# MATEMAGIČAR

Petar Mladinić, Zagreb

## DOMIŠLJATI MATEMAGIČARI: RJEŠAVANJE JEDNADŽBI

Prije džepnog računala i raznih softvera rješavanje jednadžbi i sustava jednadžbi od pamtivijeka je bio vrlo važan i zahtjevan posao. Matemagičari su se domišljali raznim postupcima kako bi uspješno riješili takve zahtjeve.

Danas možete na svoj „pametni" telefon instalirati, primjerice, programčić *Photomath* i skenirati iz knjige ili bilježnice zapis linearne jednadžbe. Istog trenutka na zaslonu telefona dobijete rješenje jednadžbe i sve korake rješavanja.


U ovom tekstu ilustrirat ćemo domišljatost matemagičara starog Babilona u rješavanju jednažbi.

### Linearna jednadžba i sustav linearnih jednadžbi

U sačuvanim zapisima iz vremena starog Babilona spominju se zadatci kojima su slični mnogi današnji zadatci školske matematike. Evo jednog takvog zadatka.

**Zadatak 1.** Za nepoznatu duljinu i visinu pravokutnika vrijedi da je zbroj duljine i visine jednak 10, a duljine i četvrtine visine jednak je 7. Izračunajte duljinu i visinu pravokutnika.

Matemagičari su „smislili" sljedeće upute:

**1.** Pomnožite 7 brojem 4: $7 \cdot 4 = 28$

**2.** Od dobivenog umnoška oduzmite zbroj duljine i visine: $28 - 10 = 18$.

**3.** Nađite trećinu dobivene razlike: $18 \cdot \frac{1}{3} = 6$.

Dobiveni broj je duljina pravokutnika.

**4.** Od zbroja duljine i visine oduzmite dobivenu duljinu: $10 - 6 = 4$.

Dobivena razlika je visina pravokutnika.

Provjera pokazuje da su 6 i 4 rješenje zadatka.

Razjasnimo pozadinu ovih uputa. Zadatak definira sljedeći sustav jednadžbi gdje su korištene oznake *duljina* = $d$ i *visina* = $v$:

$$\begin{cases} d+\frac{1}{4}v = 7, & (1) \\ d+v = 10. & (2) \end{cases}$$

Jednakost (1) pomnožimo brojem 4. Dobivamo sustav

$$\begin{cases} 4d+v = 7\cdot 4, & (3) \\ d+v = 10. & (4) \end{cases}$$

Oduzmimo (3) – (4). Dobivamo

$$3d = 18. \quad (5)$$

Odavde je $d = 6$, a uvrštavanjem u (2) dobiva se da je $v = 4$.

(Pitanje: Kako danas nazivamo ovu metodu kojom nakon oduzimanja „nestane" jedna nepoznanica?)

## Kvadratna jednadžba

Sljedeći problem nešto je složeniji.

**Zadatak 2.** Nađite dva broja čiji je zbroj jednak 14, a umnožak 45.

Stari su matemagičari zamislili da je jedan od tih brojeva jednak $7 + x$, a drugi $7 - x$.

Pozadinu upute kako to riješiti razjasnimo današnjim zapisivanjem računa.

Pomnožimo ta dva broja. Dobivamo

$$(7 + x)(7 - x) = 45,$$

odnosno

$$49 - x^2 = 45.$$

Odavde je

$$x^2 = 4,$$

tj.

$$x = 2.$$

(Stari matemagičari nisu poznavali negativne brojeve, pa je $x = 2$ za njih bilo i jedino rješenje jednadžbe.)

Dakle, prvi je broj 9, a drugi 5.

Problem iz zadatka 1. može se svesti na rješavanje kvadratne jednadžbe.

Dakle, ako su nepoznata duljina i širina pravokutnika $x$ i $y$, onda dobivamo sustav

$$\begin{cases} x + y = 14 \\ x \cdot y = 45 \end{cases}$$

Iz prve jednadžbe izračunamo $y = 14 - x$ i uvrstimo u drugu jednadžbu sustava. Dobit ćemo kvadratnu jednadžbu $x^2 - 14x + 45 = 0$.

Rješavanje ove kvadratne jednadžbe zahtjevniji je posao od rješavanja u zadatku 1.

