

Matematički modeli u gotičkoj arhitekturi

Mathematical models in gothic architecture

¹ Tibor Rodiger, ² Petra Svaguša

¹ Međimursko veleučilište u Čakovcu,

Bana Josipa Jelačića 22a, 40000 Čakovec, Hrvatska

² studentica Međimorskog veleučilišta u Čakovcu

e-mail: ¹ trodiger@mev.hr

Sažetak: *U radu su opisani matematički modeli u gotičkoj arhitekturi. Prikazana je geometrija nacrtu lukova, rozeta, prozorskih ruža i oblikovanje linija najspecifičnijih za taj povijesni period. Proučavane su katedrale svetog Vida u Pragu, katedrala u Sevilli te Zagrebačka katedrala.*

Ključne riječi: *gotička arhitektura, matematički modeli, lukovi, rozete.*

Abstract: *The paper describes the mathematical models in gothic architecture, focusing especially on the geometry used in construction of arches, rosette windows, as well as geometrical lines typical of that period. The study was conducted on examples of the three famous cathedrals, in Prague, Seville and Zagreb.*

Key words: *gothic architecture, mathematical models, arches, rosette window.*

1. Uvod

Dva glavna ključa gotičke arhitekture su visina i svjetlost. Gotičke građevine su većinom više nego šire, a visina je naglašena tornjevima, šiljastim lukovima i stupovima. U katedralama su zidovi ukrašeni staklenim prozorima i vitrajima, kako bi unijeli svjetlost i boje u njih. Dva glavna simbola gotičke arhitekture su lukovi i rozete.

U mnogim gotičkim građevinama vodeći motiv bile su kružnice. Tu spadaju rozete koje su uglavnom ukrašene slojevima prstena ili manjim kružnicama omeđene većim krugovima. Da bi se ostvario gotički svod, trebalo je pronaći deskriptivnu geometriju, koja će nacrtana na tlu omogućiti ne samo interpretaciju volumena, ravnog ili zakrivljenog, već i međusobnu usklađenost pritisaka i potisaka.

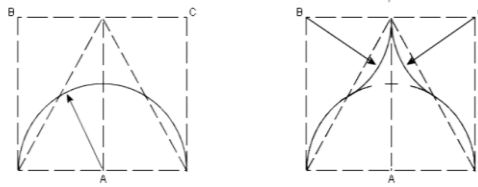
2. Lukovi

Glavno stilsko obilježje gotičke katedrale je šiljasti luk. Lukom je povezan svaki raspon u katedrali, od najmanjeg prozora do najvećih lukova svoda. Šiljasti svod ima i snažan psihološki utjecaj na čovjeka, djelujući tako da mu uzdiže pogled iz horizontalnog svijeta svakodnevnog života prema uzvišenom, nebeskom. Kao građevni elementi, lukovi su specifični po tome što su pretežito opterećeni tlakom. Glavna zadaća lukova je smanjenje momenta savijanja. Kvalitetan luk je onaj kod kojega moment savijanja ne postoji, već se ravnoteža sila ostvaruje tlačnim potiscima prema osloncima lukova.

Iako su još u Bizantu arhitekti koristili potkovasti, trolisni i šiljasti luk, prava konstrukcijska vrijednost luka u europskoj arhitekturi započinje u gotici kada se iskorištava šiljasti luk koji se preuzeo iz arapsko-maurske umjetnosti islamske Španjolske. U gotici se umjesto bačvastog svoda sačinjenog od polukružnih lukova počinju križati prelomljeni lukovi koji su, za razliku od polukružnih, mogli imati zajednički završetak u tjemenu. U križnom svodu svi pritisci se koncentriraju u unaprijed određenoj točki, stoga svodnu konstrukciju ne nose plohe zida, nego stupovi i lukovi. To je pridonijelo izjednačavanju dijelova, pa sva tri broda katedrale postaju jednako široki i visoki [1].

