

VUČEDOLSKA ŠAHOVNICA

Ivan JURIC
Agronomski fakultet, Zagreb

Pavao PETRIČEVIĆ
Gimnazija "Matija Antun Reljković", Vinkovci

Marija ĐIKIĆ
Agronomski fakultet, Zagreb

UDK: 903.2(497.5-37 Vukovar):003
003.6:903.2

Izvorni znanstveni rad

Primljeno: 24. 4. 2001.

"Baš vučedolska kultura stoji u pogledu raznolikog i bogatog obrađivanja motiva šahovskih polja iznad svih drugih kultura", napisao je Schmidt (1945.). Istraživanjima što su prikazana u radu: "Ishodište Pitagorina poučka u vučedolskoj kulturi na prostoru Hrvatske" (Jurić i sur., 2000.) utvrđeno je da je u vučedolskoj kulturi, koja je trajala od oko 3000. do 2200. godina prije Krista, bio poznat sustav brojeva 3, 4, 5 i način kako crtati geometrijske oblike kojih se dužine stranica odnose kao cijeli brojevi (osnova ove spoznaje kasnije je definirana kao Pitagorin poučak). U ovome radu prikazana je povezanost raznih kombinacija kvadrata i četverokuta, nazvanih "šahovnicama" sa sustavima brojeva 3, 4, 5, te 5, 12, 13 i 7, 24, 25. Pretpostavljeno je da su se šahovnice u vučedolskoj kulturi koristile za prikazivanje raznih matematičkih izračuna. Od mnogobrojnih i raznovrsnih prikaza šahovnica posebno je obrađena ona sa 72 polja, koja je brojčano sadržavala 12 trokuta sustava 3, 4, 5. Postavljena je i hipoteza da se ovakva šahovnica mogla upotrijebiti u računanju vremena, te da su Vučedolci poznavali kalendar, po kojem je poslije zimskog solsticija počimala slijedeća godina.



Ivan Jurić, Agronomski fakultet Sveučilišta u Zagrebu,
Svetošimunska c. 25, 10000 Zagreb, Hrvatska.
E-mail: ijuric@agr.hr

UVOD

953

U ranijem radu: "Ishodište Pitagorina poučka u vučedolskoj kulturi na prostoru Hrvatske" (Jurić i sur., 2000.) tragalo se za dokazima o pretpostavci B. L. van der Waerdena (1983.) po kojoj je u srednjoj Europi između 3000. i 2500. godine prije Krista bio poznat račun koji je kasnije definiran kao Pitagorin poučak,

jer se već znalo kako prikazati geometrijske slike kojih su se dužine stranica odnosile kao cijeli brojevi. Temeljem provedenih istraživanja zaključeno je da su Vučedolci poznavali sustav brojeva 3, 4, 5, te da su po tom sustavu gradili krovista važnih građevina, kao što je bio megaron na vučedolskom Gradcu. Pravokutnik što su ga sačinjavala četiri trokuta, od toga dva kojih su se duljine stranica odnosile kao cijeli brojevi 3, 4 i 5, te dva trokuta kojih su se duljine stranica odnosile kao 4, 3, 5, postao je simbol uz već ranije simbole kvadrata i trokuta.

Van der Waerden (1983.) analizirao je nalaze iz Egipta i Kine po kojima je vidljivo da se spoznaja o odnosima stranica u pravokutnom trokutu povezivala s površinama i to upravo u sustavu 3, 4, 5. Waerden analizira i pravila u izradi oltara u Indiji u kojem su korišteni sustavi 3, 4, 5; 5, 12, 13 i 7, 24, 25.

Izvorište ovih spoznaja u Egiptu, Kini i Indiji Waerden stavlja u srednju Europu u razdoblju između 3000 i 2500 godina prije Krista.

Kako su prikazi raznih kombinacija šahovskih polja u vučedolskoj kulturi vrlo česti, a prikaz šahovnica može simbolizirati određene površine, pristupili smo istraživanjima povezanosti vučedolskih šahovnica sa već utvrđenim sustavom 3, 4, 5.

