

# Sunce, Mjesec i Zemlja u *GSP*-u

Dino Malpera

## Uvod

*GSP* (*The Geometer's Sketchpad*) iznimno je koristan program za rješavanje geometrijskih zadataka. No možda i više od toga – geometrijski se zadaci mogu rješavati i na papiru, no *GSP* nudi drugačiji, dinamičan pogled na geometriju. U tom kontekstu *GSP* neće u potpunosti ispuniti svoj potencijal na statičkim zadacima (makar će nam i ovdje uštedjeti mnogo vremena i dati neusporedivu preciznost). Njegova dinamička osnova dolazi do izražaja tek u dinamičkim zadacima i problemima – *GSP* nije samo program koji nam daje mogućnost da na računalu napravimo ono što (više ili manje uspješno) možemo napraviti i na papiru, nego nam omogućuje dinamičko, interaktivno i istovremno (*real-time*) bavljenje planimetrijom (mogli bismo čak reći da se uz osnovne 2 prostorne dimenzije ravnopravno uvodi i dimenzija vremena).

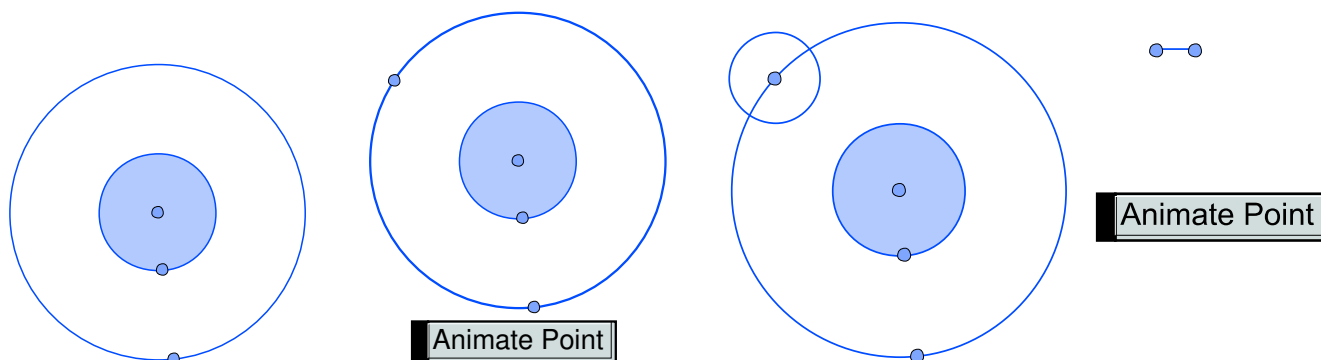
U ovom članku pozabavit ćemo se jednim vrlo jednostavnim zadatkom – kako napraviti Sunčev sustav u *GSP*-u.

## Kružna orbita

Početi ćemo od jednostavne kružne orbite. Dakle, jedan planet (Zemlja) kruži (po kružnici) oko zvijezde (Sunce). To ćemo napraviti u sljedećih par koraka:

- konstruiramo Sunce,
- napravimo Zemljinu orbitu,
- konstruiramo Zemlju.

Ako vam nije jasno zašto ne napravimo prvo Zemlju pa tek onda njezinu orbitu, obrazloženje slijedi: u *GSP*-u uvijek prvo definiramo način animiranja, a tek onda objekte koje animiramo (*GSP* nije objektno orijentiran). Dakle, napravimo kružnicu oko Sunca koncentričnu kružnici Sunca. Sada valja objasniti



Slika 1. Postupak nastajanja orbite

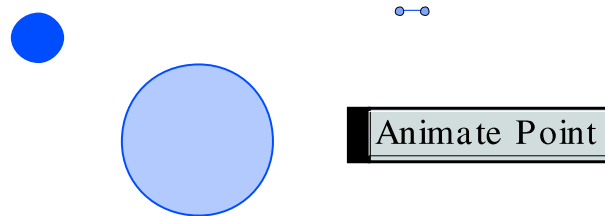
*GSP*-u da je to orbita, tj. da se Zemlja može gibati isključivo po toj kružnici. Dakle, treba nam točka na novonastaloj kružnici (Construct>Point On Circle). Sada imamo orbitu i Zemlju – želimo da se Zemlja giba po orbiti, tj. točka po kružnici: selektiramo Zemlju i odaberemo Edit>Action Buttons>Animation. Za brzinu

ćemo odabrati 3.0<sup>1</sup>. Uključivanjem Animation Button-a vidjet ćemo da se točka (Zemlja) kontinuirano giba po kružnici, kao što i treba.

