Ivan Prce*
Marija Mirošević**

IZBOR NUMERIČKIH METODA ZA RJEŠAVANJE DIFERENCIJALNIH JEDNADŽBI PRI ZALETU ASINKRONOG MOTORA NA NEOPTEREĆENI SINKRONI GENERATOR

The selection of numerical methods of solving differential equations on running jump of the asynchronous motor on unburdened synchronous generator

ISSN 0469-6255
(191-196)

UDK 519.6+517.9
Pregledni članak
Review

Sažetak:

U radu su prikazane metode za numeričko rješavanje diferencijalnih jednadžbi uz međusobnu usporedbu rezultata pri izračunu zaleta asinkronog motora Eulerovom metodom, te metodama Runge-Kutta i Kutta-Merson. Temeljem prikazanih rezultata učinjen je odabir optimalne metode.

Ključne riječi: *numeričke metode rješavanja diferencijalnih jednadžbi, Eulerova metoda, metode Runge-Kutta i Kutta-Merson fiksnog i varijabilnog koraka, asinkroni motor.*

Abstract:

The paper has dealt with the methods for numerical solution of differential equations with reciprocal comparison of the results on the calculation of the running jump of the asynchronous motor by Euler method. On the basis of the results surveyed, the selection of the optimal method has been done.

Key words: *numerical methods of solving differential equations, Eulerov method, methods of Runge-Kutt and Kutt-Merson fixed and variable step, asynchronous motor.*

1. Uvod
Introduction

U izboru metoda za numeričko rješavanje diferencijalnih jednadžbi koje se javljaju kod nekih problema u tehnici treba obratiti pozornost na prednosti i nedostatke pojedinih metoda. Na primjeru simulacije zaleta asinkronog motora na neopterećeni sinkroni generator prikazat će se prednosti i nedostaci nekih od metoda rješavanja diferencijalnih jednadžbi numeričkim putem. Izbor metode ovisit će o nizu faktora kao što su: brzina izračuna, veličini greške i o samoj funkciji. Neke metode mogu zadovoljiti u većini primjera, dok druge imaju nedostatke i ne preporučuju se za rješavanje pojedinih problema. Da bi se napravio pravilan izbor, nužno je poznavati samu funkciju i njezino ponašanje u promatranom intervalu. Tako će se pri nabavi simulacijskih programa uvažavati oni faktori koji će osigurati pravi izbor, smatrajući da je jednostavnije izabrati ponuđene programe na tržištu nego izraditi algoritam za rješavanje diferencijalnih jednadžbi numeričkim putem.

2. Numeričke metode rješavanja diferencijalnih jednadžbi
Numerical methods of solving differential equations

Često se problemi koji se javljaju u tehnici svode na rješavanje diferencijalnih jednadžbi prvog reda oblika $x' = f(x,t)$ uz početne uvjete $x(t_0)=x_0$ ili sustav diferencijalnih jednadžbi $x_i' = f_i(t, x_1, x_2, ..., x_k)$ s početnim uvjetima $x_{0i}(t_0)=x_0$ a rješenja se iznalaze numeričkim putem u vidu aproksimacija

$x_k = x(t_k) = x(t_0 + k \cdot h)$ gdje je $k=1,2,...$, a h korak primijenjene metode.

Radi jednostavnosti redovito se promatra jednolika podjela $t_k = t_0 + k \cdot \dfrac{a}{n}$ pri čemu se uzima da je funkcija f definirana na pravokutniku

$|t-t_0|<a; |x-x_0|<b$,

gdje su a i b stranice pravokutnika.

Da se dobije x_1 u točki $t_1=t_0+h$ koriste se t_0 i x_0, a zatim se x_1 i t_1 koriste da se odredi x_2 u točki $t_2=t_0+2h$, itd.

