

# Proračun armiranobetonskih greda na poprečne sile

Ivan Tomičić

## Ključne riječi

armiranobetonska greda, poprečna sila, standardna metoda, EN 1992-1-1, metoda slobodnog odabira nagiba tlačnih štapova

## Key words

reinforced-concrete beam, transverse force, standard method, EN 1992-1-1, method with free selection of compressive member inclination angle

## Mots clés

poutre en béton armé, force transversale, méthode standard, EN 1992-1-1, méthode de sélection libre de l'angle d'inclinaison du membre de compression

## Ключевые слова

железобетонная балка, поперечная сила, стандартный метод, EN 1992-1-1, метод свободного выбора наклона стержней под давлением

## Schlüsselworte

Stahlbetonbalken, Querkraft, Standardverfahren, EN 1992-1-1, Methode der freien Auswahl der Druckstabneigung

I. Tomičić

## Proračun armiranobetonskih greda na poprečne sile

Prikazan je postupak proračun greda pravokutnog poprečnog presjeka, a također i greda T-presjeka na djelovanje poprečne sile prema najnovijim istraživanjima i postavkama standardne metode. U članku se nakon obrazloženih analiza predlaže da se, uz metodu slobodnog odabira nagiba tlačnih štapova u sklopu europske norme EN 1992-1-1, u nacionalnom dodatku dopusti i alternativna standarda metoda. Rezultati u radu prikazanog primjera dokazuju opravdanost navedenog prijedloga.

I. Tomičić

## Analysis of reinforced-concrete beams subjected to transverse force

The procedure for analyzing rectangular and T section beams subjected to transverse force, based on latest research and standard method provisions, is presented. After explanation of analyses used, the author recommends that an alternative standard method be allowed in national appendix, in addition to free selection of compressive member inclination angle as presented in the European Standard EN 1992-1-1. The results obtained in the example presented in this paper show that this recommendation is highly justified.

I. Tomičić

## L'analyse des poutres en béton armé soumises à la force transversale

Le procédé pour l'analyse des poutres rectangulaires et en T soumises à la force transversale, basé sur les recherches récentes et les dispositions de la méthode standard, est présenté. Après l'explication des analyses utilisées, l'auteur recommande l'utilisation d'une méthode standard alternative dans l'appendice national, en plus de la sélection libre de l'angle d'inclinaison du membre de compression présentée dans la norme européenne EN 1992-1-1. Les résultats obtenus dans l'exemple présenté dans l'ouvrage montrent que cette recommandation est bien fondée.

И. Томичич

## Расчёт железобетонных балок на поперечные силы

В работе показан способ расчёта балок прямоугольного сечения, а также и балок T-сечения на действие поперечной силы согласно новейшим исследованиям и положениям стандартного метода. В статье после обоснованных анализов предлагается что, при введении метода свободного выбора наклона стержней под давлением в составе европейской нормы EN 92-1-1, в Национальном дополнении допускается и альтернативный стандартный метод. Результаты в работе показанного примера доказывают оправданность приведённого предложения.

I. Tomičić

## Berechnung von Stahlbetonbalken für Querkräfte

Dargestellt ist ein Verfahren für die Berechnung von Balken mit Rechteckquerschnitt sowie auch von Balken mit T-Querschnitt für die Einwirkung der Querkraft nach den neuesten Forschungen und den Leitsätzen des Standardverfahrens. Im Artikel wird nach begründeten Analysen vorgeschlagen dass, neben der Methode der freien Auswahl der Neigung der Druckstäbe im Rahmen der europäischen Norm EN 1992-1-1, im Nationalanhang die alternative Standardmethode zugelassen wird. Die Ergebnisse des im Artikel dargestellten Beispiels beweisen die Berechtigung dieses Vorschlags.

Pregledni rad

Subject review

Ouvrage de synthèse

Обзорная работа

Übersichtsarbeit

Autor: Prof. emer. dr. sc. **Ivan Tomičić**, dipl. ing. građ., Vramčeva 21, Zagreb

## 1 Uvod

Za proračun armiranobetonskih greda napreznih poprečnim silama primjenjuju se dvije metode: *Normirani postupak* ili pod drugim nazivom *Standardna metoda* te *Metoda slobodnog izbora nagiba tlačnih štapova*.

Prema Pravilniku za beton i armirani beton (PBAB) [1], švicarskim propisima (SIA) i DIN normama primjenjuje se, ili se je primjenjivala, kombinacija ovih dviju metoda, s reduciranom nosivošću betona i drugih faktora za poprečne sile, ovisno o veličini posmičnih naprezanja. Kut nagiba tlačnih štapova bira se u granicama  $25^\circ \leq \Theta \leq 55^\circ$ . Sličan postupak primjenjuje se i za proračun na moment torzije te na proboj ploča. Sve to, bez promjene, prihvaćeno je Tehničkim propisom za betonske konstrukcije [2].

Prema Američkim ACI pravilima [3] primjenjuje se standardna metoda, što znači da se rabi doprinos betona i drugih faktora, te primjenjuje kut nagiba tlačnih štapova od  $45^\circ$ . Doprinos betona ne uzima se u obzir pri proračunu na torziju, ali se rabi pri provjeri proboja ploča.

Proračunom elemenata na poprečne sile prema Europskoj prednormi (ENV 1992-1-1 [4]) predlažu se obje navedene metode, dok se pri proračunu na moment torzije predviđa uporaba samo metode slobodnog izbora tlačnih štapova. Pri proračunu na proboj ploča dopušta se uporaba doprinosa nosivosti betona i drugih faktora.

