Oxford 2002.

Kakav prijemni ispit ima jedno od najpoznatijih svjetskih sveučilišta, možete vidjeti u novom nastavku rubrike PRIJEMNI ISPITI. Vjerujemo da će mnogi biti iznenađeni pitanjima. Ovaj *ispit* nije onaj klasični kakav postoji u Hrvatskoj. Osim što važnu ulogu imaju rezultati u prethodnom školovanju, postoji i razgovor sa samim kandidatom prije upisa, tako da ovaj prijemni *nije toliko presudan.* Ovaj pismeni ispit prolaze svi koji se žele upisati na neki od ovih smjerova: *matematika*, *računarstvo*, *matematika i računarstvo*, *matematika i filozofija* i *matematika i statistika.*

Osim razlike po programima, smjerovi se razlikuju i po trajanju. *Matematika* i *matematika i statistika* mogu trajati 3 godine (*BA* stupanj, prijedlog je da se u Hrvatskoj zove *prvostupnik*) ili 4 godine (*MMath* stupanj, što bi se u Hrvatskoj po prijedlogu trebalo zvati *magistar*). *Matematika i filozofija* traje 4 godine, dok *matematika i računarstvo* traje 3 godine.

Od studenata se očekuje da poznaju sa sljedeće gradivo:

Polinomi i elementarno poznavanje svojstava korijena polinoma, sustavi jednadžbi, determinante, aritmetički i geometrijski nizovi i redovi (konačni i beskonačni), indukcija, binomni razvoj, eksponencijalna i logaritamska funkcija, permutacije i kombinacije, nejednakosti i baratanje njima, kompleksni brojevi (uključujući geometrijski prikaz i Eulerovu formulu), elementarno poznavanje svojstava trokuta i kružnice, jednadžbe parabole, elipse i hiperbole, elementarno poznavanje odnosa pravaca i ravnina u prostoru, deriviranje i integriranje jednostavnih funkcija poput trigonometrijskih, logaritamskih i eksponencijalnih funkcija, prepoznavanje oblika krivulje iz njezine jednadžbe, jednostavne diferencijalne jednadžbe, Taylorovi redovi.

Kao što vidimo, gradivo koje se zahtijeva od novih studenata (*skoro*) se poklapa s programom srednje škole u Hrvatskoj. (Ne zaostajemo mnogo.)

Prijemni

Sam ispit traje $2\frac{1}{2}$ sata. Svaki točan odgovor u 1. pitanju vrijedi 4 boda; 2.,3.,4. i 5. zadatak vrijede po 15 bodova. Ima 5 pitanja koja ukupno donose 100 bodova. Zabranjeno je korištenje džepnih računala (*kalkulatora*) i tablica s formulama.

1. (a) Broj pozitivnih rješenja jednadžbe

$$x^3 + ax^2 - x + 2 = 0$$

je

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** ovisan o a

(b) Od sljedećih algebarskih izraza jedan nije točan:

(i) $yz(z-y) + zx(x-z) + xy(y-x) = (z-y)(x-z)(z-y)$

(ii) $yz(z-y) + zx(x-z) + xy(y-x) = (z-y)(z-x)(z-y)$

(iii) $yz(z+y) + zx(x+z) + xy(y+x) = (z+y)(z+x)(z+y)$.

Koja je od sljedećih izjava točna?

A. Samo identitet (i) je točan.

B. Samo identitet (ii) je točan.

C. Identiteti (ii) i (iii) su točni.

D. Svi identiteti su netočni

(c) Dijete ima slagalicu od 6 slova koja daju riječ MAMMAL. Koliko različitih *riječi* (koje ne moraju imati nikakvo značenje) može dijete složiti od tih 6 slova.

A. 6 **B.** 30 **C.** 60 **D.** 120

(d) Neka je $f(x) = e^{e^{e^x}}$. Vrijednost $f'(\ln 3)$ je

A. $3e^{e^3}$ **B.** $3e^{e^3+3}$ **C.** e^{3e+e^3} **D.** $9e^{e^3+1}$

(e) Koji od sljedećih integrala ima najveću vrijednost

A. $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \sin^2 x \cos x \, dx$

B. $\displaystyle\int_0^{\pi} \sin^2 x \cos x \, dx$

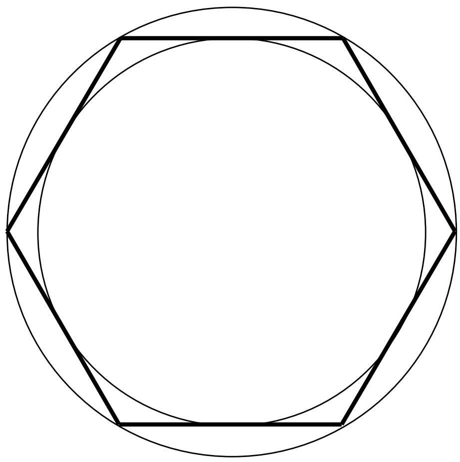
C. $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x \, dx$