Schmidt je, istražujući vučedolsku kulturu (1945., str. 181) uočio česte kombinacije u ukrašavanju šahovskih polja. Na više je mjesta ukazao na motive šahovskih polja, način njihove izvedbe, a na dva mjesta prikazao je šahovnicu nađenu na vučedolskom Gradcu koja ima 72 polja (8 x 9), (slika 1). Nalaze šahovnica na lokalitetu Vinkovci prikazuje slika 2, a na lokalitetu Sarvaš slika 3. Model izrade šahovnica u badenskoj i vučedolskoj kulturi prenosimo na slici 7a, b i c (Schmidt, 1945., str. 61 i 93).

Pojam "šahovska polja" preuzeli smo od Schmidta, a nazvali smo ih šahovnicom s razloga što se u hrvatskom puku pojam šahovnice veže uz hrvatski grb i ima drukčije značenje od šahovske ploče. Isto kao i Schmidt kombinacijom šahovskih polja nazivamo i one crteže na keramici koji nisu kvadrati nego su im polja pravokutnika izdužena.

Kada smo predali u tisak rad koji je publiciran pod naslovom "Ishodište Pitagorina poučka u vučedolskoj kulturi na prostoru Hrvatske" (Jurić i sur., 2000.) bio je obrađen i manji dio materije koju sada šire obrađujemo. Naime, jedan od recenzenata navedenog rada predložio je da se ova problematika šahovnice opširnije obradi, pa to sada i činimo.

POVEZIVANJE IZRAČUNA POVRŠINA S PITAGORINIM POUČKOM

Van der Waerden (1983., str. 24) navodi zapis s egipatskog papirusa na kojemu je zapisano da kvadrat i drugi kvadrat, čija je stranica jedna polovica i jedna četvrtina od stranice prvoga, daju zajedno površinu 100.

Pojašnjeno tumačenje zapisa s egipatskog papirusa pokazuje da je ovim rješenjem moguće nacrtati trokut čije su stranice 6, 8 i 10, a Waerden rješenje prikazuje slijedećim formulama:

$$\begin{aligned}y &= 1/2 x + 1/4 x \\x^2 + y^2 &= 100 \\x=8; y=6, a z=10\end{aligned}$$

Rješenja s egipatskog papirusa daju samo brojevi u sustavu: 3, 4, 5, pa kvadrat prvog broja "x" plus kvadrat drugog broja "y" mogu dati veličine z^2 koje su 25, 100, 225 itd., jer kod ovih rješenja $y=3/4 x$.

Papirus nađen u Egiptu potječe iz vremena srednje države (*Middle Kingdom*), koja započinje oko godine 2040. prije Krista (*The Times*, 1995.); znači da je oko 1000 godina mlađa od početka vučedolske kulture.

Waerden (1983.) navodi da je ova spoznaja u Egipat vjerojatno stigla iz Babilona, te misli da je ona uputa za razumijevanje Pitagorina poučka bez upotrebe trokuta. Može se reći da je spoznaja Pitagorina poučka s pomoću trokuta geometrijsko rješenje, a da se egipatska spoznaja temelji na algebarskom izračunu. Zato je naše istraživanje usmjereno prema traženju dokaza na osnovi kojih bismo mogli pretpostaviti da je u vučedolskoj kulturi izračun, kasnije nazvan Pitagorin poučak, osim što je spoznan putem određivanja duljina stranica pravokutnog trokuta, spoznan i na algebarski način izračuna.

Navedeni izračun površina s egipatskog papirusa ostao je u okvirima Pitagorina poučka prikazana računom: $3^2+4^2=5^2$, odnosno $6^2+8^2=10^2$.

Međutim, Van der Waerden (1983., str. 27) prikazuje daljnji razvoj izračuna u sustavu 3, 4, 5, odnosno razumijevanje i računa $(3+4)^2=7^2=49$, ali i mogućeg računa $(3+4)^2=3^2+3 \times 4 + 3 \times 4 + 4^2=49$. Kada je došlo do ovih spoznaja bilo je lako shvatiti oplošje tijela kojem su dvije stranice kvadrat površine $a^2=4^2$, a četiri stranice pravokutnici površine $axb=4 \times 3$. Ovome tijelu, kao i tijelima koja su mogla nastati njihovim spajanjem, bridovi su se odnosili kao cijeli brojevi.

