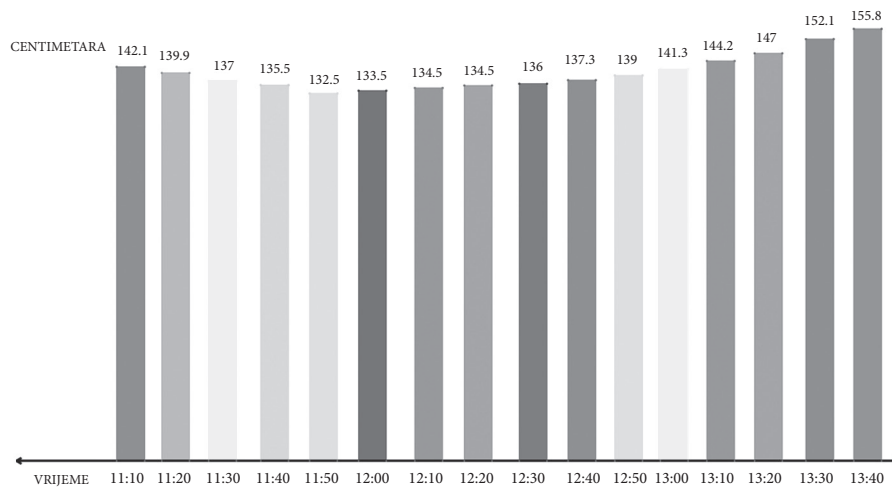
	Vrijeme	Duljina sjene štapa	Izmjereni kutovi
1.	11:10	142.1	35.15°
2.	11:20	139.9	35.56°
3.	11:30	137	36.13°
4.	11:40	135.5	36.42°
5.	11:50	132.5	37.04°
6.	12:00	133.5	36.84°
7.	12:10	134.5	36.63°
8.	12:20	134.5	36.45°
9.	12:30	136	36.33°
10.	12:40	137.3	36.07°
11.	12:50	139	35.73°
12.	13:00	141.3	35.29°
13.	13:10	144.2	34.74°
14.	13:20	147	34.23°
15.	13:30	152.1	33.32°
16.	13:40	155.8	32.69°

Izmjerene podatke prikazali smo s dva crteža.

U *Sketchpadu* smo konstruirali pravokutnike koji su prikazivali mjerene i računate podatke.

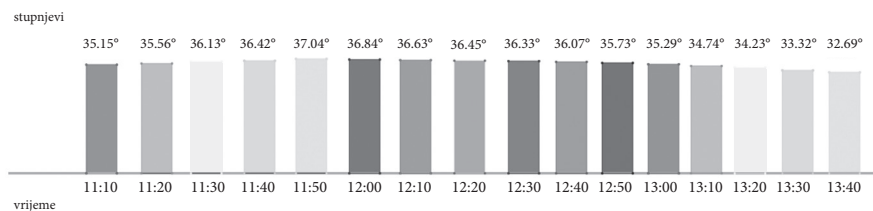
Visina svakog pravokutnika 10 je puta manja od stvarnog podatka.

Na prvom crtežu prikazali smo duljine sjena (Slika 8.).



Slika 8.

Na drugom crtežu prikazali smo mjere kuta (Slika 9.).



Slika 9.

Dobili smo jako zanimljive crteže/grafikone. Iz prvog grafa vidljivo je da je sjena sve kraća prema podnevu, a nakon toga postaje sve dulja. Na drugom grafikonu vidljivo je da se mjere kuta ponašaju obrnuto, tj. da mjere kuta rastu do podneva, a onda postaju sve manje.

Nakon završenih mjerenja uočili smo da nam se sjena štapa pomakla. Pomak smo izmjerili kutomjerom (Slike 10. i 11.).



Slika 10.



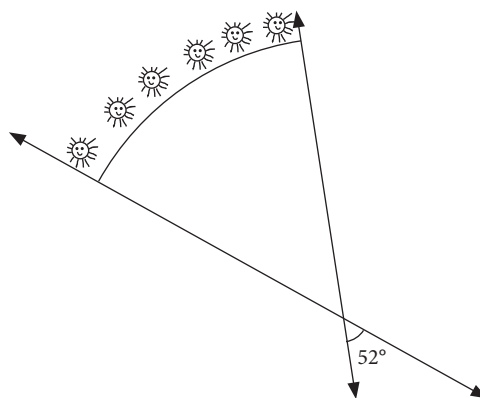
Slika 11.