* Mr. sci. Ivan Prce, Veleučilište u Dubrovniku, Ćira Carića 4, 20000 Dubrovnik
* Mr. sci. Marija Mirošević, Veleučilište u Dubrovniku, Ćira Carića 4, 20000 Dubrovnik

Za dobiti aproksimacije uzima se Taylorov red funkcije:

$$x(t_k+h)=x(t_k)+h\cdot x'(t_k)+\frac{h^2}{2!}\cdot x''(t_k)+\frac{h^3}{3!}\cdot x'''(t_k)+.... \quad (2.1.)$$

Poznavajući funkciju x i njenu derivaciju u točki t_k može se izračunati vrijednost u točki $t=t_k+h$. Najjednostavnije aproksimacije od $x(t_{k+1})$ dobiju se upotrebom samo prva dva člana Taylorovog reda i u njemu se vrijednost funkcije $x(t_k)$ zamijeni s aproksimacijom x_k.

Numeričke metode rješavanja diferencijalnih jednadžbi prema vrsti koraka dijele se na:

- metode fiksnog koraka;
- metode varijabilnog koraka.

Za metodu fiksnog koraka korak h je unaprijed određen i ne mijenja se tijekom izračunavanja. Za metodu varijabilnog koraka, korak h mijenja se tijekom postupka ovisno o naravi funkcije i lokalnoj pogrešci tako da se ispravlja na manji iznos ako je lokalna pogreška veća od dopuštene.

Prema broju koraka metode se dijele na jednokoračne i višekoračne. U jednokoračne metode ubraja se Eulerova metoda.

Polazeći od $x_0=x(t_0)$ i uzevši prva dva člana Taylorova reda dobije se

$$\begin{aligned} x_1 &= x_0+h\cdot f(t_0,x_0)\\ x_2 &= x_1+h\cdot f(t_1,x_1)\\ &\vdots \\ x_{k+1} &= x_k+h\cdot f(t_k,x_k) \end{aligned} \quad (2.2.)$$

Eulerova metoda je vrlo jednostavna, a greška pri njezinoj primjeni proporcionalna je h^2. Tako korak h mora biti dosta mali da se poveća točnost. Metoda je dosta brza i njenom primjenom skraćuje se vrijeme trajanja izračuna vrijednosti funkcije. Također, ona može poslužiti kao osnova za razumijevanje složenijih metoda.

Bolja aproksimacija s pomoću Taylorova reda zahtijeva izračunavanje derivacija višeg reda što je u većini primjera složeno. Zato je dopušteno uzeti aproksimaciju s pomoću prva dva člana Taylorova reda funkcije f. Prema (2.2.) općenito vrijedi:

$$x_{k+1}=x_k+h\cdot f(t_k,x_k)$$

Geometrijski gledano u točki t_k uzeta je aproksimacija x_k i gradijent smjera $f(t_k,x_k)$ određenog diferencijalnom jednadžbom $x'=f(t,x)$ kao aproksimacija derivacije $x'=f(t_k,x(t_k))$ što postavlja pitanje izbora neke druge aproksimacije od $f(t_k,x(t_k))$ i vodi ka općem algoritmu

$$x_{k+1}=x_k+h\cdot\Phi(t_k,x_k,h) \quad (2.3.)$$

gdje je $\Phi(t_k,x_k,h)$ neka odabrana aproksimacija derivacije $f(t_k,x(t_k))$.

Tako za:

$$\Phi=ak_1+bk_2 \quad k_1=f(t_k,x_k) \text{ i } k_2=f(t_k+ph,\ x_k+qhf_k) \quad (2.4.)$$

razvijanjem k_2 u Taylorov red u okolini točke $p=0$, $q=0$ i zamjenom u x_{k+1} te izjednačavanjem koeficijenata originalne funkcije i aproksimacije dobiju se jednadžbe:

$$a+b=1, \qquad bp=\frac{1}{2}, \qquad bq=\frac{1}{2}$$

pa slijedi da je:

$$a=1-b \qquad p=q=\frac{1}{2b}$$

gdje je b po volji odabran.

Za $b=\frac{1}{2}$ dobije se

$$x_{k+1}=x_k+\frac{h}{2}\left[f(t_k,x_k)+f(t_{k+1},x_{k+1})\right] \quad (2.5.)$$

odnosno poboljšana Eulerova metoda ili Heunova metoda.