Sada nam preostaje još jedan završni dekorativni korak – od točke stvoriti krug (Zemlju). Prvo ćemo negdje sa strane napraviti dužinu koja će nam određivati Zemljin polumjer i konstruiramo kružnicu (Construct By Center + Radius) s tim polumjerom.

Ako pomičemo kontrolnu dužinu koja određuje Zemljin polumjer možemo vidjeti da se on također mijenja. Sad nam preostaje napraviti krug u dobivenoj kružnici.

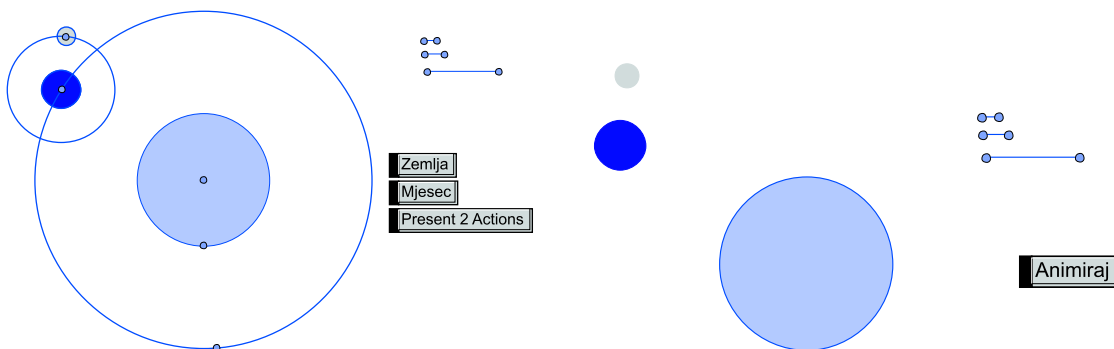
No riječ još nije rečena. Ovaj se uradak još može doraditi. Primjerice, brojne točke i kružnice nepotrebno su vidljive – treba ih sakriti.



### Kružna orbita s Mjesecom

Kao što naslov slikovito govori, naš sljedeći primjer bavit će se istim kao i prethodni, uz dodatak Mjeseca koji će se, po dobrom starom običaju vrtjeti oko Zemlje. Ukoliko ste, vidjevši iduće poglavlje, dokument napravljen u prethodnom, zatvorili ne sačuvavši promjene, duboko vas žalim, jer će vam upravo taj dokument sada trebati. Naime, ovaj je dio upravo nadogradnja prethodnog. Ukoliko ste pak predvidjeli moje namjere i dokument ostavili otvoren, za početak otkrijte sve sakriveno (ima li potrebe).

Nadalje, Zemlji želimo dodati Mjesec. Dakle, prvo ćemo dodati orbitu Mjeseca, a zatim i sam Mjesec. No, budući da se orbita Mjeseca, za razliku od orbite Zemlje, nalazi u dinamičkom sustavu Zemlje, prilikom stvaranja kružnice za Mjesečevu orbitu morat ćemo pribjeći istoj metodi koju smo koristili za stvaranje kružnice za krug Zemlje. Dakle, moramo napraviti još jednu kontrolnu dužinu, onu koja će određivati polumjer Mjesečeve orbite. Zatim na toj kružnici napravimo točku Mjesec i nju animiramo. Brzina Mjesečeve animacije neka bude, recimo, 5. Sad kad imamo dva Animation Button-a, pri čemu jedan animira Zemlju, a drugi Mjesec, želja nam je da ih zajedno uključimo – selektiramo ih oba i odaberemo Edit>Action Buttons>Presentation. Sad još samo moramo dodati Mjesec.