2.1. Konstruiranje gotičkih lukova

Dvostruko zaobljeni luk (Ogee luk)

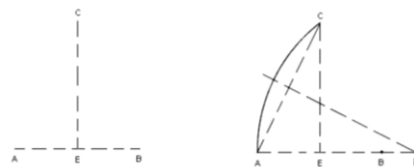


Slika 1. Konstruiranje dvostruko zaobljenog luka [4]

Konstruira se jednostranični trokut, te se nad osnovicom konstruira polukružnica.

Zatim se konstruiraju kružni lukovi sa središtima u B i C.

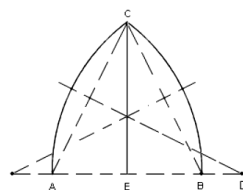
Šiljasti luk



Slika 2. Prvi korak konstruiranja šiljastog luka [2]

Konstruira se dužina AB te se okomito na polovište konstruira dužina jednake duljine CE.

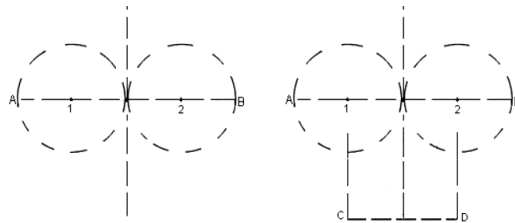
Konstruira se simetrala dužine AC. Sjecište te simetrale i pravca na kojem leže točke A i B označimo s D.



Slika 3. Drugi korak konstruiranja šiljastog luka [2]

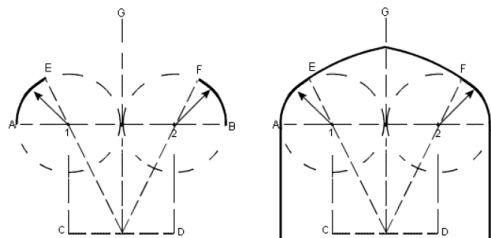
Konstruira se luk AC sa središtem u D. Na sličan način konstruiramo luk BC.

Tudorski (sedlasti) luk



Slika 4. Prvi korak konstruiranja tudorskog (sedlastog) luka [2]

Konstruira se dužina AB i simetrala dužine kako je prikazano, te se dužina podijeli na četiri jednaka dijela. Konstruiraju se dvije kružnice koje se dodiruju u polovištu dužina AB kako je prikazano na Slici 4.. Nakon toga, konstruira se kvadrat 1-C-D-2 kao što je prikazano.

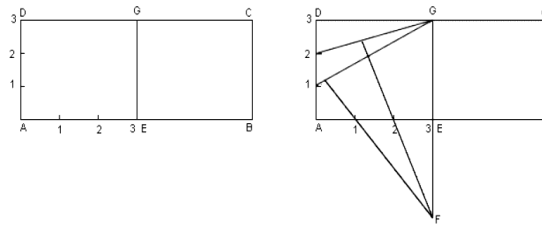


Slika 5. Drugi korak konstruiranja tudorskog (sedlastog) luka [2]

Spojnicom polovišta stranice CD kvadrata s točkom 1, odnosno 2 presiječe se kružnica sa središtem u točki 1, odnosno 2 te se na taj način dobije točka E, odnosno F. Dobivaju se lukovi AE i BF kako je prikazano na Slici 5.

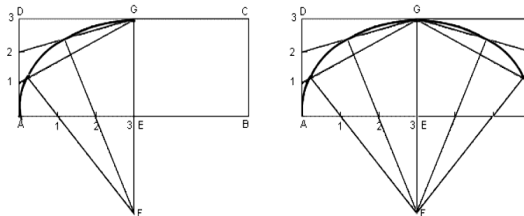
Da bi konstrukcija tudorskog luka bila potpuna nacrt se luk EG sa središtem u D i luk FG sa središtem u C.

Eliptični luk



Slika 6. Prvi korak konstruiranja eliptičnog luka [2]

Konstruiramo pravokutnik ABCD te mu upišemo elipsu.



