

UDK 339.15.054.22

Pregledni članak

mr. sc. Mario Bogdanović,
dipl. oec., prof. psih.*

ANALIZA PROFITNE FUNKCIJE: METODA GRANIČNIH VRIJEDNOSTI, DIFERENCIJALNOG RAČUNA TE PRIHODNO - TROŠKOVNI PRISTUP

U radu analizira proizvodni poslovni sustav kao model koji različito posluje pri različitim količinama proizvedene robe. Upotrebom različitih metoda za analizu profitne funkcije (metode graničnih vrijednosti, diferencijalnog računa te prihodnotroškovnim pristupom) dobivene su različite količine proizvodnje koje rezultiraju različitim maksimumima profita. Ovakve razlike uvjetovane su razlikama u samim metodama, pa analitička usporedba ukazuje na različite primjerenosti upotrebe svake metode ponaosob. Tako se metoda pristupom diferencijalnog računa s obzirom na ekonomičnost i preciznost pokazala najprimjerenijom (a znatno je ubrzana korištenjem računala i nekog od statističkog paketa), dok je metoda pristupom graničnih troškova primjerenija za teorijsku analizu poslovanja sustava, te stoga teoretsko-edukacijsku primjenu. Što se tiče izračunavanja maksimuma

profita pristupom ukupnih troškova i ukupnog prihoda, ona se koristi više kao kontrola i za zorni prikaz funkcije profita, tako da zapravo i nema status posebne metode, te više služi za dodatni prikaz dobivenih rezultata.

1. UVODNA RAZMATRANJA

Posao menadžmenta u poslovnom sustavu je poslovno odlučivanje, odnosno donošenje preciznih, sveobuhvatnih i pravovremenih odluka. Takvo odlučivanje u konačnici ima za svrhu optimalizaciju funkcije cilja. Iako kompleksna, funkcija cilja nezaobilazno obuhvaća odgovornost za profit, a mnogi je autori smatraju ako ne isključivim, a onda vrlo bitnim ciljem poslovnog sustava. Naime, više profita znači ekspanziju koja stvara više investicija, više radnih mjesta, i više prihoda od poreza, što znači više mogućnosti programima koji pomažu ljudima kojima je pomoć potrebna. Profit u koji je ugrađena stvarna cijena proizvedenih dobara i usluga (uključujući dakle cijenu eksternalija) korisna je za svaku osobu u društvu. Doduše, neki vrhunski menadžeri čak ističu da je jedina svrha postojanja poslovnog sustava stvaranje profita kroz izradu proizvoda ili usluga po što je moguće manjoj cijeni i njihovoj prodaji po što je moguće većoj cijeni, bez obzira na to nanosi li proizvod ili usluga dobro ili zlo. Pritom je jedino bitno da proizvod bude konzumiran u sve većim i većim količinama (Maisonrouge, prema Bowles&Edwards,1991). Iako je ovo radikalno mišljenje antihumano i za postindustrijsko društvo etički neprihvatljivo, dobro ilustrira gotovo opsesivnu zaokupljenost profitom poslovnih sustava kapitalističke društveno-ekonomske formacije. S obzirom na činjenicu tranzicijske domicilne situacije prelaska na kapitalističku privredu kojoj je profit "conditio sine qua non" njezina funkcioniranja i postojanja, javlja se potreba uočavanja razlike između analitičkih metoda kojima se profit nastoji svesti u optimalne granice.

* Ekol d.o.o., Varaždin

Da bi zadovoljio pritiske i očekivanja različitih grupacija kojima je imanentna djelatnost poslovnog sustava (vlasnici, zaposlenici, društvene institucije) menadžment treba ustanoviti kada sustav kojim upravlja i rukovodi donosi maksimum profita u odnosu na relevantne parametre (količina proizvodnje ili usluga, količina zaliha, troškovi reklame, troškovi održavanja, transportno-skladišno-manipulativni troškovi i sl.).