D. $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \sin 2x \cos x \, dx$

(f) Primijetimo kako je $2^3 = 8$, $2^5 = 32$, $3^2 = 9$ i $3^3 = 27$. Iz toga možemo zaključiti kako je $\log_2 3$ u intervalu

A. $\langle 1\frac{1}{3}, 1\frac{1}{2} \rangle$ **B.** $\langle 1\frac{1}{2}, 1\frac{2}{3} \rangle$ **C.** $\langle 1\frac{2}{3}, 2 \rangle$ **D.** ništa od navedenog

(g) Slika pokazuje pravilan šesterokut s njemu opisanom i upisanom kružnicom. Koliki je omjer površina tih dviju kružnica?



A. $4:3$ **B.** $6:5$ **C.** $7:5$ **D.** $2:\sqrt{3}$

(h) Aris, Boris, Clarice i Doris moraju odlučiti tko će prati suđe. Odluku će donijeti pomoću šesterostrane (uobičajeno označene) kocke. Ako u prvom bacanju kocka pokaže 5 ili 6, Aris će prati suđe, u suprotnom će ponovo bacati kocku. Ako u drugom bacanju kocka pokaže 5 ili 6, Boris će prati suđe, u suprotnom bacaju ponovo. U trećem bacanju ako padne 5 ili 6, Clarice će prati suđe, u suprotnom će Doris prati suđe. Odredite tko je drugi po vjerojatnosti da će prati suđe?

A. Aris **B.** Boris **C.** Clarice **D.** Doris

(i) Dani su prirodni brojevi a, b, c, d takvi da vrijede točno dvije od ovih izjava

(i) $a \leq b < c \leq d$

(ii) $a + b = c + d$

(iii) $a = c$ i $b = d$

(iv) $ad = bc$.

Rečeno vam je kako (ii) i (iv) nije par istinitih izjava. Koje dvije izjave moraju biti istinite?

A. (i) i (ii) **B.** (i) i (iii) **C.** (i) i (iv) **D.** (iii) i (iv)

(j) Samo je jedan od sljedećih izraza jednak $\sin 5\alpha$ za sve vrijednosti α. Koji?
  A. $5\sin\alpha - 20\sin^3\alpha + 16\sin^5\alpha$
  B. $5\sin\alpha - 20\sin^3\alpha + 14\sin^5\alpha$
  C. $5\sin\alpha - 10\sin^2\alpha + 10\sin^3\alpha - 5\sin^4\alpha + \sin^5\alpha$
  D. $\sin\alpha - 5\sin^2\alpha + 10\sin^3\alpha - 10\sin^4\alpha + 5\sin^5\alpha$.

2. Jednakost

$$x^4 + Ax^2 + B = (x^2 + ax + b)(x^2 - ax + b)$$

vrijedi za sve vrijednosti x.

   (a) Izrazite A i B preko a i b.
   (b) Iskoristite (a) kako biste faktorizirali

$$x^4 - 20x^2 + 16$$

   kao umnožak dvaju polinoma drugog stupnja.
   (c) Dokaži da se rješenja jednadžbe

$$x^4 - 20x^2 + 16 = 0$$

   mogu zapisati u obliku $\pm\sqrt{7} \pm \sqrt{3}$.

3. Neka je

$$f(x) = \left(c - \frac{1}{c} - x\right)(4 - 3x^2),$$

gdje je c pozitivna konstanta, a x realan broj.

   (a) Pokaži da $f(x)$ ima jedan minimum i jedan maksimum.
   (b) Pokaži da je razlika vrijednosti $f(x)$ u ta dva ekstrema

$$\frac{4}{9}\left(c + \frac{1}{c}\right)^3.$$

   (c) Koja je najmanja vrijednost razlike u (ii), za $c > 0$.

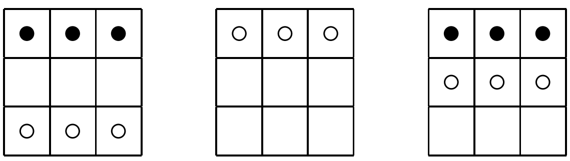
4. Apsolutna vrijednost $|x|$ definirana je kao

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{za } x \geq 0; \\ -x, & \text{za } x < 0. \end{cases}$$

Npr. $|5| = 5$, $|-3| = 3$.

   (a) Nacrtaj skicu skupa točaka (x, y) u prvom kvadrantu ($x \geq 0$, $y \geq 0$) koji zadovoljava jednadžbu $x + y = 1$.
   (b) Skiciraj skup točaka (x, y) u cijeloj $x - y$ ravnini koji zadovoljava $|x| + |y| = 1$.
   (c) Napiši jednadžbe pravaca kojima pripadaju dužine iz (ii).
   (d) Ako je $|x| + |y| = 1$, kolika je najveća, a kolika najmanja vrijednost $\sqrt{x^2 + y^2}$. U kojim se točkama (x, y) ona postiže?