Za $b=1$ dobije se modificirana Eulerova metoda:

$$x_{k+1}=x_k+h\cdot f\left(t_k+\frac{h}{2},x_k+\frac{h}{2}f(t_k,x_k)\right) \quad (2.6.)$$

Ako se uzme $\Phi(t_k,x_k,h)=ak_1+bk_2+ck_3$, slično kao za metodu drugog reda, dobiju se metode Runge-Kutta trećeg reda:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k+\frac{h}{6}(k_1+4k_2+k_3)\\ k_1 &= f(t_k,x_k)\\ k_2 &= f(t_k+\frac{1}{2}h,x_k+\frac{1}{2}hk_1)\\ k_3 &= f(t_k+h,x_k+2hk_2-hk_1) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Za $\Phi=ak_1+bk_2+ck_3+dk_4$ Kuttin izbor koeficijenata dobije se metoda Runge-Kutta četvrtog reda

$$x_{k+1} = x_k + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$
$$k_1 = f(t_k, x_k)$$
$$k_2 = f(t_k + \frac{1}{2}h, x_k + hk_1)$$
$$k_3 = f(t_2 + \frac{h}{2}, x_k + \frac{1}{2}hk_2) \tag{2.8.}$$
$$k_4 = f(t_k + h, x_k + hk_2)$$

Različitim izborom koeficijenata u jednadžbama (2.7.) i (2.8) za Φ može se napraviti beskonačno mnogo algoritama drugog, trećeg, četvrtog, petog,..., n-tog reda. Jedan takav izbor koeficijenata uz improvizaciju gornje metode vodi do Kutta-Merson metode fiksnog koraka

$$x_{k+1} = x_k + \frac{k_5 + 4k_4 + k_1}{6}$$

gdje je:

$$k_1 = f(t_k, x_k)$$
$$k_2 = hf(t_k + \frac{h}{3}, x_k + \frac{k_1}{3})$$
$$k_3 = hf(t_k + \frac{h}{3}, x_k + \frac{k_2 + k_1}{6})$$
$$k_4 = hf(t_n + \frac{h}{2}, x_k + \frac{3k_3 + k_1}{6}) \tag{2.9.}$$
$$\bar{x} = x_k + \frac{4k_4 + 3k_3 + k_1}{2}$$
$$k_5 = hf(t_k + h, \bar{x})$$

Ta metoda daje bolje rezultate nego metoda Runge-Kutta četvrtog reda, a ne usporava previše izračun vrijednosti funkcije.

Metoda Kutta-Merson varijabilnog koraka koristi lokalnu pogrešku za procjenu koraka i njegovu prilagodbu. Koristi iste jednadžbe kao i u fiksnoj metodi Kutta-Merson s dodatkom izračunavanja lokalne pogreške

$$\varepsilon_L = \frac{\bar{x} - x_{k+1}}{5}$$

ako je ona veća od dozvoljene, korak se smanjuje i ponovo izračunavaju koeficijenti dok se ne dobiju prihvatljivi rezultati.

Izbor metode ovisi o prirodi funkcije brzini izračuna vrijednosti funkcije, te dopuštenoj relativnoj i apsolutnoj toleranciji lokalne i globalne pogreške.

Tako se može koristiti Eulerova metoda ili koja od njenih modifikacija za linearne funkcije. Dosta je brza, ali ne postiže veliku točnost pa se ne preporuča za nelinearne veze.

Metoda Runge-Kutta četvrtog reda postiže zadovoljavajuće rezultate u većini problema. Dosta je brza i ima zadovoljavajuću točnost za nelinearne funkcije koje nisu nestabilne.

Fiksna metoda Kutta-Merson postiže još bolje rezultate u nelinearnim funkcijama uz malo usporeniji rad od metode Runge-Kutta četvrtog reda.

Varijabilna metoda Kutta-Merson je najprihvatljivija metoda za mnoge funkcije pogotovo ako imaju različite prirode ponašanja duž intervala integriranja.

Pogreške koje metode čine mogu se procijeniti metodama pokušaja i pogrešaka tako da se odredi vrijednost uz neki korak *h*, a zatim uz korak $\frac{h}{2}$. Ako su razlike x_k po jednom i drugom koraku približno jednake, rezultat se prihvaća. Kad su razlike manje od dopuštenih koriste se dobivene vrijednosti, ako pak nisu zadovoljavajuće nastavlja se smanjivati korak dok se to ne postigne.