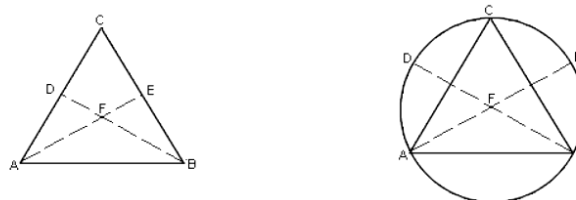
Slika 7. Drugi korak konstruiranja eliptičnog luka [2]

3. Rozete

Tipičan element za gotičku arhitekturu bila je rozeta, koja se postavljala iznad portala na reprezentativnoj fasadi objekta.

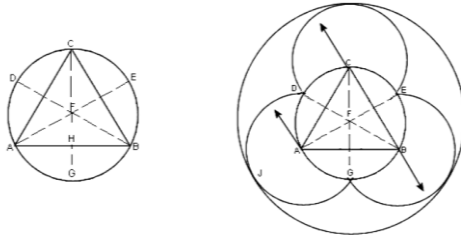
3.1 Konstruiranje gotičkih rozeta

Trolisna rozeta (trefoil)



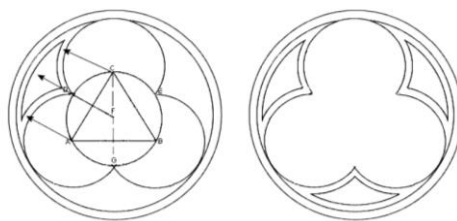
Slika 8. Prvi korak konstruiranja trolisne rozete [2]

Konstruira se jednakostraničan trokut, polovišta njegovih stranica AB, BC, i AC i njegova opisana kružnica. Spojnicama svakog polovišta s nasuprotnim vrhom presiječe se opisana kružnica te se na taj način dobivaju točke D, E i G kako je prikazano na Slici 9.



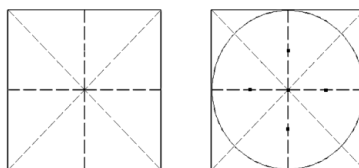
Slika 9. Drugi korak konstruiranja trolisne rozete [2]

Nakon toga, konstruiraju se tri kružnice sa središtima u A, B i C kako je prikazano na Slici 9.



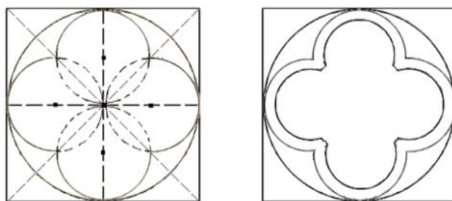
Slika 10. Treći korak konstruiranja trolisne rozete [2]

Četverolisna rozeta (quatrefoil)



Slika 11. Prvi korak konstruiranja četverolisne rozete [2]

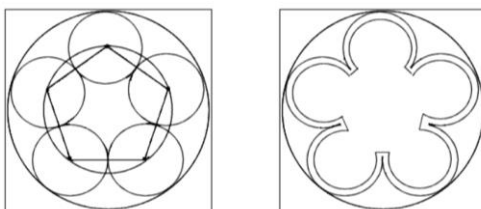
Konstruiramo kvadrat, te mu konstruiramo simetrale stranica. Te simetrale podijelimo na četiri jednaka dijela i konstruiramo kružnice kako je prikazano na Slici 12.



Slika 12. Drugi korak konstruiranja četverolisne rozete [2]

Peterolisna rozeta (cinquefoil)

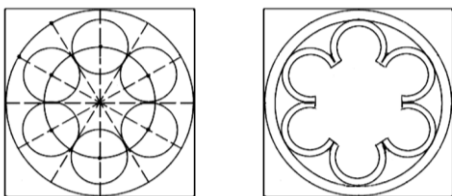
Konstruira se pravilan peterokut. Zatim se konstruiraju kružnice kojima su središta vrhovi peterokuta, a duljine polumjera polovina stranice peterokuta kako je prikazano na Slici 13.