Van der Waerden (1983., slika 14, str. 27) prikazao je izračun $3^2+4^2=5^2=25$ i $(3+4)^2=7^2=49$, pa prema njegovu crtežu prikazujemo naš crtež (na slici 4).

Ovaj crtež pokazuje ideju dijeljenja površina, a dijeljenje površina Waerden tumači na crtežu 15 na stranici 28, prema kojemu prikazujemo naš crtež 5.

Naravno, kada se spozna ova zakonitost podjele šahovnice od 49 polja, odnosno računa $(a+b)^2$, tada je moguće razumijevati i izradu prije navedenog tijela sa dvije stranice površine 16 i četiri stranice površine 12.

Shvatiti pak volumen toga tijela ipak je teže, pa je moguće da se baš s pomoću šahovnice površine 3×3 , odnosno 6^2 ,

došlo do razumijevanja volumena, jer je oplošje ove kocke bilo 54, a volumen 27.

Iako ne kanimo dalje istraživati vučedolske spoznaje oplošja i volumena, ipak ćemo iznijeti da postoje crteži koji stavljaju jedan pravokutnik u drugi (Schmidt, 1945., tablica 41, slika 2, tablica 45, slika 9 i tablica 46, slike 3 i 6a), kao što vidimo na slici 6.

Na odjeći djevojke na slici 15a svi su ornamenti u sustavu 3, 4, 5, a posuda (slika 8) vjerojatno je prikaz prostornog izračuna $b^3=27$, jer su na svakome od tri dijela posude nacrtana 3×3 kruga, ukupno 27 krugova. Izgled posude sugerira razumijevanje prostornog izračuna.

Oplošje i volumen u sustavu 3, 4, 5 važni su u izučavanju značenja šahovnice, jer je šahovnica kao prikaz površine mogla biti shvaćena poslije otkrića konstrukcije pravokutnog trokuta i četverokuta kojih su se stranice odnosile kao cijeli brojevi, a bilo je nužno razumjeti površine kao umnoške cijelih brojeva da bi se moglo razumjeti oplošje i volumen. Vučedolcima kao metalurzima razumijevanje volumena bilo je jako važno i vjerojatno su težili njegovu matematičkom razumijevanju.

Međutim, čini se da je vučedolska kultura poznavala i sustav 5, 12, 13, i 7, 24, 25. Tako je moguće da brojka 72 na svojevrsan način sjedinjuje ove sustave (6×12 i 3×24). Moguće je da su Vučedolci upotrebljavali račun $(z+y)(z-y)=x^2$, pa su mogli doći i do računa: $(13+12)(13-12)=5^2=25$, te $(25+24)(25-24)=7^2=49$. Do kojih se mogućnosti računanja oplošja dolazilo kvadratom površine 49, već smo opisali, kao i da je $a^2+b^2=25$ i $(a+b)^2=49$ u sustavu 3, 4, 5. Van der Waerden (1983.) podrazumijeva da je shvaćanje sustava 3, 4, 5 omogućavalo razumijevanje i sustava 5, 12, 13 i 7, 24, 25.

Za astronomske izračune koje navodi Durman (2000.) trebalo je više matematičkog znanja, nego što se dosad pretpostavljalo. Teško je, naime, zamisliti da su Vučedolci razumjeli izračun $5 \times 584 = 2920 = 8 \times 365$ (Durman, 2000., str. 118).

UPOTREBA ŠAHOVNICA KAO TABLICA MNOŽENJA I PRAKTIČNOG KALENDARA

Matematička znanja razvijala su se postupno, ovisno o životnim potrebama. Na prostoru vučedolske kulture koja se razvila na području prikazanom na karti Težak-Gregl (1998., str. 134), potrebe za matematičkim znanjem pojavile su se još u starčevačkoj i sopotskoj kulturi (Jurić i sur., 2000. i 2001.). Već oko 6000 godina prije Krista bilo je potrebno radi sigurnosti u ishrani zajednice, znati recimo sa koliko goveda zajednica, primjerice, raspolaže, koliko se može očekivati potomstva od 5 krava, a koliko od 5 krmača. Bilo je nužno shvatiti i pojam površine, jer je o zasijanoj površini ovisila ishrana ljudi i stoke. Uosta-

