

FRAKTAL JURSKI PARK

Ivana Katalenac, Zagreb



Matka 25 (2016./2017.) br. 97

Fraktal je geometrijski lik koji se može razložiti na manje dijelove tako da svaki od njih, makar približno, bude umanjena kopija cjeline. Takvi se likovi nazivaju samosličnima. Pojam fraktala uveo je 1975. god. američki matematičar poljskog podrijetla **Benoit Mandelbrot**, a potječe od latinske riječi *fractus*, što znači „slomljen”. Osim što su izlomljeni, za fraktale je karakteristično da se isti oblik stalno ponavlja. Ako se neki dio fraktala uveća, izgledat će kao cijeli fraktal. Fraktal često ima sljedeće osobine: finu strukturu na proizvoljno malom uvećanju, previše je nepravilan da bi se mogao opisati tradicionalnim euklidskim jezikom, sam je sebi sličan, ima Hausdorfovnu dimenziju koja je veća od njegove topološke dimenzije, te jednostavnu i rekurzivnu definiciju. Fraktalni se objekti pojavljuju u prirodi, a može ih se konstruirati i uz pomoć računala.

Vrstu fraktala koji s povećanjem broja iteracija popunjavaju prostor zovemo Space-filling fraktali. Hilbertova krivulja, o kojoj možete čitati u prošlom broju Matke, primjer je Space-filling fraktala. Još jedan poznati Space-filling fraktal je i Zmajeva krivulja ili fraktal Jurski park. U knjizi *Jurski park* Zmajeva je krivulja korištena kao nagovještaj teorije kaosa i nepredvidljivosti u Jurskome parku.



Konstrukcija Zmajeve krivulje u *Sketchpadu*:

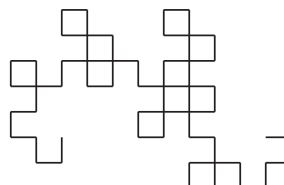
1. korak: Nacrtajmo dužinu \overline{AB} .
2. korak: Dužinu zamijenimo s dvije međusobno okomite dužine, tj. dužinu \overline{AB} rotirajmo prvo oko vrha A , a zatim oko vrha B za kut veličine 45° . Sjecište rotiranih slika imenujemo C .
3. korak: Točke A i B (neovisne točke koje su ujedno i rubne točke dužine \overline{AB}) iteriramo do dubine n u dvije slike prema pravilu pridruživanja $\{A, C\}$, $\{B, C\}$. (Označimo točke A i B te parametar n i držeći pritisnutu tipku *Shift* u izborniku *Transformacije* odaberemo naredbu *Ponavljanje/Iteriranje do dubine*. Za ljepši prikaz odaberemo prikaz samo posljednje iteracije te prikaz samo slika bez točaka.)
4. korak: Sakrijemo dužinu \overline{AB} .



1. iteracija



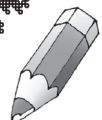
2. iteracija



6. iteracija



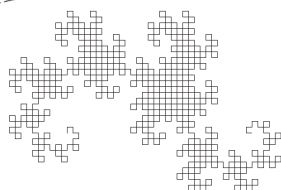
12. iteracija



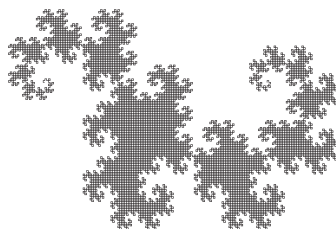
Kod u MSW Logu za crtanje Zmajeve krivulje je:

```
TO Zmaj :n :k :a
IF :n < 1 [FD :a STOP]
Zmaj :n - 1 90 :a
RT :k
Zmaj :n-1 -90 :a
END
```

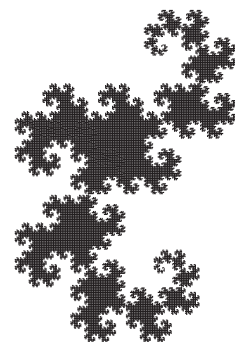
Varijabla n označava broj iteracija, varijabla k se u programu koristi zbog rotiranja za 90° u lijevo i desno, a varijabla a označava duljinu pomaka.