Slika 13. Konstruiranje peterolisne rozete [2]

Šesterolisna rozeta (hexafoil)

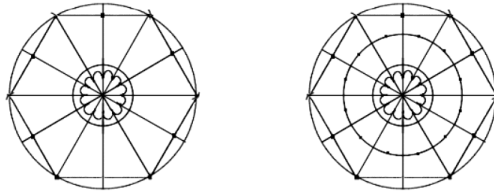
Konstruira se pravilan šesterokut i njemu opisana kružnica. Zatim se konstruiraju kružnice kojima su središta vrhovi šesterokuta, a duljine polumjera polovina stranice šesterokuta kako je prikazano na Slici 14.



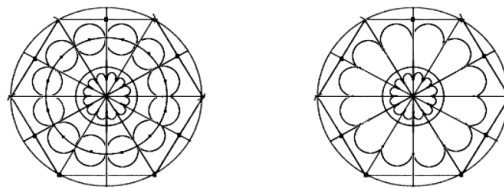
Slika 14. Konstruiranje šesterolisne rozete [2]

Prozorska ruža

Konstruira se pravilan šestokut i njemu opisana kružnica, te promjeri koji spajaju vrhove šesterokuta i promjeri koji leže na simetralama stranica šesterokuta. Konstruiraju se još dvije koncentrične kružnice kojima su polumjeri dvije trećine i jedna trećina polumjera opisane kružnice. Konstruiraju se kružni lukovi koji spajaju točke na promjerima koje su udaljene od središta za jednu četvrtinu polumjera kako je prikazano na Slici 15.

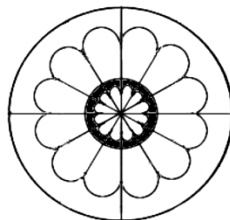


Slika 15. Prvi korak konstruiranja prozorske ruže [2]



Slika 16. Drugi korak konstruiranja prozorske ruže [2]

Središnju kružnicu promjeri dijele na dvanaest kružnih lukova. Nad svakim od tih kružnih lukova konstruiramo kružnice sa središtem u polovištu luka. Za kraj, obrišu se pomoćne linije kako je to prikazano na Slici 16.



Slika 13. Dovršena prozorska ruža [2]

4. Katedrala u Sevilli

Katedrala u Sevilli jedna je od izuzetnih crkava kršćanskog svijeta. To se odnosi na njezinu fizičku veličinu, kao i na kulturološku važnost kao spomenika kasnogotičke arhitekture u Španjolskoj. U tlocrtu je petobrodna crkva s bočnim kapelama, što znači da se apsida i transept ne protežu do vanjskih zidova, te je tako stvoreno masivno, kutijasto zdanje. Pobočni brodovi visoki su četrdeset metara, koliko i glavni brod.

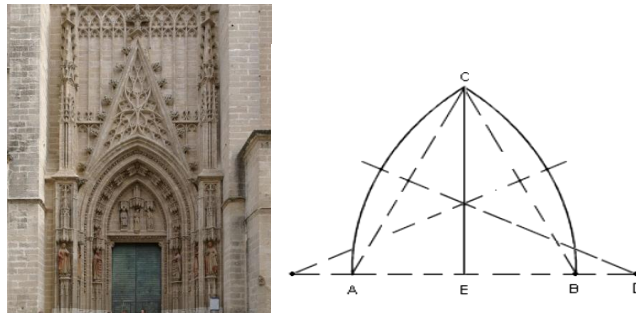
4.1. Matematički modeli u katedrali u Sevilli

Katedrala u Sevilli ima petnaestero vrata na četiri pročelja. Svaka od tih vratiju ukrašena su gotičkim elementima.

4.2. Zapadno pročelje

Vrata krstionice - *Portada del Bautismo*

Vrata krstionice krasi šiljasti luk.