lom, još za vrijeme starčevačke kulture bilo je nužno znati koliko vlastiti rod ima članova, i koliko je površine nužno zasijati žitaricama i koliko je potrebno imati domaćih životinja i kojih. Zato i nije upitno jesu li stanovnici na prostoru na kojem će se kasnije razviti vučedolska kultura, već od 6000. godine prije Krista znali brojiti, pa i vjerojatno množiti relativno male brojeve. U sopotskoj kulturi gradile su se kuće, za gradnju kojih bijaše potrebno imati matematičko znanje. Način gradnje u Panoniji, primjerice, tražio je od graditelja veća matematička znanja od onih u Anatoliji (Jurić i sur., 2000.).

Međutim, već u badenskoj kulturi koja je trajala od oko 3500 do 3000 godina prije Krista (Forenbaher, 1994., 1995.) i koja je prema Schmidtu (1945.) na lokalitetu vučedolskog Gradca prethodila vučedolskoj, na keramici se pojavljuju istočkana šahovska polja. Zdjelu s takvim poljima Schmidt (1945.) prikazuje u tablici 22 pod brojem 3, a ujedno (1945., str. 61) daje i modele za izradu takvih šahovnica (slika 7a). Teško je povjerovati da stanovnici badenske, a pogotovu u vučedolske kulture nisu znali zbrajati jer su unosili točke na prikazanim šahovskim poljima. Znači da možemo pretpostaviti kako se na prostoru kasnije nastale vučedolske kulture, koja je trajala od oko 3000 do 2200. godine prije Krista, vrlo rano došlo do spoznaje brojenja, množenja, a možda i podizanja nekoga broja na kvadrat. Moguće je da su Vučedolci gradeći krovništa kuća u sustavu 3, 4, 5, i trgujući s bakrenim odlijevcima, spoznali i najjednostavnije izračune volumena geometrijskih tijela, kojih su se bridovi odnosili kao cijeli brojevi, jer je to postala potreba u njihovoj metalurgijskoj i građevinskoj djelatnosti. Na temelju keramičkih rukotvorina, može se zaključiti da su najvjerojatnije spoznali 3^3 . Ovaj račun mogao je biti prikazan na šahovnici 3×3 , kada su u svakom polju šahovnice unijeli tri točke. Tada se brojenjem točaka moglo zaključiti da je $3^3 = 27$. Izrađena trodjelna posuda sa po $3 \times 3 \times 3 = 27$ nacrtanih krugova na tri dijela posude kao da je prikaz ovoga računa uz poruku da se takvim računom izračunavaju prostorne zapremnine (slika 8).

Iako se na keramici Vučedolaca prikazuju šahovnice s raznim brojem polja, te raznim brojem točaka ili nekih drugih oznaka unutar polja, te su mnoge od njih mogle imati razno značenje, čini se da je najvažniju ulogu, kako smo već naveli, mogla imati šahovnica sa 8×9 polja (slika 9).

U ranijem radu (Jurić i sur., 2000., str. 359) govorili smo o terini Arheološkog muzeja u Zagrebu (slika 10) kao o mogućem kalendaru.

Odmah istaknimo da je i na terini osnovni sustav 8×9 , pa se na isti način može izračunavati i pratiti vrijeme na navedenoj terini i na šahovnici sa 72 polja.

Naime, preci Vučedolaca slijedom nužnosti svladali su brojenje i otkrili solsticij. Stari narodi spoznali su solsticij jednostavno zato što se činjenica sve dužih, ili sve kraćih dana neprekidno ponavljala. Ujedno je s početkom poljoprivredne epohe interes za godišnja doba morao porasti. Moralo se znati hoće li tijekom zime loše hranjena i izgladnjela stoka i onemoćali ljudi moći dočekati početak nove vegetacije ili je trebalo uprijeti sve snage i domisliti se kako da ljudi i stoka prežive zimu. Spoznaja godišnjih doba i njihove značajke te povezivanje tih značajki s dužinom dana i noći i brojenje dana i noći bili su neprekidna potreba. Kako smo u prethodnom poglavlju napisali da su i prije vučedolske kulture na tome prostoru ljudi znali brojiti, opisali smo i vrlo rana iskustva u biljnoj i stočarskoj proizvodnji (Jurić i sur., 2001.), te matematičke spoznaje Vučedolaca (Jurić i sur., 2000.). Prema Durmanu (2000.) Vučedolci su imali i izuzetno velika astronomska znanja.