Za primjenu metoda s varijabilnim korakom algoritam osigurava smanjenje koraka i određuje njegovu veličinu prema potrebi koristeći zadane parametre za pogrešku. Svaki problem bi trebalo riješiti bar s dvije metode i usporediti rezultate da se napravi pravilan izbor metode te izvršiti provjeru na matematičkom modelu u nekom od programa za simulaciju.

3. Usporedba rezultata izračuna primjenom različitih metoda

The comparation of the results of the calculation by the application of different methods

Provjera numeričkih metoda za rješavanje diferencijalnih jednadžbi učinjena je na primjeru elektroagregata u radu na vlastitoj mreži. Postavljen je cjelovit matematički model koji obuhvaća sinkroni generator pogonjen dizelskim motorom i neregulirani asinkroni motor. Asinkroni motor spaja se na neopterećeni sinkroni generator.

Električni stroj predstavlja fizikalni sustav koji ima *n+1* varijabli, od kojih su *n* električne (struje ili ulančeni tokovi) i jedna mehanička varijabla (kut zakreta rotora). Da bi se opisalo vladanje električnog stroja, treba postaviti sustav od *n+1* diferencijalnih jednadžbi, koje se zasnivaju na osnovnim fizikalnim zakonima.

Koristeći podatke dane u [4], a na temelju drugog Kirchoffovog zakona može se za *n* namota stroja postaviti *n* naponskih jednadžbi koje se mogu napisati u matričnom obliku:

$$[u]=[R][i]+\frac{d[\psi]}{dt} \qquad (3.1.)$$

gdje je: *R* - dijagonalna matrica otpora:

$$R = dijag\left[R_1\ R_2\ \ldots\ R_n\right] \qquad (3.2.)$$

a u i ψ predstavljaju stupčane matrice (vektore) varijabli koje u transponiranom obliku glase:

$$[u]^T=\left[u_1\ u_2\ \ldots\ u_n\right] \qquad (3.3.)$$

$$[i]^T=\left[i_1\ i_2\ \ldots\ i_n\right] \qquad (3.4.)$$

$$[\psi]^T=\left[\psi_1\psi_2\ldots\psi_n\right] \qquad (3.5.)$$

Veza između ulančenih tokova i struja može se izraziti s pomoću matrice induktiviteta:

$$[\psi]=[L(x)]\cdot[i] \qquad (3.6.)$$

Matrica $L(x)$ ima dimenziju $n \times n$, a njezini članovi $L_{jk}(x)$ (j = 1, 2, ..., n, k = 1, 2, ..., n) predstavljaju samoinduktivitete ($j=k$), odnosno međuinduktivitete ($j \neq k$) pojedinih strujnih krugova. Matrica je simetrična s obzirom na glavnu dijagonalu. Mehanička je varijabla x.

Članovi matrice induktiviteta su funkcije kuta γ_m koji određuje trenutačni položaj rotora prema statoru, pa se matrica induktiviteta može promatrati kao složena funkcija vremena:

$$[L]=[L(\gamma_m(t))] \qquad (3.7.)$$

Kad su struje $i_1, \ldots, i_n$ i kut γ_m nezavisne varijable onda treba ukloniti ulančene tokove iz (3.1); odnosno primjenom drugog Newtonova zakona na mehanički sustav u vrtnji dobije se:

$$[u]=[R][i]+\frac{d[\gamma_m]}{dt}\frac{d[L(\gamma_m)]}{d\gamma_m}[i]+[L(\gamma_m)]\frac{d[i]}{dt} \qquad (3.8.)$$

$$M_v=J\frac{d^2\gamma_m}{dt^2}-\frac{1}{2}[i]^T\frac{d[L]}{d\gamma_m}[i]$$

gdje se vanjski zakretni moment odabire kao pozitivan i djeluje u smjeru pozitivnog zakreta rotora (generatorski pogon). J je ukupni moment tromosti dijelova u vrtnji.