U ovakvim relacijama obično se mjeri ukupni prihod i ukupni troškovi (te profit kao razlika ove dvije kategorije) kao zavisne varijable, te se stavljaju u odnos prema nezavisnim varijablama (relevantnim parametrima) koji imaju neki utjecaj na zavisnu varijablu.

Postoji više relacija koje moderni menadžment može koristiti za maksimalizaciju funkcije cilja, a to su:

- jednostavna regresijska analiza (u odnosu se nalazi 1 zavisna varijabla i 1 nezavisna varijabla)
- multipla regresijska analiza (u odnosu se nalazi 1 zavisna varijabla i više nezavisnih varijabli)
- kanonička regresijska analiza (u odnosi se nalazi više zavisnih varijabli i više nezavisnih varijabli)

U ovom radu koristiti će se samo jednostavna relacija odnosa između zavisnih varijabli (ukupnog prihoda i ukupnih troškova) i nezavisne varijable (količine proizvodnje), budući da je to primjereno za praktični domicilni menadžment. Tako se u radu na analiziranom primjeru pokazuje maksimalizacija profita proizvodnog poslovnog sustava pomoću dvije glavne i jednom pomoćnom metodom, sa svrhom prikaza postupka koje menadžment treba koristiti kako bi precizno utvrdio točku u kojoj poslovni sustav maksimizira profit, te u skladu s tim saznanjem donosio podržavajuće odluke za njegovo ostvarenje.

2. PROBLEM

U radu će se istražiti mogućnost najprofitabilnijeg poslovanja proizvodnog poslovnoga sustava te u tom smislu odrediti maksimalan profit i količinu proizvodnje pri kojoj se taj profit ostvaruje. Rezultati će se diskutirati s obzirom na rezul-

tate dobivene primjenom dviju osnovnih metoda (metode pomoću graničnih vrijednosti i metode diferencijalnog računa) i jedne pomoćne (prihodno-troškovnog pristupa) i njihovu praktičnu i teoretsko-edukacijsku vrijednost. Naime, u analizi profitne funkcije bitno je primeniti onu metodologiju koja je najprimjerena u praktičnom menadžerkom smislu, ali i onu koja je pogodna za teorijsko-edukacijsku primjenu u obrazovnom sustavu.

3. METODA

Da bi se ostvario cilj rada i riješili problemi, koristit ćemo se s trima metodama (dvijema osnovnim i jednom pomoćnom), a to su:

- 3.1. Maksimalizacija profita pomoću analize graničnih vrijednosti
- 3.2. Maksimalizacija profita pomoću diferencijalnog računa
- 3.3. Maksimalizacija profita pristupom ukupnog prihoda i ukupnih troškova

3.1. Maksimalizacija profita pomoću analize graničnih vrijednosti

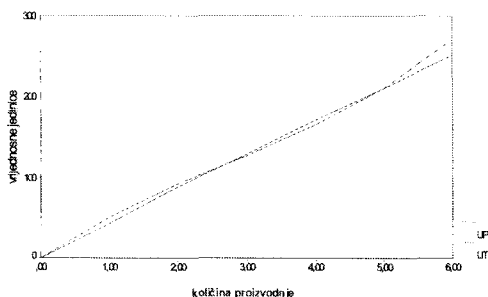
Računovodstvo analiziranoga proizvodnog poslovnog sustava ponudilo je bruto podatke iz kojih su izračunati prosječni ukupni troškovi (PUT), prosječni ukupni prihodi (PUP), granični troškovi (GT) i granični prihodi (GP), a zajednički su prikazani u tablici 1.

Tablica 1. Bruto podaci ukupnih troškova (UT) i ukupnih prihoda (UP) za pripadajuću količinu proizvodnje (Q), te izvedeni podaci prosječnih ukupnih troškova (PUT) i prosječnih ukupnih prihoda (PUP), te granični troškovi (MT) i granični prihodi (MP).