Europskom normom EN 1992-1-1 [5], koja je već postala aktualna u Europi, uz nacionalne se propise predviđa primjena samo metode slobodnog odabira nagiba tlačnih štapova. Nije poznat razlog izostavljanja standardne metode, ali joj se, navodno, zamjera da nema teorijsku podlogu. Međutim, pri proračunu ploča na proboj, zadržana je jedna vrsta standardne metode po kojoj se doprinos betona i drugih faktora dopušta uzimati u iznosu od 75 % pune vrijednosti. Pri proračunu na torziju, jednako kao prema ENV 1992, izostavljen je doprinos betona i drugih faktora.

Najnovija istraživanja nosivosti betona i drugih faktora greda pravokutnog i T-presjeka, napreznih poprečnim silama, obavili su Zararis i drugi [6, 7], s ciljem da se standardna metoda i teorijski podrži i poboljša kod primjene na grede T-presjeka.

Kako je standardna metoda temeljena na velikom broju svjetskih istraživanja, pa i naših, u praksi potvrđena i gospodarski opravdana, a u svijetu još uvijek aktualna, ovdje će se prikazati rezultati prethodno navedenih istraživanja te prijedlog proračuna doprinosa betona i drugih faktora, s prijedlogom da se standardna metoda u nas uvede Nacionalnim dodatkom koji je inače dužna učiniti svaka država koja prihvaća europske norme radi davanja specifičnih podataka, alternativnih postupaka, vrijednosnih parametara i razreda gradiva.

## 2 Istraživanja i rezultati ispitivanja

Istraživanja nosivosti betona i drugih faktora na posmično naprezanje, izazvano poprečnim silama, greda pravokutnih presjeka bilo je više u proteklim godinama. To su bila uglavnom eksperimentalna istraživanja na osnovi kojih se došlo do izraza za proračun doprinosa betona i drugih faktora. Već u početku te su se formule počele primjenjivati i za grede T-presjeka, premda se znalo, iz rezultata ispitivanja, da takve grede pružaju veći otpor djelovanju poprečnih sila, odnosno da je proračun na strani sigurnosti. Prijedlozi istraživača za proračun nosivosti betona i drugih faktora prihvaćeni su u gotovo svim zemljama nacionalnim normama te se, uglavnom, i danas primjenjuju.

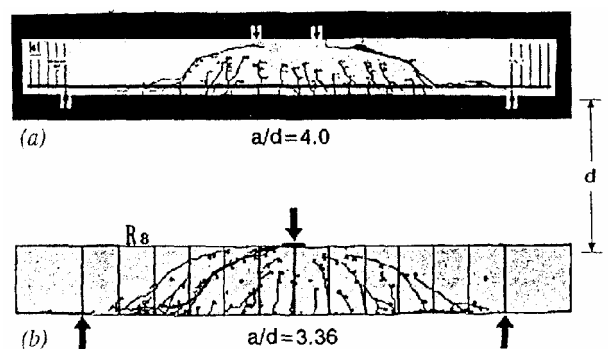
Najnovija istraživanja [6, 7] išla su za tim da se teorijskim putem odredi nosivost betona i drugih faktora na poprečne sile pravokutnih greda i T-presjeka. Autori su postavili jednostavne izraze za određivanje nosivosti greda takvih presjeka koji su zbroj nosivosti grede bez poprečne armature i one s poprečnom armaturom (Standardna metoda). Pri tome su primjenjivali rezultate vlastitih ispitivanja, ali i drugih autora. Postavljena se teorija odnosi na grede:

- opterećene pretežito koncentriranim silama i one kod kojih se može definirati posmična vitkost u području  $a/d > 2,5$  ( $a$ -udaljenost sile od ležaja,  $d$ -djelotvorna visina)
- koje zadovoljavaju uvjet najmanje poprečne armature radi sprječavanja krhkoga dijagonalnog sloma
- pravokutnog presjeka, kao i za one T-presjeka, s tim da se za njih uvodi efektivna širina tlačnog područja.

### 2.1 Posmična nosivost pravokutnih greda

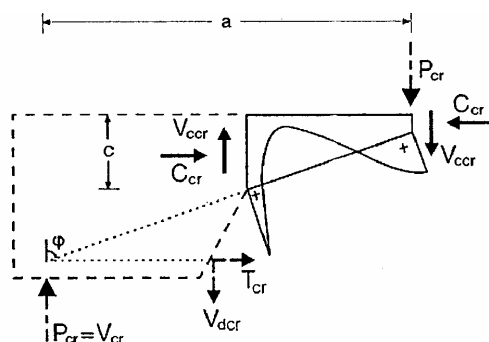
#### 2.1.1 Grede bez poprečne armature

Za teorijsko određivanje nosivosti greda na poprečne sile autori su primjenjivali model dijagonalnog sloma (slika 1.). Pukotina sloma ima dvije grane. Prva je grana



Slika 1. Konačna slika raspucavanja: a) pravokutna greda bez spona; b) pravokutna greda sa sponama

u početku blago, a dalje uobičajeno nagnuta do visine pukotina od savijanja, a druga se na nju nastavlja i usmjerava kroz tlačno područje grede prema točki opterećenja po pravcu koji spaja tu točku i os ležaja (slika 2.).



Slika 2. Raspodjela normalnih napreznja uzduž druge grane

Potpuni se slom događa nakon formiranja druge grane cijepanjem i kalanjem betona u tlačnom području koje je u skladu s raspodjelom uravnoteženog napreznja okomitog na površinu cijepanja.