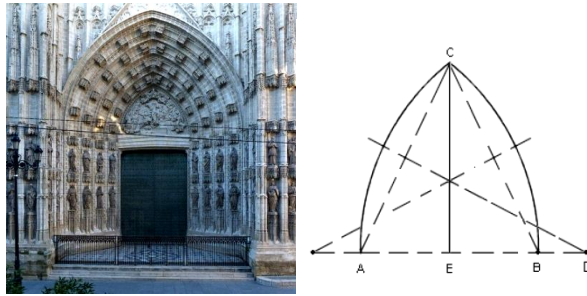


Slika 18. Vrata krstionice - Portada del Bautismo i nacrt šiljastog luka [2, 3]

Napravljena su u petnaestom stoljeću i dekorirana su slikama Isusa. To je gotički stil s naglašenim okvirnim lukovima ukrašenim šarama.

Glavna vrata - *Portada principal o de la Asunción*

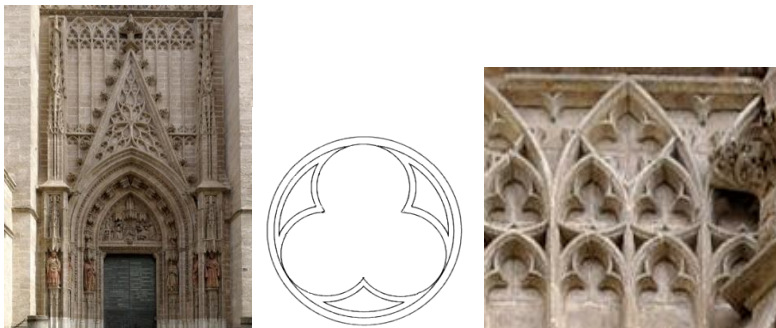
Glavna vrata također krasi šiljasti luk.



Slika 19. Glavna vrata- *Portada principal o de la Asunción* i nacrt šiljastog luka [2, 4]

Smještena su na sredini zapadnog pročelja.

Vrata svetog Miguela - *Portada de San Miguel*



Slika 20. Vrata svetog Miguela - *Portada de San Miguel* i primjer trolisne rozete [2, 5]

4.3. Južno pročelje

Vrata svetog Christophera - *Puerta de San Cristobal*

Rađena su od 1887. – 1895. godine. na južnoj poprečnoj lađi. Dizajnirana su i dovršena 1917. godine. Originalni dizajn arhitekta Demetria de los Riosa je iz 1866. godine. Također ih krasi šiljasti luk.



Slika 21. Vrata svetog Christophera - Puerta de San Cristobal [6]

4.4. Sjeverno pročelje

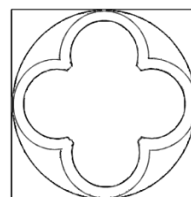
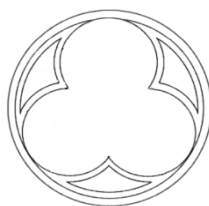
Vrata Bezgrešnoga začeca - *Puerta de la Concepción*

Nalaze se u Dvorištu naranča a otvorena su samo u dane festivala. Dovršena su 1895. godine te su, kao i ostatak katedrale, građena u gotičkom stilu.



Slika 22. Vrata bezgrešnog začeca - Puerta de la Concepción [7]

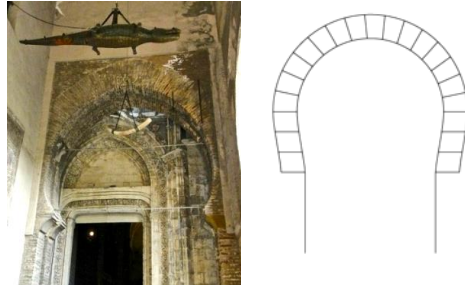
Također se na njima nalaze trolisne i četverolisne rozete, što se može vidjeti na slici.