Zmaj 10 90 10



Zmaj 14 90 3



Zmaj 16 90 1.5

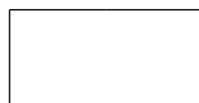
Nagradni zadatak 1: Zmaj blizanac krivulja (poznata i kao Davis-Knuth krivulja) sastoji se od dviju Zmajevih krivulja. Koristeći neki program dinamične geometrije ili neki programski jezik, nacrtajte Zmaj blizanac krivulju ili neko popločavanje ravnine Zmajevom krivuljom. Svaki Matkač koji na matka@math.hr pošalje rad do 1. prosinca 2016., bit će nagrađen. Prilikom slanja radova navedite kojim ste se programom/programskim jezikom koristili.

Levyjev C fraktal

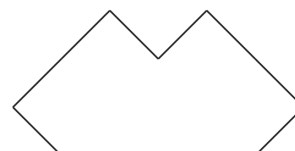
Fraktal sličan Zmajevoj krivulji je Levyjev C fraktal. Ako u 3. koraku konstrukcije Zmajeve krivulje u *Sketchpadu* umjesto iteriranja do dubine n u dvije slike prema pravilu pridruživanja $\{A, C\}$, $\{B, C\}$ primijenimo pravilo pridruživanja $\{A, C\}$, $\{C, B\}$, umjesto Zmajeve krivulje dobit ćemo Levyjev C fraktal, odnosno Levyjevu C krivulju.



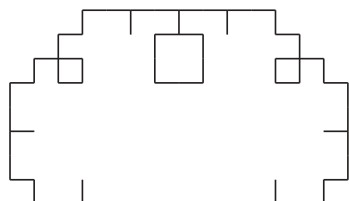
1. iteracija



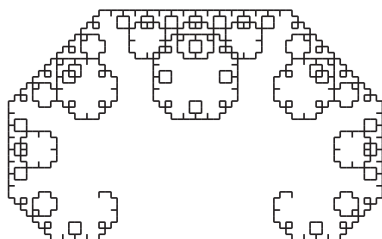
2. iteracija



3. iteracija



6. iteracija

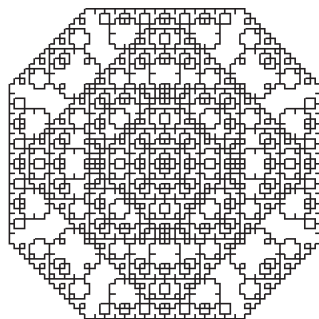


10. iteracija

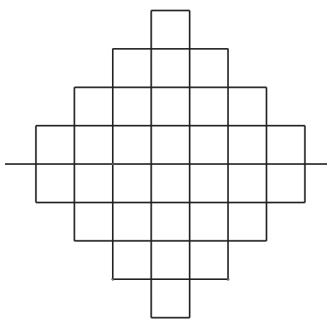
Kod u MSW Logu za crtanje Levyjeve krivulje je:

```
TO Levy :n :a
  IF :n < 1 [Fd :a STOP]
  Levy :n - 1 :a
  rt 90
  Levy :n-1 :a
  lt 90
END
```

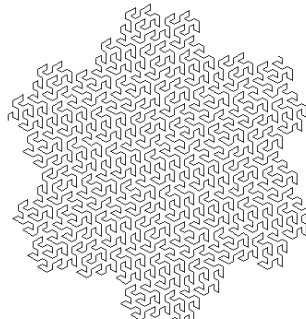
Levyjev sag



Peanova krivulja



Peano-Gosper krivulja



Nagradni zadatak 2: Koristeći se nekim programom dinamične geometrije ili nekim programskim jezikom, nacrtajte Levyjev sag, Peanovu krivulju ili Peano-Gosperovu krivulju. Svaki Matkač koji na matka@math.hr pošalje rad do 1. prosinca 2016., bit će nagrađen. Prilikom slanja radova navedite kojim ste se programom/programskim jezikom koristili.

Literatura:

1. C. Ting, H. Liming: World of Fractal
2. <http://visualizingmath.tumblr.com/post/56810968593/the-dragon-curvejurasic-park-fractal-a-dragon> (10. 8. 2016.)
3. <http://mathworld.wolfram.com> (10. 8. 2016.)