Rezultat eksperimentalnog i teorijskog istraživanja Zararisa [6, 7] jednostavan je izraz za poprečnu silu sloma  $V_{cr} = (c/d) \cdot f_{ct} \cdot b_w \cdot d$  grede bez poprečne armature, odnosno posmično napreznje  $v_{cr} = V_{cr}/(b_w \cdot d)$ , pojavom druge dijagonalne grane uzduž kritične pukotine. Problem učinkovitosti riješen je uvođenjem korekcijskog faktora pa slijedi:

$$V_{cr} = \left(1,2 - 0,2 \frac{a}{d} \cdot d\right) \frac{c}{d} \cdot f_{ct} \cdot b_w \cdot d \quad (1)$$

s tim da bude zadovoljeno da je:

$$1,2 - 0,2 \frac{a}{d} \cdot d \geq 0,65 \quad (d \text{ u metrima}) \quad (2)$$

gdje je:

$c$  - visina tlačnog područja (položaj neutralne osi)

$d$  - statička (djelotvorna) visina presjeka grede

$f_{ct}$  - vlačna čvrstoća cijepanja

$b_w$  - širina grede

$a$  - posmični raspon ( $a/d$ -posmična vitkost).

*Napomena:* Oznake i simboli su u skladu s ACI-pravilima. Nisu primijenjeni koeficijenti sigurnosti.

Visinu tlačnog područja može se odrediti primjenom kvadratne jednadžbe:

$$\left(\frac{c}{d}\right)^2 + 600 \frac{\rho + \rho'}{f_c} \cdot \frac{c}{d} - 600 \frac{\rho + (d'/d)\rho'}{f_c} = 0 \quad (3)$$

gdje je:

$f_c$  - tlačna čvrstoća betona ( $\text{N/mm}^2$ )

$\rho = A_s/(b_w \cdot d)$  - koeficijent armiranja glavnom vlačnom armaturom

$\rho' = A'_s/(b_w \cdot d)$  - koeficijent armiranja tlačnog područja

$d'$  - udaljenost težišta tlačne armature od tlačnog ruba betona.

Vlačna čvrstoća cijepanja dobiva se ispitivanjem, a kada to nije načinjeno, može se proračunati izrazom:

$$f_{ct} = 0,30 f_c^{2/3} \quad (4)$$

Rezultati dobiveni ovim izrazom dobro se podudaraju s onima dobivenim ispitivanjem valjaka cijepanjem.

(*Napomena:* U EN 1992-1-1,  $f_{ct}$  je vlačna čvrstoća pri centričnom vlaklu, a  $f_{ct,sp}$  je vlačna čvrstoća cijepanja).

### 2.1.2 Greda s poprečnom armaturom

Slika raspucavanja grede sa sponama slična je onoj grede bez poprečne armature, pa su i kritične pukotine, sastavljene od dviju grana, takvih greda slične, a za slučaj jednakog opterećenja.

Do formiranja druge pukotine, djelotvornost spona je zanemariva. Nakon otvaranja druge grane, spona postupno prihvaćaju napreznja te time pridonose nosivosti grede na poprečne sile veličinom  $V_s$ .

Raspodjela normalnih napreznja uzduž druge grane također je sličnog oblika kao grede bez poprečne armature (slika 2.). Iz ovog proizlazi da je u početku raspucavanja druge grane poprečna sila nosivosti, na početku i kraju druge grane, ista  $V_{ccr}$  kao i tlačne sile  $C_{cr}$ . Na toj slici vidi se da je uz vlačnu silu u glavnoj armaturi  $T_{cr}$  pridodana i poprečna sila  $V_{dcr}$ , pa je poprečna sila nosivosti na početku druge grane jednaka zbroju pojedinačnih sila ( $V_{cr} = V_{ccr} + V_{dcr}$ ). Osim toga postupno raste otpor glavne uzdužne armature presijecanju  $\Delta V_d$ , pa iz uvjeta ravnoteže, granične poprečne sile od djelovanja  $V_u$  u dijagonalnoj pukotini i sila otpora, slijedi izraz:

$$V_u = V_{cr} + V_s + \Delta V_d \quad (5)$$

U kritičnoj pukotini bitnu izdržljivost pružaju spona dostizanjem granice popuštanja. Međutim to nije dovoljno, pa će do sloma doći kada poprečna sila otpora presijecanju  $V_d$  uzdužne armature izazove cijepanje i odlamanje zaštitnog sloja, što se vidi na slici 1. To oštećenje znak je gubitka sile nosivosti  $V_d$  ( $V_d = V_{dcr} + \Delta V_d$ ), a posljedica je slom grede.

Doprinos nosivosti na poprečne sile otporom presijecanju može se aproksimirati veličinom  $0,5 \rho_v f_{yv} b_w d$ .

Osim toga, sile u sponama uzduž kritične dijagonalne pukotine mogu se približno proračunati izrazom:

$$V_s = 0,25 (a/d) \rho_v f_{yv} b_w d.$$

Kada se superponiraju nosivosti za  $\Delta V_d$  i  $V_s$ , jednadžba (5) poprima oblik:

$$V_u = V_{cr} + (0,5 + 0,25 a/d) \rho_v f_{yv} b_w d \quad (6)$$

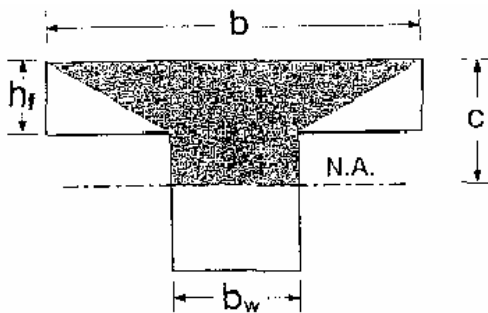
gdje je:

- $\rho_v = A_v / (b_w \cdot s)$  - koeficijent armiranja poprečnom armaturom  
 $A_v$  - ploština poprečne armature na razmaku "s"  
 $f_{yv}$  - granica popuštanja poprečne armature  
 $V_{cr}$  - nosivost na poprečne sile dijagonalnog vlačnog raspucavanja, a jednaka je nosivosti grede na poprečne sile bez poprečne armature (1).