Na području Vučedola, po prirodi stvari, kraj godine je bio zimski solsticij. Ta se tradicija nastavljala tisućljećima i stoljećima: svi važni poljodjelski radovi prestajali su oko 15. prosinca te uz kraći zastoje slijedeći ciklus kretao je oko 15. siječnja. Novi ciklus počeo je sa sječom drva (što je istovremeno značilo i hranjenje goveda) i janjenjem i mužnjom ovaca, a sjetva graška započimala je čim se prvi put otopio snijeg, a to je moglo biti i u siječnju. Ispaša goveda počela bi s bubrenjem pupova i bujanjem šaša, pa su goveda, ako nije bilo snijega, izlazila na pašu već u veljači, a redovito do sredine ožujka. Briga o pripustu krmača u novom ciklusu proizvodnje bila je u siječnju. Početak novog ciklusa proizvodnje počeo se planirati već s pojavom Oriona (Oziris) i Orion je zacijelo bio shvaćan znakom plodnosti nastupajuće godine, pa je logično da je postao bog plodnosti. U razdoblju vidljivosti Oriona obavljani su svi radovi nužni za početak novog ciklusa poljoprivrednih radova.

Poruka Egipatskog mita o Ozirisu (Cavendish, Ling, 1982.) mogla je biti uspostavljena i prihvaćena i prije vučedolske kulture, a danas je možemo poistovjetiti i s nekom od poruka i vrijednosti kršćanstva.

Za eventualni napredak u računanju vremena, bilo je vrlo važno ne samo što su Vučedolci poznavali rude nego su i postajali metalurzi te počeli serijski proizvoditi bakrene sjekire i tako postupno bivali robni proizvođači i pokretači svojevrstne industrije. Upravo zbog metalurgijske proizvodnje, potreba za preciznim računanjem vremena još je porasla, jer je za organizaciju kopanja rude, taljenja, dopreme u ljevaonice (kao što je bio vučedolski Gradac) bilo potrebno znati koliko vremena treba za svaku od navedenih radnja. Isto tako bilo je važno znati i dogovoriti se u koje vrijeme će Dunavom stiza-

ti pošiljke rude, koliko im treba vremena za dopremu i otpremu. Moguće je da je serijska izrada sjekira bila vezana i uz ratnike i vojsku, što se daljnjim napretkom metalurgije zacijelo i dogodilo, kako to opisuje Majnarić-Pandžić (1998.). Organiziranje i provedba svih poslova i djelatnosti zahtijeva kalendar za svaki dan u godini. Tragajući za arheološkim nalazima koji su im pomagali u računanju i praćenju vremena, često smo naišli na kombinacije 4x5; 8x5, te (smatramo) najvažniju kombinaciju 8x9. Moguće je da je slijedeća važna kombinacija (8x9)x5.

Na vučedolskoj šahovnici ima 72 polja (slike 3 i 9), a u kvadratu ili pravokutniku kojih se stranice i dijagonale odnose kao cijeli brojevi, ima 5 izrazitih točaka koje se doimaju kao vrhovi pravokutnika i sjecište dijagonala, kao što su Vučedolci vjerojatno crtali Oriona (Durman, 1999., 2000.). Ako pet točaka pređe preko 72 polja onda je to 360 dana, a ponovno prebacivanje tih 5 točaka na početno mjesto čini 365 dana. Ovakva pretpostavka kalendara izgledala nam je mogućom i zato, jer je to egipatski način utvrđivanja dana u godini (Opća enciklopedija, 1978., str. 215). Ako je šahovnica od 72 polja bila dio praktičnog kalendara onda je vučedolski kalendar bio solarni u kojem je bilo podijeljeno 360 dana na određena razdoblja, te je ostalo još 5 ili 6 dana kada se iščekivalo solsticij. Poslije dočekanog solsticija brojenje dana počimalo se ispočetka. Osnovna vremenska jedinica dan (i noć) umnažala se $4 \times 5 + 4 \times 5 = 40$ dana, a tih "mjeseci" po 40 dana bilo je 9, te posebnih 5 (ili 6) dana iščekivanja solsticija. To je kalendar, kako rekosmo, sličan egipatskome, jer je osnovna podjela na 360 plus 5 dana, ali i sličan i grčkome, jer solsticij znači početak godine.