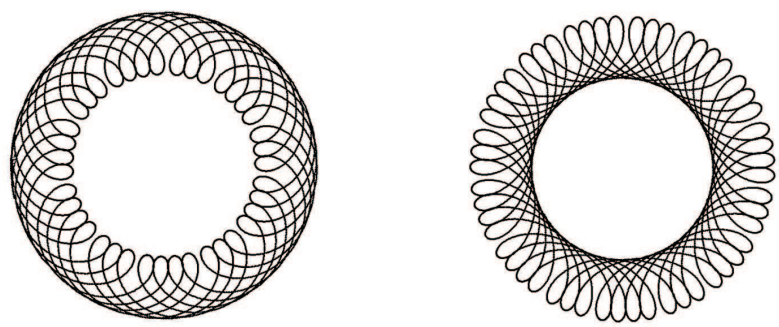


Prije nego što krenete predviđati iduću pomrčinu Sunca, evo nekoliko savjeta: vjerojatno su vam s vremena na vrijeme, zasmetale točke na kružnicama. Taj i slične probleme možete lagano riješiti. Naime dobro je koristiti kontrolne dužine za sve promjene (svih nebeskih tijela i njihovih putanja) i sakriti sve suvišne točke. Tako nemate zbrku na prostoru na kojem gradite vaš Sunčev sustav jer su sve suvišne

<sup>1</sup>Budući da će nam kasnije omjeri brzina postati važni, savjetujem držanje preporučenih vrijednosti brzina te ugađanje pomoću Motion Controllera (Display>Show Motion Controller)

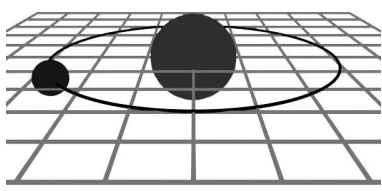
točke sakrivene, a sakriti ih možete jer su i onako beskorisne: sve vrijednosti i onako kontrolirate pomoću kontrolnih dužina.

Najzanimljiviji dio ovog uratka tek slijedi: zanimljivo je vidjeti koji trag<sup>2</sup> ostavlja Mjesec gibajući se nebom. To možemo saznati, ako stavimo da Mjesec ostavlja trag (Display>Trace Point ili (Ctrl+T)), te naravno uključimo animaciju. Zanimljivo je vidjeti uz kakve omjere polumjera/brzina nastaju kakve krivulje. No, mi idemo dalje. Idući dio nije nadogradnja ovog, pa možete slobodno zatvoriti dokument s 'n'.

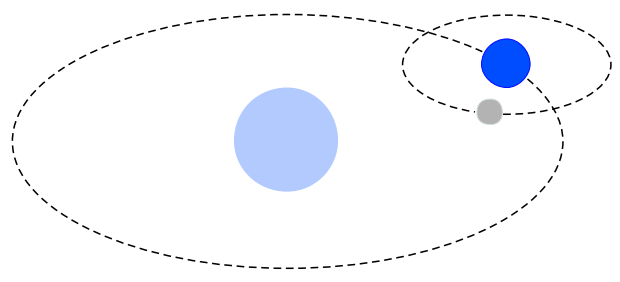


### Eliptična orbita

Sada ćemo se pozabaviti elipsama. Možda su se na spomen orbita i elipsi neki sjetili Keplera, no mi zasada nećemo ići tako daleko. Ograničit ćemo se na promatranje kružnog sustava, ali pod kutem. (Sunce će nam još uvijek biti u središtu elipse.)



Pitanje je kako napraviti elipsu<sup>3</sup>. Postoje brojni načini, no mi ovdje nećemo u njih ulaziti.

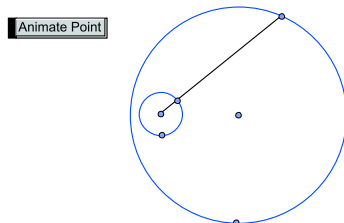


Kada napravimo elipsu, možemo napraviti eliptičnu orbitu. Po već uhodanom običaju, prvo napravimo Sunce. Nakon toga umjesto kružne orbite konstruiramo elipsu. Sad napravimo Zemlju oko točke elipse na standardan način. Postupak ponovimo za Mjesec - ekscentricitet elipsa Zemlje i Mjeseca treba biti isti. I to je to.