Slika 12.

Sjena je za vrijeme našeg mjerenja od 11:10 do 13:40 prešla kut od 52°.

Kad nacrtamo uočenu promjenu, uviđamo da su kutovi koji predstavlja pomak štapa i kut koji predstavlja pomak Sunca zapravo vršni kutovi (Slika 12.).

Znamo da su vršni kutovi jednake mjere pa možemo zaključiti da je za to vrijeme i Sunce „prešlo” put od 52°.



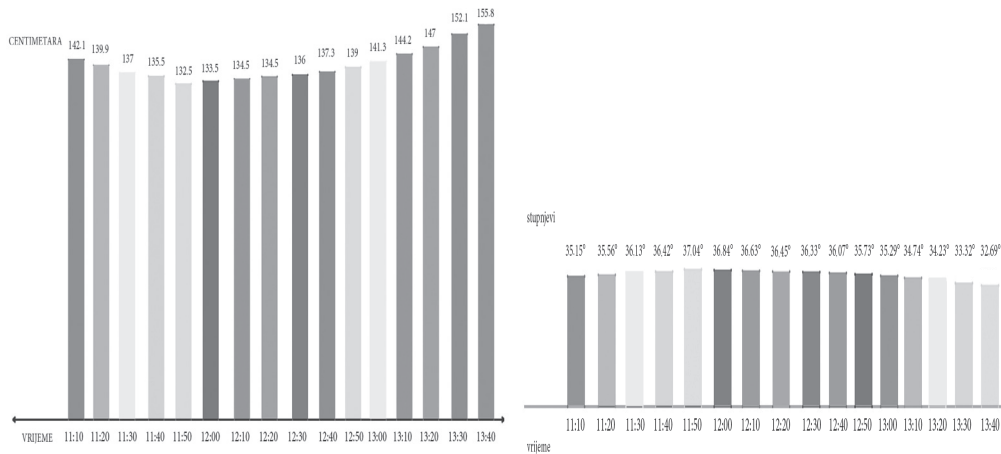
Slika 12.

Zaključci:

A. Računski i grafički potvrdili smo ono što smo uočili promatranjem u prirodi.

- Što se Sunce više podiže,
 - sjene su kraće,
 - kut zrake i sjene je veći.
- Što se Sunce više spušta,
 - sjene su dulje,
 - kut zrake i sjene je manji.

Ako slike ravnomjerno izdužimo, pravilnosti su još uočljivije.



B. Sunce je „prešlo” isti kut kao i sjena štapa.

Htjeli smo odrediti kut sunčevih zraka i na drugi način – direktnim mjerenjem.

- Školski majstor napravio nam je kvadratni okvir.
- Učiteljica nam je napravila stupanjsku skalu ($0^\circ - 90^\circ$) na papiru koji je dug točno četvrtinu kruga kojem je polumjer jednak unutarnjoj stranici kvadrata.
- Kvadratni okvir postavili smo pomoću kompasa u smjeru sjever-jug.
- Sjena čačkalice točno nam je pokazivala iznos kuta.



No, Sunce nam se sakrilo za oblake (gotovo dva tjedna) pa nismo mogli završiti mjerenje. Naš vjerni pratitelj malo nas je iznevjerio.

Matematički sadržaji i programi koje smo koristili:

- mjerenje duljine
- kut
- mjerenje kuta
- konstrukcija pravokutnog trokuta
- konstrukcija pravokutnika
- vršni kutovi
- Organiziranje podataka
- prikazivanje podataka
- tumačenje podataka
- program dinamične geometrije *Sketchpad*
- *Paint, Powerpoint, Word*

2. Sunce – naš vjerni pratitelj

Učenje otkrivanjem – deduktivno – 7. razred

Za razliku od prethodnog primjera, u ovome su primjeru očita puno veća očekivanja od učenika jer su to učenici 7. razreda. Deduktivni pristup podrazumijeva višu razinu kognitivne zrelosti učenika i procesa koje koristi u realizaciji istraživanja. Kao i u prethodnom primjeru, istraživanje nije moguće bez primjene tehnologije, na primjer *Sketchpada*.