Na šahovnici sa 72 polja dani su se mogli bilježiti tako da se na svaki dan jednog polja stavi neki posebni predmet; takvih predmeta ima 5 i kada oni prijeđu šahovnicu, prošlo je 360 dana, a da ih se stavi u početni položaj prođe još 5 dana. Vučedolci su vjerojatno znali da se u dvanaest godina može ubaciti 3 dana i moguće je da je 12 godina bila veća mjerna jedinica za vrijeme. Još veće vremensko razdoblje moglo je biti $12 \times 3 = 36$ godina, a 2 razdoblja po 36 godina, odnosno 72 godine, najveće razdoblje. Tako je brojka 72 bila i osnovica za brojenje dana i najduže razdoblje za izračun vremena. U mitu o Ozirisu navode se 72 istomišljenika (Barnett, 2000., str. 63).

Ovakav kalendar nalazi se u sustavu 3, 4, 5, a broj 12 osnovica je sustava. O značenju brojke 12 i njenog dugotrajnog značenja na prostoru vučedolske kulture već smo pisali (Jurić i sur., 2000.) i posebno istakli radove Suića (1996.).

Praktični način dnevnog vođenja evidencije o proteklom danu, mogao je biti različit, ali bi se vrlo učinkovito mogao prikazati slikama 9, 11 i 12. Logično je pretpostaviti da je ša-

hovnica preko koje su stavljeni predmeti bila načinjena na drvu, a keramički izrađene šahovnice samo ih opisuju, dok su tanjuri na slici mogli imati i praktičnu primjenu. Možemo zamisliti da se na pet točaka "Oriona" (slika 12) nalazi pet različito označenih predmeta i da se svaki dan predmet stavlja na novo polje šahovnice. Izbrušene kocke s jednim obojenim poljem pronađene su na vučedolskom Gradcu (Schmith, 1945., tabla 51, slike 11 i 12). Kada svih pet predmeta prođu cijelu tablu od 72 polja nađu se u "tanjuru" na slici 11 i onda se u posebnih 5 dana prebacuju na polja "Oriona" na tanjuru slike 12. Prvo prebacivanje moglo je biti sa 72. polja, a preostala 4 dana s polja iz tanjura slike 11, koji ima četiri polja. Znači da je vučedolska nova godina započimala 23. XII. po sadašnjem kalendaru, odnosno prvi dan poslije zimskog solsticija i vjerojatno su se evidentirale po 3 skupine po 12 godina, te se ovih 36 godina još jednom ponavljalo. Već smo iznijeli (Jurić i sur., 2000.) da su Vučedolci svoja znanja ucrtavali u keramiku, a već je Schmidt (1945.) napisao da su terine bile ukrasne posude. Vjerojatno je da su takve ukrasne terine na sebi imale važne "zapise", a zapis o kalendaru mogao je biti među najvažnijima. Na osnovi Schmidtovih (1945.) i Durmanovih (1999.) tumačenja terina, može se pretpostaviti da svaka terina sadrži neku poruku u pravilu, pomno isplaniranu i "zapisanu". Veliki broj terina vjerojatno "zapisuje" neke podatke o dijelu godine, ili nekoj astronomskoj pojavi (Durman, 2000.). Moguće je da se pojedini "zapisi" odnose na utvrđivanje nekog važnog dana (datuma).

Vjerojatno je da je početak mjerenja vremena na prostoru vučedolske kulture postojao i u ranijim kulturama, a da je za vučedolske kulture samo osmišljen opisani kalendar. Već u badenskoj kulturi započinje crtanje kruga (vjerojatno sunca) s križem u krugu, pa je moguće pretpostaviti da je, kako smo već naveli, upravo 5 točaka x 4 polja u krugu bila prva izmjera, a to je 20 dana. Moguće je da se ucrtavanjem krugova oko osnovnog kruga pošlo i dalje u označavanju vremena, ali je i moguće da se do vremenskog razdoblja od 40 dana došlo umnožavanjem 5 točaka x 4 polja + 5 točaka x 4 odsječka kružnice, što je osnovni matematički sustav kojim se moglo izračunavati vrijeme s pomoću navedene terine i šahovnice od 72 polja. Krugovi oko osnovnog kruga samo uljepšavaju kalendar i nisu nužni.