RB	Q	UT	UP	PUT	PUP	MT	MP
1	0	2	0	0	0	-	-
2	1	52	44.5	52	44.5	50	44.5
3	2	92	88	46	44	40	43.5
4	3	128	130.5	42.66	43.5	36	42.5
5	4	166	172	41.5	43	38	41.5
6	5	212	212.5	42.4	42.5	46	40.5
7	6	272	252	46	42	60	39.5

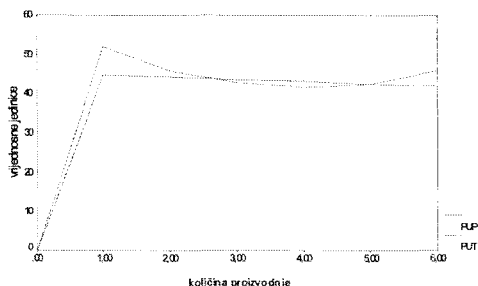
Na grafikonu 1. prikazane su krivulje ukupnih troškova (UT) i ukupnih prihoda (UP) analiziranog proizvodnog sustava.

Grafikon 1. Krivulja ukupnih troškova (UT) i ukupnih prihoda (UP)



Iz grafikona 1. vidljivo je da poslovni sustav ne ostvaruje profit pri svim količinama proizvodnje već samo pri količini izraženoj otvorenim intervalom $Q = <3,5>$, što ukazuje na potrebu izračuna točke maksimuma profita. Na grafikonu 2. prikazane su krivulje prosječnih ukupnih troškova (PUT) i prosječnih ukupnih prihoda (PUP)

Grafikon 2. Krivulje prosječnih ukupnih troškova (PUT) i prosječnih ukupnih prihoda (PUP)



Iz grafikona 2. je vidljivo da u poslovnom sustavu postoji potreba da se odredi točka maksimuma profita, jer sustav pri različitim količinama proizvodnje ostvaruje različite profite.

Proizvodni poslovni sustav će po metodi maksimizacije profita pomoću analize graničnih vrijednosti dospjeti do položaja u kojem ostvaruje maksimum profita u onoj točki gdje je granični trošak (MT) jednak graničnom prihodu (MP), i to bez obzira da li djeluje u uvjetima potpune ili nepotpune konkurencije (dakle bez obzira je li riječ o monopolu, oligopolu, monopolističkoj konkurenciji ili pak potpunoj konkurenciji).

Budući da je krivulja graničnih prihoda (MP) opadajuća (vidjeti grafikon 3.) ona upućuje na silazni nagib potražnje, što znači da poslovni

sustav mora smanjivati cijenu da bi prodao dodatnu količinu proizvoda, što se odražava na tu krivulju, pa se može zaključiti da se naš sustav nalazi u nekoj od struktura nepotpune konkurencije.

Naime, poslovni sustav koje djeluje u potpunoj konkurenciji po važećoj cijeni može prodati svoje robe koliko god želi, pa krivulja graničnih prihoda (MP) neće biti opadajuća (ibid. grafikon 3.).

Iz istog se razloga analizirani poslovni sustav u drugoj polovini krivulje (ibid. grafikon 3.) suočava s rastućom krivuljom graničnih troškova (MT), jer spuštanje cijene za prodaju dodatne količine ima reperkusija i na ovu krivulju.

Uspoređujući nadalje krivulju prosječnih ukupnih troškova (PUT) iz grafikona 2. i graničnih troškova iz grafikona 3. može se zaključiti da je najvjerojatnija tržišna struktura u kojoj djeluje analizirani poslovni sustav oligopol. Za oligopol je naime karakteristično da poslovni sustav uživa ekonomiju razmjera (pri proširenju obujma proizvodnje ima trajno rastuće prinose i smanjene prosječne i granične troškove), ali poslije neke točke ekonomija razmjera biva iscrpljena i prosječni troškovi počinju rasti. Tako nakon što prosječni ukupni troškovi (PUT) i granični troškovi (GT) počinju rasti ekonomija razmjera biva iscrpljena i poslovni sustav se nalazi u oligopolskoj tržišnoj strukturi, pa mora smanjivati cijenu da bi prodao dodatnu količinu proizvoda, što se onda odražava na krivuljama graničnih prihoda (MP) i graničnih troškova (MT) što je sve vidljivo iz grafikona 3. Dakle rezimirano rečeno:

Analizirani poslovni sustav koji djeluje u oligopolskoj tržišnoj strukturi dolazi do maksimuma profita pri onoj količini proizvodnje kod koje je granični prihod (MP) jednak njegovim graničnim troškovima (MT). Dokle god svaka dodatna jedinica proizvodnje donosi više prihoda nego što sama troškovno opterećuje, odnosno dokle god je granični prihod (MP) veći od graničnog troška (GT), profit raste.