## 2.2 Posmična nosivost grede T-presjeka

### 2.2.1 Grede T-presjeka bez poprečne armature

Eksperimentalna su istraživanja pokazala da se slika raspucavanja grede T-presjeka ne razlikuju bitno od one pravokutnih greda. Dijagonalna kritična pukotina, također, sadrži dvije grane, s tim što prva grana završava više u gredi, a druga prelaskom na pojas širi se po tlačnom području do širine pojasa "b" i ima smjer od opterećene točke prema točki podupiranja (ležaj). Isto tako, slom grede T-presjeka bez poprečne armature, uzrokovani cijepanjem i kalanjem tlačnog područja, događa se pri formiranju druge grane kritične dijagonalne pukotine u skladu s distribucijom normalnih naprezanja uzduž ravnine cijepanja, slično slomu pravokutnih greda (slika 2.). Valja istaknuti da širina tlačnog područja grede T-presjeka, gdje se događa cijepanje, nije konstantna kao kod pravokutnih greda, već se mijenja od širine hrpta  $b_w$  do širine "b" pojasa, približno linearno (slika 3.).



Slika 3. Poprečni presjek T-grede s osjenčanim dijelom potencijalnog razvoja djelotvorne širine

Uzimanjem u obzir vjerojatnost cijepanja u nagibu uzduž tlačnog područja, moguće je razmatranje cijepanja betona po širinama proporcionalnih presjeku grede, približno onima osjenčanog presjeka na slici 3.

Za određivanje djelotvorne širine grede T-presjeka  $b_{ef} = A/c$  ( $A$ -osjenčana ploština dijela poprečnog presjeka,  $c$ -visina tlačnog područja) predlaže se izraz:

$$b_{ef} = b_w \left[ 1 + 0,5 \frac{h_f}{d} \left( \frac{b}{b_w} - 1 \right) / \frac{c}{d} \right] \quad (7)$$

gdje je  $h_f$  debljina pojasa T-presjeka.

Posmična nosivost grede T-presjeka može se sada odrediti tako da se u izrazu (1) širina pravokutne grede  $b_w$  zamijeni djelotvornom širinom grede T-presjeka bez poprečne armature. Zbog toga što se slom cijepanjem događa u tlačnom području, učinak izmjera presjeka je sličan, a korekcijski faktor isti kao kod grede pravokutnog presjeka. U skladu s rečenim, posmična nosivost grede T-presjeka bit će:

$$V_{cr} = \left( 1,2 - 0,2 \frac{a}{d} \right) \frac{c}{d} f_{ct} \cdot b_{ef} \cdot d, \quad (8)$$

s tim da korekcijski faktor zadovolji uvjet:

$$1,2 - 0,2 \frac{a}{d} \geq 0,65 \quad (d \text{ u metrima}).$$

Visina tlačnog područja u izrazu (8), a u skladu sa slikom 3., dobije se rješenjem kvadratne jednadžbe:

$$\left( \frac{c}{d} \right)^2 + \left[ 1,5 \frac{h_f}{d} \left( \frac{b}{b_w} - 1 \right) + 600 \frac{\rho + \rho'}{f_c'} \right] \frac{c}{d} - 600 \frac{\rho + (d'/d) \cdot \rho'}{f_c'} = 0 \quad (9)$$

Značenje pojedinih oznaka dano je uz izraz (3).

### 2.2.2 Grede T-presjeka s poprečnom armaturom (sponama)

Događaj sloma grede T-presjeka jednak je onomu pravokutne grede. To se zbiva kada poprečna sila otpora presijecanju glavne uzdužne armature  $V_d$  dostigne nosivost, a naprezanje u sponama dostiže granicu popuštanja, što rezultira horizontalnom cijepanju i odlamanju zaštitnog sloja betona uzduž glavne armature. Posljedica toga je posmični slom grede T-presjeka.

Slijedom iste analize primijenjene kod pravokutnih greda, izveden je izraz za posmičnu nosivost grede T-presjeka. Primijenjena je superpozicija poprečne sile nosivosti  $V_{cr}$  grede T-presjeka bez poprečne armature te zbroja poprečne sile nosivosti spona i otpora presijecanju glav-

ne uzdužne armature  $V_s + \Delta V_d$  grede. Ovaj zbroj poprečnih sila nosivosti dobije se iz izraza:

$V_s + \Delta V_d = (0,5 + 0,25 a/d) \rho_v \cdot f_{yv} \cdot b_w \cdot d$  sličnom onomu za pravokutne grede.

Iz uvjeta ravnoteže granične poprečne sile izazvane opterećenjem i sila otpora dolazi se do jednadžbe (10):

$$V_u = \left[ \left( 1,2 - 0,2 \frac{a}{d} \right) \frac{b_{ef}}{b_w} \cdot \frac{c}{d} f_{ct} + \left( 0,5 + 0,25 \frac{a}{d} \right) \rho_v \cdot f_{yv} \right] b_w \cdot d$$

gdje je "c" visina tlačnog područja dobivena rješenjem jednadžbe (9), a  $b_{ef}$  djelotvorna širina dobivena uporabom izraza (7).

Autori ovog prijedloga proračuna pravokutnih greda i onih T-presjeka [6, 7] usporedili su rezultate dobivene za nosivost na poprečne sile s onima dobivenim eksperimentalnim putem i utvrdili vrlo dobru podudarnost. Osim toga, dokazali su da se proračunom greda T-presjeka prema ACI-pravilima, odnosno kada se takve grede proračunavaju kao pravokutne, širine  $b_w$ , dobivaju potcijenjeni rezultati koji odudaraju od onih dobivenih ispitivanjem.