Sustav (3.8) predstavlja opći matematički model električnog stroja u kojima su nezavisne varijable struje ($i_1, \ldots, i_n$) i kut zakreta rotora (γ_m). Opći model električnog stroja je nelinearan; nelinearnost je oblika umnoška varijabli koja se javlja na više mjesta. U naponskim jednadžbama sustava (3.8) javlja se umnožak kutne brzine rotora ($\omega_m = d\gamma_m/dt$) i struja, a u jednadžbi gibanja umnožak struja. Osim toga induktivitet je funkcija kuta γ_m pa se u svim jednadžbama javlja umnožak struja, odnosno ulančenih tokova, s odgovarajućom funkcijom kuta γ_m.

Primjenom odgovarajućih transformacija varijabli, diferencijalne jednadžbe s periodičnim koeficijentima prelaze u jednadžbe s konstantnim koeficijentima.

Sustav naponskih jednadžbi faznih namota statora sinkronoga generatora u transformiranim rotirajućim *dq* koordinatama mogu se napisati u obliku:

$$-u_d=r\cdot i_d+\frac{d\psi_d}{dt}-\omega\cdot\psi_q$$

$$-u_q=r\cdot i_q+\frac{d\psi_q}{dt}+\omega\cdot\psi_d \qquad (3.9.)$$

$$u_1=r_1\cdot i_1+\frac{d\psi_1}{dt}$$

$$0=r_D\cdot i_D+\frac{d\psi_Q}{dt}$$

$$0=r_Q\cdot i_Q+\frac{d\psi_Q}{dt}$$

Model asinkronog stroja u *abc* kordinatama sadrži sustav diferencijalnih jednadžbi s vremenski promjenljivim koeficijentima. Primjenom transformacija koordinata dobije se matematički model u *dq* koordinatama koji čini sustav diferencijalnih jednadžbi s konstantnim koeficijentima, a sadrži dvije statorske i dvije rotorske naponske jednadžbe:

$$u_{dA}=R_s i_{dA}+\frac{d\psi_{dA}}{dt}-\omega\psi_{qA} \qquad (3.10.)$$

$$u_{qA}=R_s i_{qA}+\frac{d\psi_{qA}}{dt}+\omega\psi_{dA}$$

$$0=R_r i_{DA}+\frac{d\psi_{DA}}{dt}+(\omega-\omega_A)\cdot\psi_{QA} \qquad (3.11.)$$

$$0=R_r i_{QA}+\frac{d\psi_{QA}}{dt}-(\omega-\omega_A)\cdot\psi_{DA}$$

Jednadžba gibanja rotora asinkronog motora s radnim mehanizmom je:

$$T_{mA}\cdot\frac{ds}{dt}=m_{TA}-m_{elmA} \qquad (3.12.)$$

u kojoj je elektromagnetski moment :

$$m_{elm_A} = \frac{L_m}{\sigma \cdot L_s \cdot L_r}\left(\psi_{DA} \cdot \psi_{qA} - \psi_{QA} \cdot \psi_{dA}\right) \quad (3.13.)$$

Sustav jednadžbi kompletira se jednadžbom gibanja agregata, jednadžbama regulacije napona i regulacijom brzine vrtnje. Detaljni opis kompletnog sustava jednadžbi i verifikacija modela dan je u [4].

Vrtnja rotora asinkronog motora s radnim mehanizmom, opisanog jednadžbom (3.12), promatra se pri zaletu neopterećenog ($m_{tA}=0$) i opterećenog asinkronog motora ($m_{tA} \neq 0$). Motor se uključuje na sinkroni generator u praznom hodu. U trenutku uključivanja na mrežu, rotor miruje (s=1).

Početni uvjeti u numeričkom izračunu za sinkroni generator u praznom hodu su:

ω	m_T	u	u_d	u_q	i	i_d	i_q	u_l	i_l
1	0	1	0	-1	0	0	0	1	1

dok za asinkroni motor oni iznose:

a) neopterećeni asinkroni motor:

ω_{AM}	m_{tA}	u_A	u_{dA}	u_{qA}	i_A	i_{dA}	i_{qA}	s
0	0	0	0	0	0	0	0	1

b) opterećeni asinkroni motor:

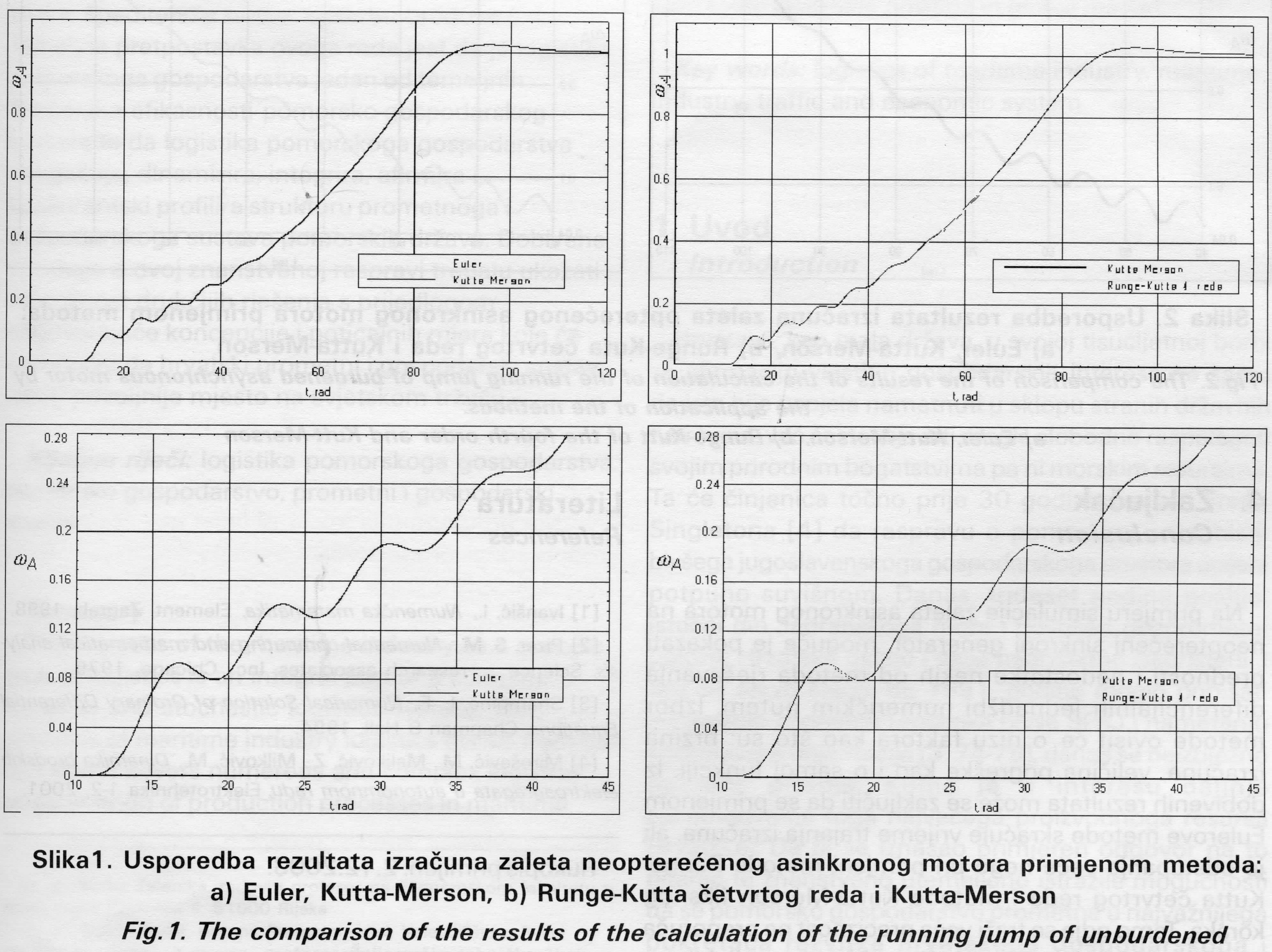
ω_{AM}	m_{tA}	u	u_d	u_q	i_A	i_{dA}	i_{qA}	s
1	$\neq 0$	1	0	-1	0	0	0	1

Numerički izračun je učinjen primjenom Eulerove metode, metode Runge-Kutte četvrtog reda s fiksnim korakom i metode Kutta-Merson s promjenjivim korakom integracije. Dobiveni rezultati prikazani su na slikama 1 i 2.