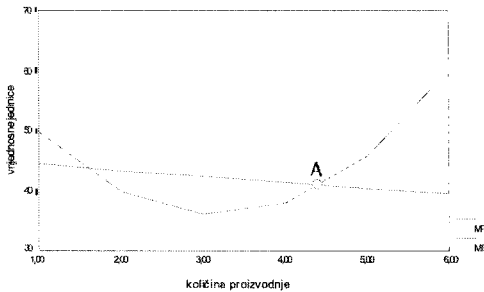
Da bi se točno utvrdilo sjecište graničnih prihoda (MP) i graničnih troškova (MT) te tako utvrdila količina proizvodnje kod koje analizirani poslovni sustav postiže maksimalan profit, potrebno je odrediti njihove funkcije. To je ovdje učinjeno programskim rješenjem SPSS/PC+, te su dobivene sljedeće funkcije:

$$MT = 66 - 19Q + 3Q^2$$

$$MP = 45.5 - Q$$

Koeficijent determinacije iznosi 1.00 za obje funkcije, što znači da one u potpunosti objašnjavaju podatke iz tablice 1. (dakle, nema pogreške prognoze).

Grafikon 3. Krivulje graničnih prihoda (MP) i graničnih troškova (MT)



Iz grafikona 3. vidljivo je sjecište graničnih troškova originalne funkcije (MT) i graničnih prihoda (MP) u točki A. Matematičkim putem izračunato je da je sjecište ovih krivulja u točki A s koordinatama (4.472; 41.028). To znači da analizirani poslovni sustav ostvaruje maksimalni profit pri količini proizvodnje od 4.472 jedinica i pritom ostvaruje 4.9 jedinica profita (dobiveno uvrštavanjem funkcije ukupnih prihoda (UP) i ukupnih troškova (UT), te njihovim oduzimanjem, tj. primjenom formule $P = -Q^3 + 7.5Q^2 - 12Q - 2$).

Kada bi postojali uvjeti da se cijena proizvoda našega poslovnog sustava ne bi morala snižavati, kako bi se prodala dodatna količina proizvoda, krivulja graničnih prihoda (MP) ne bi bila opadajuća već konstantna i njezina bi funkcija glasila:

$$MP = 44.5$$

Tada bi matematički utvrđena količina proizvodnje pri kojoj poduzeće ostvaruje profit bila u točki B s koordinatama (4.86; 44.5) (usporediti na grafikonu 3.).

Dakle, kada poslovni sustav ne bi morao snižavati cijenu da bi prodao dodatnu količinu proizvoda, maksimum profita bi se uspostavio pri količini proizvodnje od 4.86 jedinica umjesto 4.472 jedinice, što je slučaj s originalnom opadajućom krivuljom graničnih prihoda (MP).

3.2. Maksimalizacija profita pomoću diferencijalnog računa

Najjednostavniji i najbrži način dobivanja maksimuma profita postiže se upotrebom diferencijalnog računa.

Funkcija profita može se prikazati kao razlika funkcija ukupnih prihoda (UP) i ukupnih troškova (UT):

$$P = UP - UT \quad (a)$$

Funkcije UP i UT možemo dobiti primjenom nekog od programskog rješenja (npr. ovdje je korišten programski paket SPSS-a), gdje dobivamo:

$$UP = 45Q - 0.5Q^2$$

$$UT = Q^3 - 8Q^2 + 57Q + 2$$

Koeficijent determinacije iznosi 1.00 za obje funkcije, što znači da one u potpunosti objašnjavaju podatke o ukupnim приходima i troškovima s obzirom na količinu proizvodnje preuzetih iz tablice 1. Sada primjenom formule (a) dobivamo:

$$P = -Q^3 + 7.5Q^2 - 12Q - 2$$

Nakon što smo dobili funkciju profita, potrebno je pronaći količinu proizvodnje Q u kojoj je nagib krivulje profita P jednak nuli, jer tada funkcija profita P postiže maksimalnu vrijednost. Ta količina proizvodnje računa se derivacijom profita P po količini proizvodnje Q i izjednačavanjem dobivene derivacije s nulom.