Podatci koji će biti korišteni u deduktivnom istraživanju mogu biti dobiveni praktičnim mjerenjima (kao što je ovdje slučaj) ili ih učitelj može ponuditi kao relevantne.

Istraživanje se provodi nakon što učenik zna sljedeće:

- jednadžba pravca ima oblik $y = ax + b$, $a, b \in \mathbf{Q}$,
- a i b su koeficijenti jednadžbe pravca,
- $a > 0 \Leftrightarrow$ kut pravca i osi apscisa šiljast, $a < 0 \Leftrightarrow$ kut pravca i osi apscisa tup, $a = 0 \Leftrightarrow$ pravac usporedan s osi apscisa,
- koordinate točke koja pripada zadanom pravcu zadovoljavaju njegovu jednadžbu,
- jednadžba pravca određena je koordinatama dviju točaka koje mu pripadaju.

Ishodi:

Učenik će:

- prikazati (tablično) prikupljene podatke,
- modelirati pravcima u pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini tri različita zadana položaja sunčeve zrake pomoću metarskog štapa i duljine njegove sjene (*Sketchpad*),
- izvesti jednadžbe tih triju pravca zadanih koordinatama parova točaka koje očitava s prikaza,
- povezati odnos pravca i koordinatnih osi (u pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini) s koeficijentima jednadžbe pravca,
- povezati omjer odsječka na ordinati i apscisi s apsolutnom vrijednosti koeficijenta a , iz jednadžbe pravca $y = ax + b$, $a, b \in \mathbf{Q}$,
- odrediti jednadžbu pravca koristeći omjer odsječka na ordinati i apscisi,
- analizirati pojavu prikazanu pravcem u pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini i opisati je jednadžbom pravca.

Priprema:

U Tablici 1. su podatci o duljini sjene metarskog štapa postavljenog vertikalno na horizontalnu površinu.

	Vrijeme	Duljina sjene štapa d
1.	11:10	142.1
2.	11:20	139.9
3.	11:30	137
4.	11:40	135.5
5.	11:50	132.5
6.	12:00	133.5
7.	12:10	134.5
8.	12:20	134.5
9.	12:30	136
10.	12:40	137.3
11.	12:50	139
12.	13:00	141.3
13.	13:10	144.2
14.	13:20	147
15.	13:30	152.1
16.	13:40	155.8

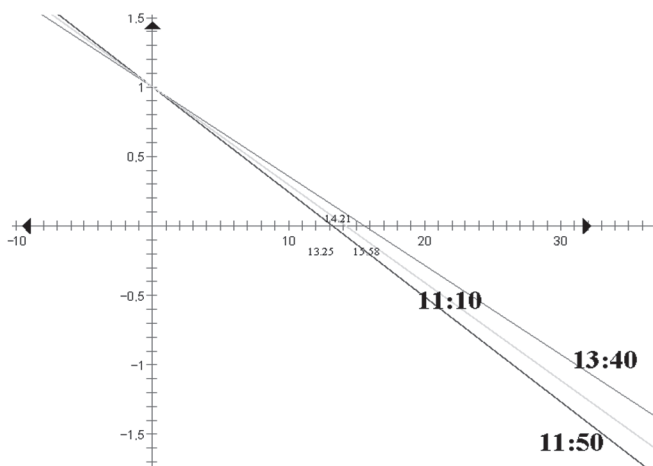


Tablica 1.

Zadatci:

1. Modeliraj (prikaži) pravcem tri različita zadana položaja sunčeve zrake pomoću metarskog štapa i duljine njegove sjene koristeći podatke iz tablice.

Prikaz rješenja:



2. Odredi jednadžbe pravaca sa slike.

Rješenje: Jednadžbe učenik može odrediti računski ili pomoću alata u *Sketchpadu*.

$$11:50 \quad y = 0.0070372976776918 \cdot x + 1, a, b \in \mathbb{Q}$$

$$11:10 \quad y = 0.0075471698113208 \cdot x + 1, a, b \in \mathbb{Q}$$

$$13:40 \quad y = 0.006418485237484 \cdot x + 1, a, b \in \mathbb{Q}$$

3. Izračunaj omjer duljine odsječka pravca na y -osi (duljine štapa) i duljine odsječka pravca na x -osi (duljina sjene). Podatke unesi u tablicu. Što uočavaš?