Na slici 1a) prikazana je usporedba rezultata izračuna zaleta neopterećenog asinkronog motora Eulerovom metodom i metodom Kutta-Merson s promjenjivim korakom integracije, dok je na slici 1b) prikazana usporedba rezultata izračuna metodom Runge-Kutta četvrtog reda i metodom Kutta-Merson. Iz dobivenih rezultata može se zaključiti da se primjenom Eulerove metode skraćuje vrijeme trajanja izračuna ali je odstupanje veće, nego pri primjeni metode Runge-Kutta četvrtog reda ili Kutta-Merson.

Na slici 2a) prikazana je usporedba rezultata izračuna zaleta opterećenog asinkronog motora Eulerovom metodom i metodom Kutta-Merson s promjenjivim korakom integracije, dok je na slici 2b) prikazana usporedba rezultata izračuna metodom Runge-Kutta četvrtog reda i metodom Kutta-Merson. Iz dobivenih rezultata može se zaključiti da metoda Runge-Kutta četvrtog reda je brza i postiže rezultate kojima se

a) b)

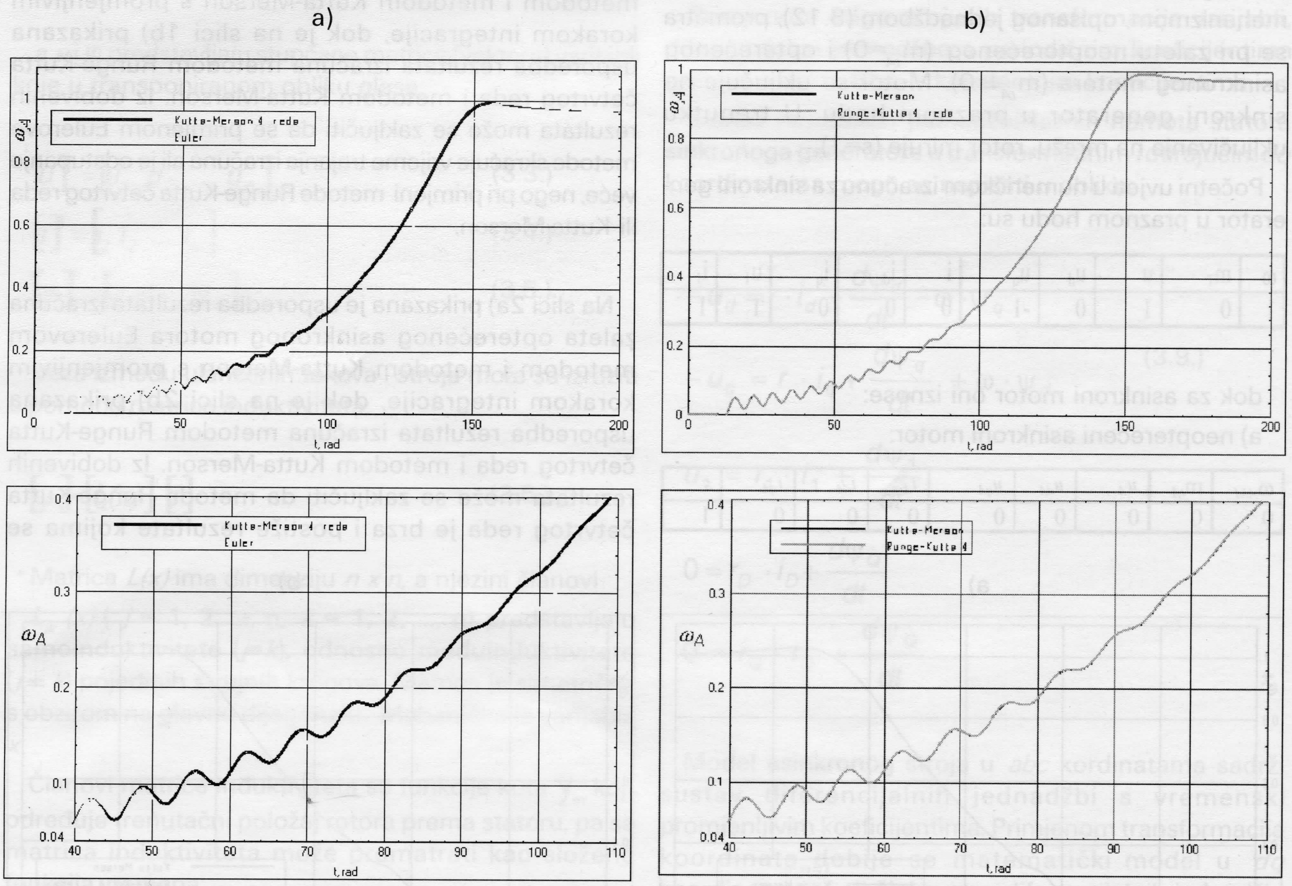


Slika1. Usporedba rezultata izračuna zaleta neopterećenog asinkronog motora primjenom metoda: a) Euler, Kutta-Merson, b) Runge-Kutta četvrtog reda i Kutta-Merson

Fig.1. The comparison of the results of the calculation of the running jump of unburdened asynchronous motor by the application of the methods:
a) Euler, Kutt-Merson, b) Runge-Kutt of the fourth order and Kutt-Merson

približava metodi Kutta-Merson. Izbor metode ovisi o prirodi funkcije, brzini izračuna vrijednosti funkcije, te dopuštenoj relativnoj i apsolutnoj toleranciji lokalne i globalne pogreške. Metoda Kutta-Merson varijabilnog koraka koristi lokalnu pogrešku za procjenu koraka i njegovu prilagodbu, pa je najprihvatljivija metoda za funkcije koje imaju različite prirode ponašanja duž intervala integriranja. Promjenjiv korak optimizira postupak integracije tako da ga ubrza ne povećavajući pogrešku.