Slika 14. Primjer trolisne i četverolisne rozete na Vratima bezgrešnog začeca [2, 8]

Vrata Guštera - *Puerta del Lagarto*

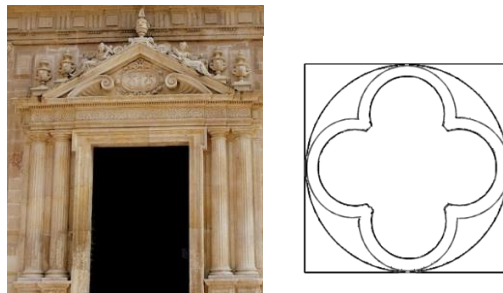
Također se nalaze u Dvorištu naranča, a ime su dobila zbog krokodila koji visi sa stropa. Vrata su specifična po tome što je luk potkovastog oblika.



Slika 24. Vrata Guštera - Puerta del Lagarto i primjer potkovaastog luka [9]

Vrata Utočišta - *Puerta del Sagrario*

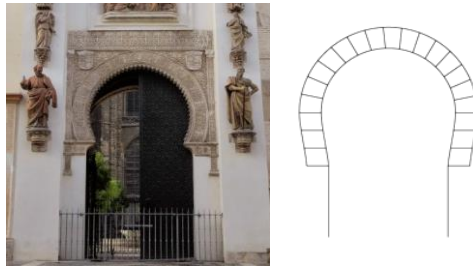
Ova vrata omogućavaju pristup utočištu. Detalji koji ukrašavaju vrata su četverolisne rozete.



Slika 25. Vrata Utočišta - Puerta del Sagrario i primjer četverolisne rozete [2, 10]

Vrata Praštanja - *Puerta del Perdón*

Vrata Praštanja nisu zapravo vrata katedrale. Pripadala su drevnoj džamiji i zadržala su potkovasti luk iz onog doba.

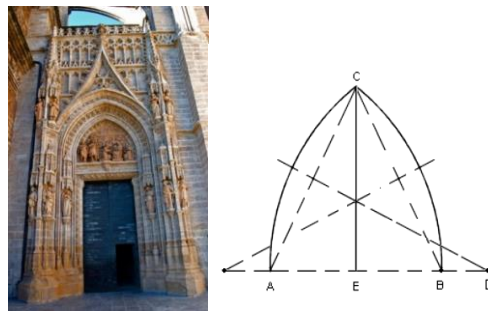


Slika 26. Vrata Praštanja - Puerta del Perdón i primjer potkovastog luka [11]

4.5. Istočno pročelje

Štapna vrata - Puerta de Palos

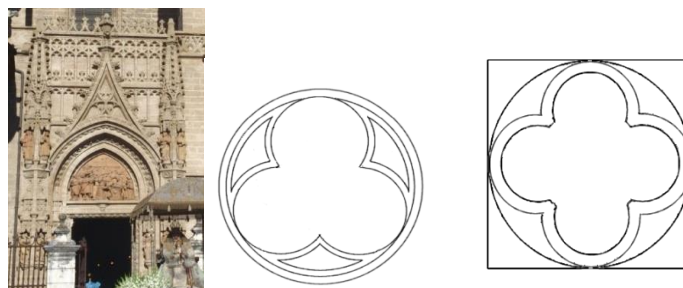
Dekorirana su skulpturama 1548. godine od Lope Marina. Dobila su ime zbog drvenih štapova koji odvajaju taj dio od ostatka katedrale. Imaju šiljasti luk, a krase ih trolisne i četverolisne rozete.



Slika 27. Štapna vrata - Puerta de Palos i primjer šiljastog luka [2, 12]

Vrata od Zvonaca - Puerta de Campanillas

Dobila su takvo ime jer su u vrijeme građenja katedrale tamo bila zvona da pozovu radnike. Kao i većinom sva druga vrata, krase ih trolisne i četverolisne rozete.