### 3 Pretvorba formula za proračun prema EN 1992-1-1 [5]

Autori prijedloga proračuna nosivosti betona i drugih faktora na poprečne sile promatrali su ponašanje greda za granično stanje nosivosti i bez primjene koeficijenta sigurnosti. U ovoj su pretvorbi primijenjeni koeficijenti sigurnosti prema EN 1992-1-1

#### 3.1 Posmična nosivost pravokutnih greda

Pravokutne grede bez poprečne armature

Proračunska poprečna sila nosivosti grede bez spona pri formiranju druge grane dijagonalnog sloma bit će:

$$V_{Rd,c} = \left( 1,2 - 0,2 \frac{a}{d} \cdot d \right) \frac{x}{d} \cdot f_{ct,d} \cdot b_w \cdot d \quad (3.1)$$

s tim da zadovoljava uvjet:

$$1,2 - 0,2 (a/d) \cdot d \geq 0,65 \quad (d \text{ u metrima}) \quad (3.2)$$

gdje je:

$x$  - položaj neutralne osi (visina tlačnog područja)

$d$  - djelotvorna visina grede

$f_{ct,d} = f_{ct,sp} / 1,5$  - proračunska vlačna čvrstoća betona cijepanja

$b_w$  - širina grede

$a$  - posmični raspon.

Položaj neutralne osi:

$$\left( \frac{x}{d} \right)^2 + 600 \frac{\rho + \rho'}{f_{cd}} \cdot \frac{x}{d} - 600 \frac{\rho + (d'/d)\rho'}{f_{cd}} = 0 \quad (3.3)$$

gdje je:

$f_{cd} = f_{ck} / 1,5$  - proračunska tlačna čvrstoća betona ( $f_{ck}$ -karakteristična tlačna čvrstoća)

$\rho = A_s / (b_w \cdot d)$  - koeficijent armiranja ( $A_s$ -ploština glavne uzdužne armature)

$\rho' = A_{s'} / (b_w \cdot d)$  - koeficijent armiranja ( $A_{s'}$ -ploština tlačne uzdužne armature)

$d'$  - udaljenost težišta tlačne armature od tlačnog ruba.

Vlačna čvrstoća cijepanja može se dobiti iz tlačne čvrstoće prema izrazu:

$$f_{ct,sp} = 0,3 f_{ck}^{2/3} \quad (3.4)$$

Pravokutna greda s poprečnom armaturom

Uvjet ravnoteže proračunske poprečne sile djelovanja i proračunskih sila otpora betona i armature glasi:

$$V_{Ed} = V_{Rd,c} + V_{sd} + \Delta V_{dd} \quad (3.5)$$

gdje je:

$V_{Ed} = 1,35 V_g + 1,5 V_q$  - proračunska sila djelovanja

$V_{sd} = 0,25 (a/d) \rho_w \cdot f_{yw} \cdot b_w \cdot d$  - proračunska nosivost spona ( $f_{yw,d} = f_{yw} / 1,15$ )

$\Delta V_{dd} = 0,5 \rho_w \cdot f_{yw,d} \cdot b_w \cdot d$  - proračunska nosivost presijecanju glavne uzdužne armature.

Kada se superponira nosivost spona i otpora presijecanju, bit će izraz (3.5) u obliku:

$$V_{Ed} = V_{Rd,c} + (0,5 + 0,25 a/d) \rho_w \cdot f_{yw,d} \cdot b_w \cdot d \quad (3.6)$$

gdje je:

$\rho_w = A_w / (b_w \cdot d)$  - koeficijent armiranja poprečne armature

$A_w$  - ploština poprečne armature na razmaku "s"

$f_{yw,d} = f_{yw} / 1,15$  - proračunska granica popuštanja spona od čelika.

#### 3.2 Posmična nosivost greda T-presjeka

Grede T-presjeka bez poprečne armature

Djelotvorna širina greda T-presjeka

$$b_{ef} = b_w \left[ 1 + 0,5 \frac{h_f}{d} \left( \frac{b}{b_w} - 1 \right) / \frac{x}{d} \right], \quad (3.7)$$

gdje je  $h_f$  debljina pojasa grede T-presjeka.

Proračunska poprečna sila nosivosti grede bez poprečne armature pri formiranju druge grane dijagonalnog sloma:

$$V_{Rd,c} = \left( 1,2 - 0,2 \frac{a}{d} \right) \frac{x}{d} f_{ct,d} \cdot b_{ef} \cdot d, \quad (3.8)$$

s tim da korekcijski faktor zadovolji uvjet

$$1,2 - 0,2 \frac{a}{d} \geq 0,65 \quad (d \text{ u metrima})$$

Položaj neutralne osi određuje se rješenjem jednadžbe:

$$\left( \frac{x}{d} \right)^2 + \left[ 1,5 \frac{h_f}{d} \left( \frac{b}{b_w} - 1 \right) + 600 \frac{\rho + \rho'}{f_{cd}} \right] \frac{x}{d} - 600 \frac{\rho + (d'/d) \cdot \rho'}{f_{cd}} = 0 \quad (3.9)$$

gdje je "b" ( $b_{eff}$  prema EN 1992) širina pojasa T-presjeka.

Grede T-presjeka s poprečnom armaturom

Uvjet ravnoteže proračunske poprečne sile djelovanja i proračunskih sila otpora glasi:

$$V_{Ed} = \left[ \left( 1,2 - 0,2 \frac{a}{d} \right) \frac{b_{ef}}{b_w} \cdot \frac{x}{d} f_{ct,d} + \left( 0,5 + 0,25 \frac{a}{d} \right) \rho_w \cdot f_{yw,d} \right] b_w \cdot d \quad (3.10)$$

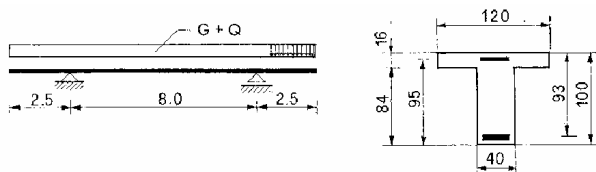
Značenje simbola u izrazu dano je prethodno.