S dva sljedeća zadatka ilustrirajmo kako su matemagičari rješavali kvadratne jednadžbe.

**Zadatak 3.** Riješite jednadžbu $x^2 + 6x = 16$.

Stari su matemagičari ovaj zapis, u današnjoj notaciji, pisali kao

$$x(x + 6) = 16,$$

a onda su zaključili da je $x + 6 = y$ novi nepoznati broj. Dakle, problem kvadratne jednadžbe transformirali su u rješavanje sustava jednadžbi

$$\begin{cases} y - x = 6 \\ x \cdot y = 16 \end{cases}$$

i primijenili metodu iz zadatka 2.

Neka su $y = a + 3$ i $x = a - 3$.

Odavde slijedi da je

$$(a + 3)\,(a - 3) = 16,$$

odnosno

$$a^2 - 9 = 16,$$

tj.

$$a = 5.$$

Dakle, rješenje jednadžbe jednako je $x = 2$.

Razmotrimo kako su rješavali kvadratne jednadžbe čiji je vodeći koeficijent (koeficijent uz nepoznanicu $x^2$) različit od 1.

**Zadatak 4.** Riješite jednadžbu $7x^2 + 6x = 1$.

Pomnožimo ovu jednadžbu brojem 7.

Dobivamo

$$49x^2 + 6 \cdot 7x = 7,$$

odnosno

$$(7x)^2 + 6 \cdot (7x) = 7.$$

Neka je $y = 7x$.

Uvrštavanjem ove supstitucije problem se svodi na rješavanje kvadratne jednadžbe

$$y^2 + 6y = 7.$$

Rješenje ove jednadžbe je $y = 1$, a početne $x = \frac{1}{7}$.

I na kraju, evo nekoliko zadataka kako biste njihovim rješavanjem metodama starih matemagičara mogli provjeriti njihovu domišljatost.

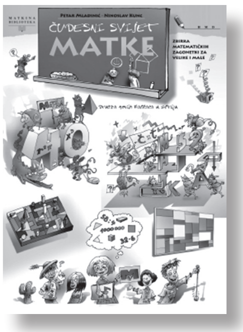
## Zadatci

**1.** Zbroj duljine i širine pravokutnika jednak je 35, a zbroj duljine i petine širine jednak je 23. Koliko iznose duljina i širina pravokutnika?

**2.** Nađite dva broja čiji je zbroj jednak 100, a umnožak 2275.

**3.** Riješite jednadžbe: a) $x^2 + 10x = 264$, b) $x^2 + 5x = 126$,

**4.** Riješite jednadžbe: a) $9x^2 + 8x - 1179 = 0$, b) $3x^2 + 60x = 375$,




### Nova knjiga Matkine biblioteke *Čudesni svijet Matke*

Ovih dana iz tiska stiže nova knjiga Matkine biblioteke – Čudesni svijet ***Matke*** – zbirka matematičkih zagonetki za velike i male. Knjiga je osmišljena kao zgode i mozgalice skupine učenika u jednoj školi. Zamisli Petra Mladinića oslikao je i likove „oživio" Ninoslav Kunc. Knjiga stripova ***Čudesni svijet Matke*** obuhvaća izbor zadataka/stripova objavljenih u Matki od 46. do 100. broja i ona je prirodni nastavak objavljene knjige ***Zgode i mozgalice družbe Matkači*** koju je ilustrirala Zrinka Ostović.

Ante, Ivan, Luka, Jurica i Danica učenici su jedne škole i glavni su likovi ove priče. Slični su djevojčicama i dječacima u nama i oko nas. Dobri su prijatelji, sportaši i štreberi, mangupi i intelektualci. I stalno im se događaju neke zanimljive zgode. A ako im se i ne dogode, sami ih smišljaju i izmišljaju, i tako im nikad nije dosadno. Uz njih ćemo upoznati i još neke učenike iz razreda: Krešimira, Vinka, Tomislava, Petra; profesore Matka i Eugena; susjeda Martina; trgovce Marka i Anu; Antinu baku Maricu i djeda Antu; podvornika Jožu...

Sigurno ćete zajedno s njima uspjeti riješiti sve matematičke probleme, a možda i sami smisliti neke nove zadatke za neku drugu priču.