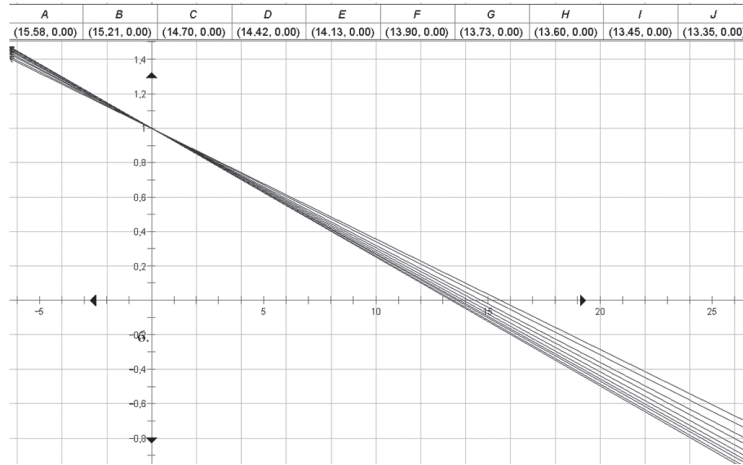
Rješenje:

	Duljina sjene štapa d [cm]	Omjer [1/d]
1.	142.1	0,0070372976776918
5.	132.5	0,0075471698113208
16.	155.8	0,006418485237484

Omjer duljina jednak je apsolutnoj vrijednosti koeficijenta iz jednadžbe pravca $y = ax + b, a, b \in \mathbb{Q}$.

4. Istraži/otkrij povezanost apsolutne vrijednosti koeficijenta a iz jednadžbe pravca $y = ax + b, a, b \in \mathbb{Q}$ i odnosa tog pravca s osi apscisa.
5. Istraži/otkrij povezanost apsolutne vrijednosti koeficijenta b iz jednadžbe pravca $y = ax + b, a, b \in \mathbb{Q}$ i odnosa tog pravca s osi ordinata.

6. Istraži/otkrij vezu između koeficijenta a iz jednadžbe pravca $y = ax + b$, $a, b \in \mathbf{Q}$ i omjera duljine odsječaka pravca na ordinati i duljine odsječaka na apscisi.
7. Ispitaj vlastite zaključke na još nekom primjeru pomoću podataka iz tablice.
- 8.



Zaključci:

- što je apsolutna vrijednost koeficijenta a veća, to je pravac „strmiji”,
- apsolutna vrijednost koeficijenta a u jednadžbi pravca $y = ax + b$, $a, b \in \mathbf{Q}$ jednaka je omjeru duljine odsječaka pravca na ordinati i duljine odsječaka pravca na apscisi,
- koeficijent b u jednadžbi pravca $y = ax + b$, $a, b \in \mathbf{Q}$ jednak je ordinati točke presjeka pravca i osi ordinata,
- pravci koji imaju isti koeficijent b u jednadžbi pravca $y = ax + b$, $a, b \in \mathbf{Q}$ sijeku se u točki $(0, b)$.

Osvrt:

Ova dva različita pristupa istraživanju u nastavi matematike pokazuju kako jednostavne, svakodnevne stvari, pojave ili zakonitosti možemo iskoristiti za obogaćivanje i dinamiziranje učenja i poučavanja matematike.

Ovako ostvareni ishodi postignuti su kroz više razine procesa, a znanja koja su stečena konceptualne su i metakognitivne razine.

Literatura:

1. www.eskola.zvezdarnica.hr/za_nastavnike
2. Veliki školski leksikon, Zagreb 2003., Školska knjiga, naklada Leksikon
3. http://www.veleri.hr/files/datoteke/nastavni_materijali/k_informatika_s2/metinformatika.pdf
4. [1] *The Inspiring Science Education Pedagogical Planner* (2014.), projektni rezultat 3.1 projekta Inspiring Science Education (ISE).
5. [2] Projektno učenje i nastava. *Znamen: Nastavnički sputnik 2008./2009.*, str. 188-225, Zagreb.