#### 4 Primjer

Na primjeru grede T-presjeka prikazan je proračun na poprečne sile prema EN 1992-1-1 (obje metode, iako se standardna ovom normom ne predlaže) i novom prijedlogu [6, 7] uz komentar rezultata. Primjer je uzet iz knjige Betonske konstrukcije [8].

Greda izmjera prema slici 4., opterećena je jednolikim kontinuiranim opterećenjem  $g = 80 \text{ kN/m}$  i  $q = 120 \text{ kN/m}$ .

Materijal: C25/30, B 400.



Slika 4. Nosivi sustav i poprečni presjek grede

Dimenzioniranje na savijanje

Ležaj

$$M_g = 80 \cdot 2,5^2 / 2 = 250 \text{ kNm}$$

$$M_q = 120 \cdot 2,5^2 / 2 = 375 \text{ kNm}$$

$$M_{Ed} = 1,35 \cdot 250 + 1,5 \cdot 375 = 900 \text{ kNm}$$

$$f_{cd} = 25/1,5 = 16,6 \text{ N/mm}^2; f_{yd} = 400/1,15 = 347,8 \text{ N/mm}^2 \quad (\alpha_{cc} = 1,0)$$

$$\mu_{Ed} = 0,150 < \mu_{Rd,lim} = 0,252 \text{ nije potrebno dvostruko armiranje}$$

Iz tablice 6.8 [8] očita se

$$\zeta = 0,899, \varepsilon_{c2} = -3,5 \text{ ‰}, \varepsilon_{s1} = 11,0 \text{ ‰}, \text{ pa je}$$

$$A_{s1} = 30,3 \text{ cm}^2 \dots 6\varnothing 25 \dots 29,95 \text{ cm}^2$$

Polje

$$M_g = 80 \cdot 8,0^2 / 8 - 250 = 390 \text{ kNm}$$

$$M_q = 120 \cdot 8,0^2 / 8 = 960 \text{ kNm}$$

$$M_{Ed} = 1,35 \cdot 390 + 1,5 \cdot 960 = 1966,5 \text{ kNm}$$

$$\mu_{Ed} = 0,114 < \mu_{Rd,lim} = 0,252$$

$$A_{s1} = 65,66 \text{ cm}^2 \dots 14\varnothing 25 \dots 68,72 \text{ cm}^2$$

Dimenzioniranje na poprečne sile

$$V_{Ed,1} = 1,35 \cdot 80 \cdot 2,5 + 1,5 \cdot 120 \cdot 2,5 = 720,0 \text{ kN}$$

$$V_{Ed,d} = 1,35 \cdot 80 \cdot 4,0 + 1,5 \cdot 120 \cdot 4,0 = 1152,0 \text{ kN}$$

Standardna metoda (EN 1992-1-1)

Pretpostavlja se da  $7\varnothing 25$  ( $34,36 \text{ cm}^2$ ) prolazi preko ležaja i da se proteže dalje od  $l_{bd} + d$  preko promatranog presjeka.

Nosivost betona i drugih faktora-izraz (6.2) [5]

$$V_{Rd,c} = \left[ C_{Rd,c} \cdot k (100 \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right]$$

$$b_w \cdot d > (v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cd}) b_w \cdot d$$

$$C_{Rd,c} = 0,18/1,5 = 0,12; k = 1 + \sqrt{200/950} = 1,46 < 2,0; k_1 = 0,15$$

$$v_{min} = 0,035 \cdot 1,46^{3/2} \cdot 25^{1/2} = 0,309 \text{ N/mm}^2$$

$$\rho_l = 34,36 / (40 \cdot 95) = 0,009 < 0,02; \sigma_{cp} = 0$$

$$V_{Rd,c} = \left[ 0,12 \cdot 1,46 (100 \cdot 0,009 \cdot 25)^{1/3} \right] 400 \cdot 950 = 187951 \text{ N} \dots 187,95 \text{ kN}$$

$$> 0,309 \cdot 400 \cdot 950 = 117420 \text{ N} \dots 117,42 \text{ kN} < V_{Ed}$$

Potrebna je poprečna armatura

Pretpostavljaju se četverorezne spone  $\varnothing 8$ ;  $m = 4$ ;

$$A_{sw} = 2,0 \text{ cm}^2;$$

$$z = 0,9 \cdot 95 = 86 \text{ cm}; \Theta = 4 \text{ }^\circ$$

Reducirane poprečne sile uz ležaj

$$V_{Ed,1} = 720,0 - (80 \cdot 1,35 + 120 \cdot 1,5)1,01 = 432,0 \text{ kN}$$

$$V_{Ed,d} = 1152,0 - (80 \cdot 1,35 + 120 \cdot 1,5)1,01 = 864,0 \text{ kN}$$

Lijevo od ležaja

Razmak spona

$$s_w = \frac{2,0 \cdot 86 \cdot 34,78}{432,0 - 187,95} = 24,5 \text{ cm}$$

Poprečna armatura po metru

$$A'_w = \frac{432,0 - 187,95}{86 \cdot 34,78} = 8,16 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Desno od ležaja

$$s_w = \frac{2,0 \cdot 86 \cdot 34,78}{864,0 - 187,95} = 8,85 \text{ cm}$$

$$A'_w = 22,6 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Nosivost tlačnih štapova  $\Theta = 45^\circ$

$$v_1 = 0,6(1 - 25/250) = 0,54; \alpha_{cw} = 1,0$$

$$V_{Rd,max} = 40 \cdot 86 \cdot 0,54 \cdot 1,66/2 = 1542,0 \text{ kN} > V_{Ed,max} = 864,0 \text{ kN} - \text{zadovoljava.}$$