5. Igra *šest žetona* igra se na ploči 3×3. Svaki od igrača, crni i bijeli, ima po 3 žetona (u svojoj boji) koji na početku stoje kao na prvoj slici. Bijeli je prvi na potezu, igrači naizmjence pomiču naprijed-natrag (↕ točno) jedan žeton na slobodno susjedno polje. (Igrači nikad ne pomiču žetone dijagonalno, sa strane (↔), niti ih uklanjaju sa ploče.)



(a) U lakšoj (*lite*) verziji igre bijeli igra bez crnog. Iz svoje uobičajene pozicije bijeli je došao u poziciju prikazanu na drugoj slici. Koliko različitih nizova poteza ima tako da bijeli dođe u tu poziciju ako je napravio

  (i) 6 poteza
  (ii) 7 poteza
  (iii) 8 poteza

Za dijelove (b) i (c) zadatka dovoljno je odgovoriti s da ili ne, ne traži se obrazloženje odgovora.
U pravoj igri bijeli i crni obojica igraju. Pobjeđuje onaj igrač koji *zarobi* protivničke žetone tako da se oni više ne mogu micati. Treća slika pokazuje primjer pobjede bijelog.

(b) (i) Je li moguće postići poziciju na trećoj slici?
  (ii) Može li crni doći do pobjede?
  (iii) Može li bijeli igrom osigurati da pobijedi ili da igra traje beskonačno?
  (iv) Može li crni igrom osigurati da pobijedi ili da igra traje beskonačno?

(c) U težoj verziji ploča ima oblik 4×4 i svaki igrač ima 4 žetona. Koji bi odgovori bili u tom slučaju na 4 pitanja pod (b)?

Osvrt

Čitatelj koji je proučio ovaj ispit može vidjeti kako pitanja nisu nužno vezana uz gradivo koje se uči u srednjoj školi. Neka pitanja, poput posljednjeg, nemaju nikakve veze s gradivom, a u nekim pitanjima se ispituju učenikove sposobnosti zaključivanja.

Cilj ovog ispita nije utvrđivanje znanja učenika, jer je to ranije već utvrđeno. Cilj je da odbor za prijem nakon razgovora s kandidatom vidi njegov način razmišljanja te na temelju njegovih rezultata u prethodnom školovanju odluči hoće li ga primiti ili ne. Pozivam čitatelje da pokušaju riješiti ove zadatke *standardnim metodama* i *metodama* o kojima smo govorili u prethodna dva broja.

Ispitko Matković

UPUTE I RJEŠENJA ĆEMO IZ TEHNIČKIH RAZLOGA OBJAVITI U SLJEDEĆEM BROJU.

FORMULA: KVADRATNI KORIJEN BROJA STANOVNIKA PODIJELJEN S ODREĐENIM FAKTOROM

Poljska najavila da je spremna na kompromis o sustavu glasovanja

BRUXELLES - U Bruxellesu je odjeknula vijest da je Poljska oprezno najavila da omekšava stajalište u vezi s Ustavom Europe. Svada između dva bloka zemalja, koje su s jedne strane predvodile Njemačka i Francuska, a s druge Poljska i Španjolska, u prosincu je, naime, blokirala donošenje Ustava. Zamjenik ministra vanjskih poslova Jan Truszczynski rekao je europskim parlamentarcima koji su bili u posjetu Sejmu da je njegova zemlja spremna na kompromis oko sustava glasanja. Naime, Poljska je inzistirala da se zadrži dogovor iz Nice, odnosno obvezujući Sporazum prema kojem bi Varšava imala mnogo veći utjecaj u bruxelleskim institucijama, nego da se prihvati način glasanja predložen u Ustavu. Ali, kompromis koji je iznijela Varšava mnogima je slabo razumljiv na prvi pogled. Poljska Vlada predlaže da se pravo na broj glasova jedne članice u bruxelleskim zajedničkim institucijama razmotri tako da se "uzme u obzir kvadratni korijen broja stanovništva svake zemlje i zatim podijeli s određenim faktorom". Prema Truszczynskom, to bi bilo povoljnije za male i srednje članice. Bez obzira na rezultat koji bi taj izračun dao, očito je da u Varšavi postoji politička volja za rješavanje problema, što stavlja pod upitnik argument starih članica da nove članice iz bivših socijalističkih zemalja nemaju "kulturu dijaloga" i da "ne razumiju što je to kompromis". **(I. S.)**

Poljski zamjenik ministra vanjskih poslova Jan Truszczynski

Dnevnik, 2. ožujka 2004.