Slika 15. Vrata od Zvonaca - Puerta de Campanillas i primjer trolisne i četverolisne rozete [2, 13]

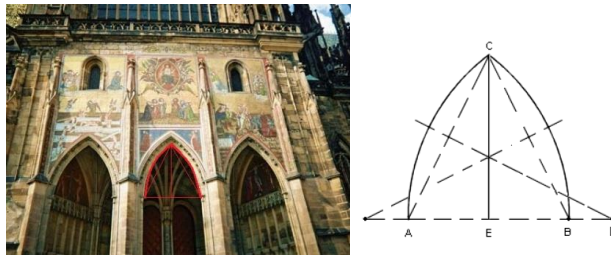
5. Katedrala svetog Vida u Pragu

Tijekom srednjega vijeka, odmah nakon Pariza, najvažniji grad u Europi bio je upravo Prag. Pod Karlom IV. razvija se carski dvor u Pragu u vodeći europski umjetnički centar, odakle se iz češkog prostora šire nova umjetnička strujanja. Trebalo je šeststo godina da se sagradi katedrala.

5.1. Matematički modeli u katedrali svetog Vida

Južno pročelje

Izgrađeno je u periodu od 1367. do 1368. g. i sastoji se od tri ulaza koja imaju klasičan oštri lučni oblik. Ono po čemu su posebni ovi portali je to što se unutar njih ne nalaze vrata i timpan, nego su oni potpuno prošupljeni poput arkada, a sama vrata su uvučena dublje u prostor katedrale.



Slika 29. Troja šuplja vrata u katedrali svetog Vida i primjer šiljastog luka [2, 14]

Kao i sve katedrale gotičkog stila i ova ima veliku rozetu na zapadnom pročelju.



Slika 30. Rozeta na katedrali svetog Vida [15]

Kao što se na slici vidi, rozeta se sastoji od mnogobrojnih detalja, između ostalog trolisna i četverolisna rozeta.

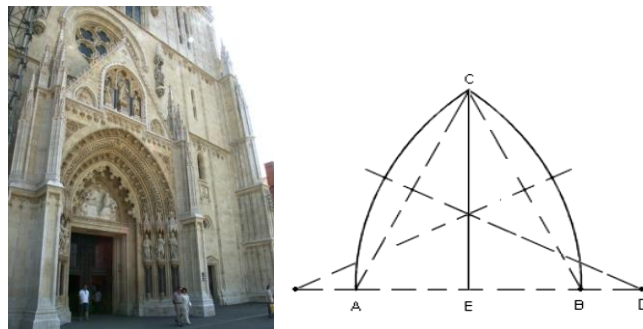
6. Zagrebačka katedrala

Katedrala Uznesenja Blažene Djevice Marije visoka je 105 metara i naša najznačajnija gotička građevina. Zagrebačka katedrala je najpoznatija hrvatska katedrala koja može primiti do pet tisuća ljudi, a dao ju je osnovati kralj Ladislav 1094. godine.

Ova katedrala zadržala je bazilikalni tlocrt, postigla prostornu cjelinu, bogatu velikim brojem uzdužnih brodova, poprečnim brodom (transeptom), znatno proširenim korom i višekutnom apsidom s radijalno raspoređenim kapelama. Brodovi su odvojeni nizom kamenih stupova. Rebra se spajaju u šiljaste lukove i tvore kostur, koji nosi svod i krovnište. Katedrala je izvana poduprta čvrstim potpornim stupovima (kontraforima) i potpornim lukovima zahvaljujući kojima ima stabilnost, a ujedno i dekorativna obilježja. Po dva visoka i šiljasta zvonika nalaze se na pročelju katedrale, kojima su naglašene dominacije vertikale u cijelom sustavu [19].