Metoda slobodnog izbora nagiba tlačnih štapova (EN 1992-1-1)

Odabire se kut nagiba  $\Theta = 39^\circ$  (Preporuka DIN-a), pa je  $\cot\Theta = 1,235$

Lijevo od ležaja

$$s_w = \frac{2,0 \cdot 86 \cdot 34,78 \cdot 1,235}{432,0} = 17,1 \text{ cm}$$

$$A'_w = \frac{432,0}{86 \cdot 34,78 \cdot 1,235} = 11,7 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Desno od ležaja

$$s_w = \frac{2,0 \cdot 86 \cdot 34,78 \cdot 1,235}{864,0} = 8,5 \text{ cm}$$

$$A'_w = 23,4 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Nosivost tlačnih štapova

$$v_1 = 0,6; \alpha_{cw} = 1,0; \tan\Theta = 0,809$$

$$V_{Rd,max} = 40 \cdot 86 \cdot 0,54 \cdot 1,66/(1,235 + 0,809) = 1509,0 \text{ kN} > V_{Ed,max} = 864,0 \text{ kN} - \text{zadovoljava.}$$

Proračun prema prijedlogu I. P. Zararisa [7]

a) Greda T-presjeka proračunava se kao pravokutna širina  $b_w$  (pojednostavnjenje dopušteno prema EN 1992 i ACI-pravilima)

Nosivost betona i drugih faktora (izraz (3.1))

Položaj neutralne osi (izraz (3.3))

$$\rho = A_s/(b_w \cdot d) = 34,36/(40 \cdot 95) = 0,009$$

$$\rho' = A'_s/(b_w \cdot d) = 29,45/(40 \cdot 95) = 0,008$$

$$0,00011x^2 + 0,0065x - 0,340 = 0 \dots x = 34 \text{ cm}$$

$$a/d = 2,1, \text{ pa se uzima } a/d = 2,5$$

$$f_{ct} = 0,3 \cdot 25^{2/3} = 2,56 \text{ N/mm}^2$$

$$f'_{ct,d} = 2,56/1,5 = 1,71 \text{ N/mm}^2$$

Lijevo od ležaja

$$V_{Rd,c} = (1,2 - 0,2 \cdot 2,5 \cdot 0,95)34,1,71 \cdot 400 \cdot 950/95 = 168606 \text{ N} \dots 168,6 \text{ kN} < V_{Ed} = 432,0 \text{ kN}$$

$$(1,2 - 0,2 \cdot 2,5 \cdot 0,95) = 0,725 > 0,65 - \text{zadovoljava}$$

Potrebna je poprečna armatura (izraz (3.6))

$$s = \frac{2,0(0,5 + 0,25 \cdot 2,5)34,78 \cdot 95}{432 - 168,6} = 28 \text{ cm}$$

$$A_{sw}' = 7,1 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Desno od ležaja

$$s = \frac{2,0(0,5 + 0,25 \cdot 2,5)34,78 \cdot 95}{864 - 168,6} = 10,7 \text{ cm}$$

$$A_{sw}' = 18,7 \text{ cm}^2/\text{m}$$

b) Greda T-presjeka proračunana kao takva

Položaj neutralne osi (izraz (3.9))

$$0,00011x^2 + 0,0118x - 0,340 = 0 \dots x = 24 \text{ cm}$$

Djelotvorna širina T-presjeka (izraz (3.7))

$$b_{ef} = 40 \left[ 1 + 0,5 \frac{16}{95} \left( \frac{120}{40} - 1 \right) / \frac{24}{95} \right] = 66,6 \text{ cm}$$

Lijevo od ležaja

Nosivost betona i drugih faktora (izraz (3.8))

$$V_{Rd,c} = (1,2 - 0,2 \cdot 2,5 \cdot 0,95)24 \cdot 1,71 \cdot 666 \cdot 950/95 = 198162 \text{ N} \dots 198,2 \text{ kN} < V_{Ed} = 432,0 \text{ kN}$$

Potrebna je poprečna armatura (izraz (3.10))

$$s = \frac{2,0(0,5 + 0,25 \cdot 2,5)34,78 \cdot 95}{432 - 198,2} = 31,8 \text{ cm}$$

$$A_{sw}' = 6,29 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Desno od ležaja

$$s = \frac{2,0(0,5 + 0,25 \cdot 2,5)34,78 \cdot 95}{864 - 198,2} = 11,2 \text{ cm}$$

$$A_{sw}' = 17,9 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Tablica 1. Rezultati proračuna

Metoda proračuna	Lijevo	Lijevo	Desno	Desno
	4Ø8/s (cm)	$A_{sw}'/m$	4Ø8/s (cm)	$A_{sw}'/m$
Stand. metoda EN 1992-1-1	24,5	8,16	8,85	22,6
Ø≠45° EN 1992-1-1	17,1	11,7	8,5	23,4
Stand. metoda Zararis □	28,0	7,1	10,7	18,7
Stand. metoda Zararis T	31,8	6,3	11,2	17,9

Najveća i najmanja armatura

$$A_{sw}' = 2,0 \text{ cm}^2 < A_{sw,max}' = 0,5 \cdot 0,54 \cdot 1,66 \cdot 40 \cdot 8,5 / 34,78 = 4,38 \text{ cm}^2 - \text{zadovoljava}$$

$$A_{sw}' = 2,0 \text{ cm}^2 > A_{sw,min}' = 0,08 \sqrt{25/400} \cdot 31,8 \cdot 40 = 1,27 \text{ cm}^2 - \text{zadovoljava}$$

Komentar uz primjer

Za pretpostavljeni promjer grane  $\varnothing = 8$  mm poprečne armature te broj grana u poprečnom smjeru  $n = 4$ , proračun je razmak spona uzduž nosača "s" i ukupna poprečna armatura na duljini 1,0 m. Proračun je proveden prema EN 1992-1-1 po standardnoj metodi i metodi slobodnog izbora nagiba tlačnih štapova ( $\varnothing \neq 45^\circ$ ), te prijedlogu I. P. Zararisa [7] za pravokutni presjek i T-presjek (T) po standardnoj metodi.

