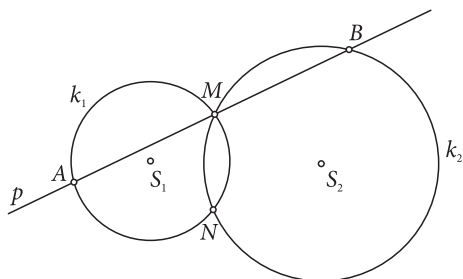


O JEDNOM ZADATKU

Lea Idžotić, OŠ Remete, Zagreb



Slika 1.

Pripremajući se za Državno natjecanje naišla sam na jedan zadatak koji se nalazi u rubrici *Odabrani zadatci* za učenike sedmih razreda, profesora Vlade Stošića. To je 1131. zadatak u *Matki* br. 80. S obzirom da niti u jednoj kasnijoj *Matki* nije ponuđeno rješenje, pokušala sam ga sama riješiti.



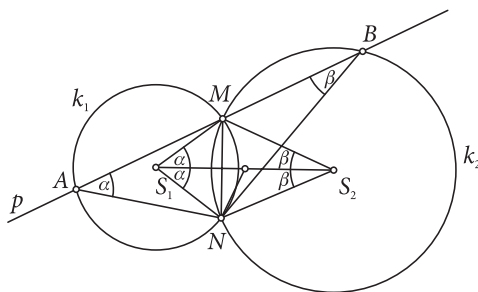
Zadatak glasi:

Dvije kružnice različitih polumjera sijeku se u točkama M i N . Točkom M konstruirajte pravac koji siječe manju kružnicu u točki A , a veću u točki B tako da vrijedi $|AM| = |BM|$.

Proučimo prvo zadatak.

Manju kružnicu označimo s k_1 , a veću s k_2 , središte kružnice k_1 označimo sa S_1 , središte kružnice k_2 sa S_2 , polumjer kružnice k_1 označimo s r_1 , a polumjer kružnice k_2 s r_2 . Dužina \overline{MN} je zajednička tetiva kružnica k_1 i k_2 . Obodni kut dva je puta manji od pripadajućeg središnjeg kuta:

$$|\angle MS_1N| = 2|\angle MAN|, \quad |\angle MS_2N| = 2|\angle MBN|.$$



Slika 2.

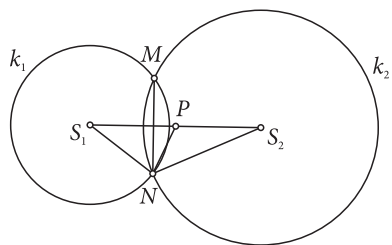
Trokuti $\triangle S_1MS_2$ i $\triangle S_1NS_2$ su sukladni prema poučku SSS o sukladnosti trokuta jer je $|S_1M| = |S_1N| = r_1$ i $|S_2M| = |S_2N| = r_2$, a dužina $\overline{S_1S_2}$ im je zajednička stranica. Odgovarajuće stranice i kutovi sukladnih trokuta su jednaki.

Vrijedi: $|\angle MS_1S_2| = |\angle NS_1S_2| = \alpha$ i $|\angle MS_2S_1| = |\angle NS_2S_1| = \beta$.

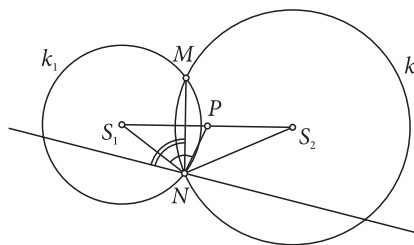
$$|\angle MS_1N| = 2|\angle MAN| = 2\alpha, \quad |\angle MAN| = \alpha \quad \text{i} \quad |\angle MS_2N| = 2|\angle MBN| = 2\beta, \\ |\angle MBN| = \beta.$$



Trokuti $\triangle ABN$ i $\triangle S_1S_2N$ su slični prema poučku KK o sličnosti trokuta. Polovište dužine $\overline{S_1S_2}$ označimo s P . Trokuti $\triangle ANM$ i $\triangle S_1NP$ slični su prema poučku SKS o sličnosti trokuta (jer je $|\angle MAN| = |\angle PS_1N| = \alpha$, a zbog sličnosti trokuta $\triangle ABN$ i $\triangle S_1S_2N$ vrijedi $|AM| : |AN| = |S_1P| : |S_1N|$).



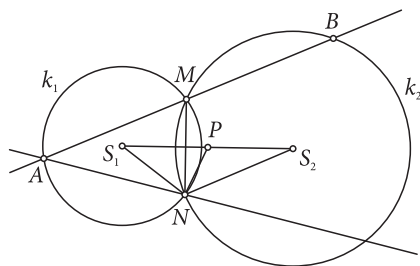
Slika 3.a



Slika 3.b

Za konstrukciju je potrebno konstruirati pomoćni trokut $\triangle S_1NS_2$ i točku P te nacrtati pomoćne dužine \overline{MN} i \overline{PN} (kao na Slici 3.a), prenijeti kut $|\angle PNS_1|$ na dužinu \overline{MN} tako da točka N bude vrh kuta i tako da drugi krak kuta siječe kružnicu k_1 (kao na Slici 3.b).

Sjecište kružnice k_1 i konstruiranog kraka kuta je točka A , a pravac određen točkama A i M traženi je pravac i on siječe kružnicu k_2 u točki B .



Slika 4.

Koristeći istu metodu, pokušajte riješiti i ovaj zadatak!

Zadane su dvije kružnice k_1 i k_2 sa središtima S_1 i S_2 pri čemu k_1 ima manji polumjer. One se sijeku u točkama M i N . Točkom M prolazi pravac koji k_1 siječe u točki A , a k_2 u točki B tako da vrijedi $|AM| = |BM|$. Točka P je polovište dužine $\overline{S_1S_2}$. Dokažite da vrijedi $|\angle ANM| = |\angle S_1MP|$.