$$dP/dQ = -6Q^2 + 15Q - 12$$

$$0 = -6Q^2 + 15Q - 12$$

Pomoću formule za rješavanje kvadratne jednadžbe:

$$Q_{1,2} = -b \pm [b^2 - 4ac/2a]^{0.5} \quad (b)$$

, dobivamo

$$Q_1=1$$

$$Q_2=4$$

Sada je potrebno utvrditi je li riječ o minimumu ili maksimumu, što se postiže uvrštavanjem dobivenog Q iz prve derivacije u drugu derivaciju profita P po količini proizvodnje Q .

$d^2P/dQ^2 = -6Q + 15 = 0$, pa je $Q_1 = 1$ (Tu je profit minimalan, tj. -9 vrijednosnih jedinica)

i $Q_2 = 4$ (Tu je profit maksimalan tj. 6 vrijednosnih jedinica).

Dakle, dobili smo rezultat da poslovni sustav po metodi maksimalizacije profita pomoću diferencijalnog računa maksimizira svoj profit pri količini proizvodnje od $Q=4$ i pritom ostvaruje 6 vrijednosnih jedinica dobiti.

Rezultati ove metode donekle se razlikuju od metode maksimalizacije profita pomoću graničnih vrijednosti, što upućuje na uzrok koji leži u samim metodama. Zato se u nastavku koristi pomoćna metoda kako bi se utvrdila krivulja profita.

3.3. Maksimalizacija profita pristupom ukupnog prihoda i ukupnih troškova

Ova metoda analizira profit kao razliku odgovarajućih ukupnih prihoda i troškova za različite količine proizvodnje. U tablici 2. izračunat je profit kao razlika između ukupnih prihoda (UP) i ukupnih troškova (UT).

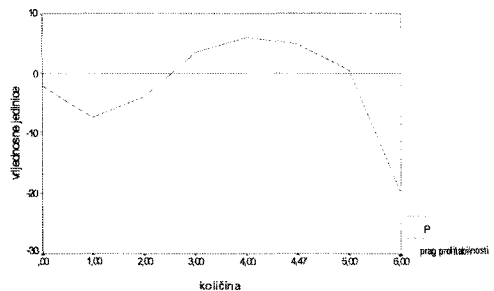
Tablica 2.: Profit (P) kao razlika ukupnih prihoda (UP) i ukupnih troškova (UT) za odgovarajuće količine proizvodnje (Q).

RB	Q	UT	UP	PUT	PUP	MT	MP
1	0	2	0	0	0	-	-
2	1	52	44.5	52	44.5	50	44.5
3	2	92	88	46	44	40	43.5
4	3	128	130.5	42.66	43.5	36	40.5
5	4	166	172	41.5	43	38	41.5
6	5	212	212.5	42.4	42.5	46	40.5
7	6	272	252	46	42	60	39.5

Na razini proizvodnje $Q=4$ po metodi maksimalizacije profita pomoću diferencijalnog računa maksimalni profit iznosi 6 vrijednosnih jedinica, a po metodi maksimalizacije profita preko graničnih vrijednosti, maksimalni profit ostvaruje se pri $Q=4.472$, gdje je sam profit $P=4.9$ vrijednosnih jedinica.

Uočljiva je razlika u rezultatima ovih dviju metoda, a čini se da je prouzrokovana samim unutarnjim karakteristikama metoda. Pritom metoda pomoću diferencijalnog računa daje preciznije rezultate, što je vidljivo iz grafikona 4.