Iz tablice 1. može se vidjeti da se proračunom prema europskim normama EN 1992-1-1 ( $\varnothing \neq 45^\circ$ ) dobiva najviše poprečne armature, dok se prema istoj normi, ako se bude smjela primjenjivati standardna metoda, dobiva manje poprečne armature. Prema prijedlogu Zararisa dobiva se još manje poprečne armature, osobito kada se promatra stvarni poprečni presjek, odnosno greda T-presjeka, u odnosu na rezultate dobivene prema aktualnoj EN 1992-1-1 normi ( $\varnothing \neq 45^\circ$ ). Rezultati su bili očekivani, što je potvrđeno i ovim primjerom.

Predlaže se primjenjivati, uz metodu slobodnog izbora nagiba tlačnih štapova, standardnu metodu kada ona bude predložena Nacionalnim dodatkom za primjenu uz EN 1992-1-1.

## 5 Zaključak

Proračun armiranobetonskih greda na poprečne sile sastavni je dio ukupnog dimenzioniranja nosača. U praksi se primjenjuju dvije metode: standardna i metoda slobodnog izbora nagiba tlačnih štapova.

Standardna se metoda primjenjuje prema Pravilniku za BAB, američkim i mnogim drugim nacionalnim normama. Europskom prednormom ENV 1992-1-1 također se dopušta primjenjivati ovu metodu, ali i alternativno metodu slobodnog odabira nagiba tlačnih štapova. Međutim, standardna se metoda ne predlaže europskom normom EN 1992-1-1. Razlog nije naveden, ali se pretpostavlja da je to zbog toga što metoda nema teorijsku podlogu. Poznato je da je standardna metoda rezultat eksperimentalnih istraživanja i teorijske obrade, te u praksi dobro prihvaćena i više puta ispitivanjem verificirana. Vrlo je jednostavna, logična i daje racionalne rezultate pa se dopušta uporaba prema većini nacionalnih propisa.

Nedavna teorijska i eksperimentalna istraživanja nosivosti pravokutnih greda i onih T-presjeka na poprečne sile, pridonijela su teorijskoj potpori standardne metode, te ju poboljšali tako da su dokazali da je nosivost betona i drugih faktora veća kod greda T-presjeka nego kada se takva greda tretira kao pravokutna izmjera  $b_w \cdot h$ , a što je dopušteno svima poznatim normama. Nakon što su usporedili teorijske i eksperimentalne rezultate, te pokazali da se dobro podudaraju, autori istraživanja predlažu primjenu standardne metode za proračun pravokutnih greda, kao i greda T-presjeka, ali po nešto modificiranim izrazima da bi se racionalnije proračunavale na poprečne sile.

Autor ovoga rada prikazao je nov prijedlog proračuna pravokutnih greda i onih T-presjeka prema navedenim autorima, zadržavši i njihove oznake, te načinio pretvorbu predloženih izraza za dimenzioniranje u skladu s oznakama i koeficijentima sigurnosti danim europskim normama EN 1992-1-1.

Uz prikaz postupka proračuna prema novom prijedlogu, autor rada prikazao je jedan primjer gdje je gredu T-presjeka proračunao na poprečne sile prema europskim normama po predloženoj metodi (slobodni izbor nagiba tlačnih štapova) i onoj koja se ne predlaže (standardna metoda) te prijedlogu istraživača. Komentar rezultata dan je na kraju primjera pa se ovdje neće ponavljati.

Prijedlog je autora ovog rada da se kod izrade *Nacionalnog dodatka* uz EN 1992-1-1 predloži uporaba standardne metode u našoj zemlji. Time se može znatno pridonijeti racionalnosti uz dostatnu sigurnost i trajnost armiranobetonskih konstrukcija. Primjenu nove metode koju je predložio Zararis valja odgoditi dok se u nas ne uvedu dopunska istraživanja ili to ne omogući europskim normama.



## LITERATURA

- [1] *Pravilnik o tehničkim normativima za beton i armirani beton*, Službeni list, broj 11, Beograd 1987
- [2] *Tehnički propis za betonske konstrukcije*, Narodne novine, br. 101/05
- [3] ACI Committee 318-95, *Building Code Requirements for Structural Concrete*, American Concrete Institute, Farmington Hills, 1995
- [4] ENV 1992-1-1, *Design of Concrete Structures-Part 1-1, General Rules and Rules for Building*, Revised final draft, Brussels, October 1990
- [5] EN 1992-1-1, *Design of Concrete Structures-Part 1-1, General Rules and Rules for Building*, Brussels, December 2004
- [6] Zararis, P. D.: *Shear Strength and Minimum Shear Reinforcement of Reinforced Concrete Slender Beams*, ACI Structural Journal, V. 100, No. 2, March-April 2003, 203-214
- [7] Zararis, I. P.; Karaveziroglou, M. K.; Zararis, P. D.: *Strength of Reinforced Concrete T-Beams*, ACI Structural Journal, V. 103, No. 5, September-October 2006, 693-700
- [8] Tomičić, I.: *Betonske konstrukcije*, DHGK, Zagreb 1996.