njegovu prilagodbu, stoga je najprihvatljivija metoda za funkcije koje imaju različite prirode ponašanja duž intervala integriranja. Promjenjiv korak optimizira postupak integracije tako da ga ubrza ne povećavajući pogrešku, te se ta metoda preporuča za funkcije različite prirode ponašanja duž promatranog intervala. Kad je funkcija stabilnog ponašanja, zadovoljavajuće rezultate daju i metode Runge-Kutta četvrtog reda i metoda Kutta-Merson fiksnog koraka.



Slika 2. Usporedba rezultata izračuna zaleta opterećenog asinkronog motora primjenom metoda: a) Euler, Kutta-Merson, b) Runge-Kuta četvrtog reda i Kutta-Merson

Fig.2. The comparison of the results of the calculation of the running jump of burdened asynchronous motor by the application of the methods: a) Euler, Kutt-Merson, b) Runge-Kutt of the fourth order and Kutt-Merson

4. Zaključak
Conclusion

Na primjeru simulacije zaleta asinkronog motora na neopterećeni sinkroni generator, moguće je pokazati prednosti i nedostatke nekih od metoda rješavanja diferencijalnih jednadžbi numeričkim putem. Izbor metode ovisit će o nizu faktora kao što su: brzina izračuna, veličina pogreške kao i o samoj funkciji. Iz dobivenih rezultata može se zaključiti da se primjenom Eulerove metode skraćuje vrijeme trajanja izračuna, ali je odstupanje veće nego pri primjeni metode Runge-Kutta četvrtog reda i metode Kutta-Merson fiksnog koraka. Tamo gdje se traži veća preciznost ne preporuča se Eulerova metoda. Metoda Kutta-Merson varijabilnog koraka koristi lokalnu pogrešku za procjenu koraka i

Literatura
References

[1] Ivanšić, I., *Numerička matematika,* Element, Zagreb, 1998.

[2] Pizer, S. M., *Numerical computing and mathematical analysis,* Science research associates, Inc., Chicago, 1975.

[3] Shampine, L. F., *Numerical Solution of Ordinary Differential Equations,* Chapman & Hall, 1994.

[4] Mirošević, M., Maljković, Z., Milković, M., *Dinamika brodskih elektroagregata u autonomnom radu,* Elektrotehnika 1-2, 2001.

Rukopis primljen: 2.12.2003.