<sup>2</sup>Više vidi u članku: *Krešimir Cindrić: Fraktalni epicikli, Poučak* br. 18.-19., str. 150., HMD, 2004.  
<sup>3</sup>Vidi: *Elipsa, Poučak* br. 18.-19., str. 109., HMD, 2004.

## Keplerov izazov

**Keplerov model** prvi je pravi izazov. Ovdje ćemo iznijeti neke prijedloge kako riješiti neke probleme. Da bismo u *GSP*-u mogli realizirati Keplerov model, moramo prvo riješiti nekoliko problema koje on donosi. Prvi među njima je brzine. Naime, planet se brže kreće kad je bliže fokusu. Kako nam je u biti gibanje planeta po elipsi određeno animacijom točke po kružnici, problem moramo riješiti za kružnicu.

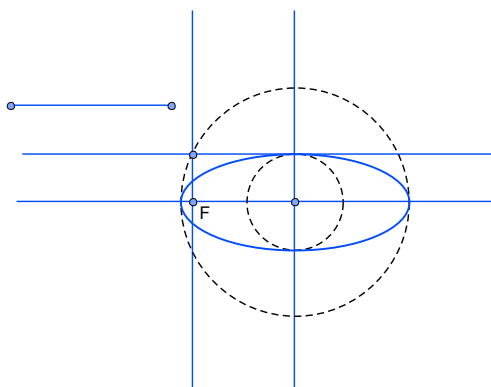


Neka imamo kružnicu i unutar nje manju kružnicu. Neka se manja kružnica nalazi što dalje od središta velike. Na velikoj kružnici napravimo točku i animiramo je. Tu točku spojimo (dužinom) sa središtem manje kružnice i napravimo presjek te dužine i manje kružnice. Točka presjeka kreće se brže kad je animirana točka bliže manjoj kružnici. Sad još samo trebamo dani mehanizam primijeniti na veću kružnicu u sustavu elipse. Na taj će se način i točka elipse kretati brže kad je bliže fokusu, što se i tražilo.<sup>4</sup>

Drugi problem je problem žarišta ili fokusa. Fokus elipse lako je konstruirati (jedan način je geometrijski, a drugi je preko formule  $f^2 = a^2 - b^2$ ).

Treći problem i nije problem ako ne namjeravamo transformirati (translatirati, rotirati, ...) biplanetarni sustav koji radimo. Naime, i bez rješenja trećeg problema možemo napraviti sve – elipsu s promjenjivom brzinom za prvi planet, fokus, te zatim drugi planet homotetijom točke elipse prvog.

Ako jednom od planeta (objekata) namjeravamo dodati Mjesec, zadatak se komplicira. Naime, Mjesec više ne možemo jednostavno dodati u bilo kojem trenutku jer njegova prisutnost utječe na animaciju planeta oko kojeg se vrti pa sustav tako moramo graditi od početka. Također, Mjesec se više ne vrti oko planeta, nego se oba objekta vrte oko zajedničkog fokusa elipsa. Konstrukcija elipse u tom slučaju mora započeti od fokusa, a ne od središta.



Dakle, prvo valja napraviti fokus i dužinu smjera, zatim treba napraviti manju kružnicu (oko fokusa!), te središte elipse na pravcu koji prolazi fokusom, a paralelan je s dužinom smjera. Središte elipse i sjecište pravca okomitog na dužinu smjera (u fokusu) i kružnice čine radijus veće kružnice. Dalje je očito. Kao što vidimo, postupak je sličan (obrnut) konstrukciji fokusa. Sad pomicanjem fokusa mičemo cijeli sustav, a rotacijom dužine smjera ga rotiramo.

Ovo su neki od izazova koji čekaju čitatelja koji će prihvatiti izazov. Za takve (i ostale), *GSP* dokumenti dostupni su na web-stranicama *PlayMath*-a.

<sup>4</sup>Valja primijetiti da sama konstrukcija elipse za sobom povlači varijabilnu brzinu (brzina u točkama udaljenijim od središta manja je od brzine u točkama bližim središtu). Te razlike nisu toliko očite pri manjim ekscentricitetima, a pogotovo nakon primjene navedenog mehanizma koji brzinu mijenja drastično. No i ta odstupanja moguće je riješiti – otkrijte kako!!