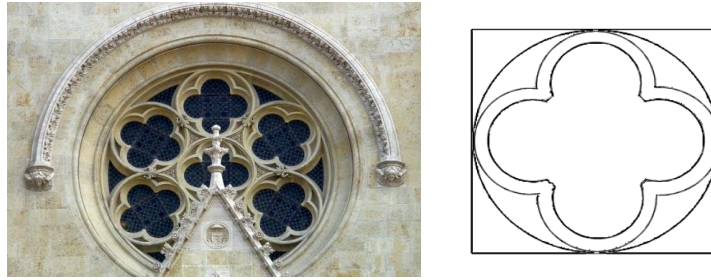
6.1. Matematički modeli u Zagrebačkoj katedrali

Vrata katedrale krase šiljasti luk.



Slika 31. Vrata katedrale u Zagrebu i primjer šiljastog luka [2, 16]

Iznad vrata, nalazi se rozeta promjera pet i pol metara, sačinjena od šest šesterolisnih rozeta.



Slika 32. Šesterolisna rozeta sa sedam četverolisnih elemenata [2, 17]

7. Zaključak

Gotičke katedrale idealan su primjer jake i čvrste konstrukcije. To su građevine koje stoje već petstotinjak godina, a većina ih je do danas čak i netaknuta i nerestaurirana.

Koristeći geometrijske konstrukcije, u ovom radu je objašnjen način na koji su se konstruirali lukovi i rozete tipični za gotičku arhitekturu.

Literatura

- [1] Marco Bussagli (2006). Arhitektura. Varaždin, Stanek
- [2] faculty.scf.edu/condorj/256/presentations/Gothic%20Constructions.pdf (20.04.2016.)
- [3] Sevillapedia.
[https://sevillapedia.wikanda.es/wiki/Puerta_del_Bautismo_de_la_Catedral_\(Sevilla\)](https://sevillapedia.wikanda.es/wiki/Puerta_del_Bautismo_de_la_Catedral_(Sevilla))
(18.04.2016.)
- [4] www.flickr.com/photos/mario_modesto/6007696887 (18.04.2016.)
- [5] [sevillapedia.wikanda.es/wiki/Puerta_del_Nacimiento_de_la_Catedral_\(Sevilla\)](http://sevillapedia.wikanda.es/wiki/Puerta_del_Nacimiento_de_la_Catedral_(Sevilla))
(18.04.2016.)
- [6] www.panoramio.com/photo/40350643 (18.04.2016.)
- [7] <http://www.activenews.ro/cultura/Catedrale-ce-puteau-fi-spitale-.-Episodul-2-Catedrala-din-Sevilla-cea-mai-mare-biserica-gotica-din-lume-131344> (18.04.2016.)

- [8] commons.wikimedia.org/wiki/File:Puerta_de_la_concepci%C3%B3n_001.jpg
(18.04.2016.)
- [9] es.noticias.yahoo.com/blogs/arte-secreto/por-que-cocodrilos-algunas-iglesias-083445590.html (18.04.2016.)
- [10] leyendasdesevilla.blogspot.hr/2011/03/visitando-la-catedral-viii-y-final.html,
(18.04.2016.)
- [11] Aznalfarache. aznalfarache.blogspot.hr/2014/09/el-encanto-de-sevilla-puerta-del-perdon.html, (18.04.2016.)
- [12] upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/1e/Puerta_de_palos_001.jpg,
(18.04.2016.)
- [13] www.panoramio.com/photo/89979800, (18.04.2016.)
- [14] Kralovska cesta. www.kralovskacesta.cz/en/tour/objects/cathedral-of-st-vitus-st-adalbert-and-st-wenceslas.html, (18.04.2016.)
- [15] photos.smugmug.com/DailyPhotos/HITD-DailyPhotos/izgM7jxt/2/L/Czech-Republic-Prague-Castle-St-Vitus-Cathedral-L.jpg, (18.04.2016.)
- [16] Zagrebačka katedrala, www.hkv.hr/reportae/lj-krinjar/3425-avlova-glava-u-zagrebakoj-katedrali-35.html, (4.06.2016.)
- [17] Portal Hrvatskog kulturnog vijeća. www.hkv.hr/reportae/lj-krinjar/3425-avlova-glava-u-zagrebakoj-katedrali-35.html, (18.04.2016.)