Grafikon 4: Krivulja profita (P)



Budući da se maksimalni profiti primjenom ove dvije metode nezanemarivo razlikuju, očito je da postoji određena pogreška u računu primjenom metode graničnih vrijednosti, što obično nije presudno važno ukoliko se upotrebljava isključivo u edukacijske svrhe, ali je važno ukoliko o izračunu ovisi profit poslovnog sustava. Stoga navedene metode sukladno ovom nalazu treba i upotrebljavati tj. diferencijalni račun u poslovanju, a metodu graničnih vrijednosti u edukaciji.

4. ZAKLJUČAK

Analitički primjer proizvodnoga poslovnog sustava različito je poslovao pri različitim količinama proizvedene količine. Koristeći različite metode, dobivene su različite količine optimalne proizvodnje pa onda i različiti maksimalni profiti, pri kojima se sustav nalazio u točki maksimuma. Tako, pristupom maksimalizacije profita pomoću graničnih vrijednosti $Q=4.472$, a maksimalni profit $P=4.9$ vrijednosnih jedinica, dok je metodom maksimalizacije profita pomoću diferencijalnog računa $Q=4$, a maksimalni profit $P=6$ vrijednosnih jedinica. Stoga se može zaključiti da se pomoću

metode diferencijalnog računa dobivaju precizniji rezultati što je vidljivo iz grafikona krivulje profita (grafikon 4.). Kako se ovakve razlike među metodama ne mogu uočiti temeljem "face validity" ovim analitičkim razmatranjem uklanja se čuđenje i nevjericama analitičara kada se suoče sa ovakvim razlikama u tako važnom poslu kao što je analiza profita s obzirom na različite nezavisne varijable. Za praktičan rad menadžmenta stoga je primjerenija metoda diferencijalnog računa, zbog preciznosti (jer je i obrada podataka je značajno ubrzana

korištenjem računala i statističkih paketa kao što je primjerice ovdje korišten SPSS/PC+), dok je metoda pristupom graničnih troškova primjerenija za obuhvatniju analizu poslovanja sustava, kao i teoretsko edukacijsku primjenu. Što se tiče izračunavanja maksimuma profita pristupom ukupnih troškova i ukupnog prihoda, ona koristi više kao kontrola i za zorni prikaz funkcije profita, tako da zapravo i nema status posebne metode te više služi za dodatni prikaz i potvrdu dobivenih rezultata.

LITERATURA:

1. Bowles, S., Edwards R. (1991): *Razumijevanje kapitalizma*, Zagreb: Školska knjiga.
2. Hanke, J. E., Reitsch, A.G. (1991): *Understanding Business Statistics*, Boston: IRWIN Publication.
3. Salvatore, D. (1996): *Ekonomija za menadžere*, Zagreb: Mate d. o. o..
4. Samuelson, P. A., Nordhaus, W. (1992): *Ekonomija*, Zagreb: Mate d.o.o..
5. Vadnal, A. (1980): *Primjena matematičkih metoda u ekonomiji*, Zagreb: Informator.

Mario Bogdanović, B. Sc. (Econ.), B.A.

PROFIT FUNCTION ANALYSIS: METHOD OF MARGINAL VALUE, DIFFERENTIAL CALCULUS AND INCOME – EXPENDITURE BASED ACCESS

Summary

The production business system as a model, which operates differently in different quantity of goods, is analyzed in this work. Using different methods for analysis of profit function (methods of marginal value, differential calculus, and income-expenditure based access) different quantities of production resulting in different maximum profit are gained. The differences in methods themselves and thus analytical comparison points condition such difference. Thus the method of differential calculus access in regard to cost-effectiveness and preciseness appears to be the most appropriate (and is significantly accelerated using computer or statistical package) while the marginal costs access method is more appropriate for operation system theoretical analysis and thus for theoretical and educational application. Regarding the maximum profit calculation by total revenue and total costs access, the method is used more as the control and for evident presentation of profit function, having no status of special method and serving more for additional presentation of the achieved results.

Key words: profit function, analysis, marginal value, differential calculus, income and expenditure, statistical package, maximum profit