Takvo shvaćanje kalendara moguće je očitati iz već citirane terine (Jurić i sur., 2000.), kao kalendara. Naime na terini je prikazano 9 sunaca sa po 4 polja i 4 odsječka kružnice. To je isti sustav kao i na opisanoj šahovnici, jer 9 sunaca sa 8 podjela, znači 72 polja. Na terini je prikazano i 12 Oriona po 5 zvijezda, te ako 5 zvijezda pređe preko svih polja i dijelova (ili

krugova) to je 360 dana, a zvijezda ima dovoljno za 12 "kružnih putovanja", odnosno za 12 godina. Na ručki posude prikazan je već poznati vučedolski simbol sa 5 izrazitih točaka, i posebno 15 zvijezda. Od ovih 15 zvijezda njih 12 pokriva posebne čekajuće dane prijelaza zvijezde preko 5 točaka, a 3 ostaju za danas nazvane prijestupne godine, odnosno za ispravak kalendara. Po ovakvu tumačenju navedene terine, Vučedolci su znali da svake četiri godine treba ubaciti 1 dan.

Na temelju vučedolske šahovnice kao praktičnog kalendara na kojem se dnevno bilježio protekli dan, te terine na kojoj je "zapisan" princip vučedolskog kalendara, moguće je zaključiti da je to bio solarni kalendar, a da je imao osnovnu podjelu na 360 dana i dodatnih 5 dana iščekivanja solsticija. Naravno, praktični kalendar, kao i danas, mogao je imati razne inačice i naš opis (slike 9, 11, i 12) samo je jedan od mogućih.

Vjerojatno je 12 godina činilo višemjernu jedinicu. Godine su podijeljene u 3 dijela po 120 dana, a u svakom od njih bilo je po 40 dana, i svaki od 40 dana imao je osnovnu jedinicu 4 dana + 4 dana, odnosno 8×5 . U razdoblju od 12 godina ostala su 3 dana viška. U prikazu na terini moguće je pretpostaviti da su Vučedolci to spoznali.

Suvremenim označavanjem Vučedolskog kalendara moguće je datume rasporediti ovako:

Svih 360 dana može se označiti u osam polja te pet oznaka i devet razdoblja. To bi izgledalo ovako: 1. dan 1. oznake 1. razdoblja, 2. dan 1. oznake 1. razdoblja (1/1/1; 2/1/1; 3/1/1; ... 8/1/1), zatim bi se koristio drugi predmet (oznaka) i prešao preko 8 polja (1/2/1; 2/2/1; ... 8/2/1), a posljednjih 8 dana bi bili 1/5/9; 2/5/9; ... 8/5/9/ i tada bi uslijedili dani čekanja kojih je bilo 5 ili 6.

Moguće da je računanje vremenskog razdoblja od 12 godina imalo posebne oznake, odnosno nazive, a među njima i neka zvijezda, a logično je da je među njima bio Orion. Može se pretpostaviti da je slijed skupina (12 godina \times 3 \times 2) označen i nazvan nekim astrološkim sustavom. Vučedolski kalendar kojega objašnjava Durman (2000.) jest svojevrsna šahovnica (slika 13). Naime, prikaz polja s lonca ukazuje da se zacijelo radi o 3 različite skupine polja, a to su skupine od 3, 12 i 36 polja. To su neki od najčešćih brojeva sustava 3, 4, 5.

Ovako izabrana brojčana kombinacija daje mnoge mogućnosti upotrebe izrađenog prikaza.

Osim toga skupina od 3 polja ima samo jedno "puno" polje i na njemu 5 istovjetnih oznaka, a ovo je polje po svoj prilici i početna točka cijelog sustava.

Najjednostavniji izračun pokazuje da je umnožak prve dvije skupine jednak trećoj skupini ($3 \times 12 = 36$) što može značiti način brojenja godina.

KONTINUITET ŠAHOVNICE I VUČEDOLSKIH SIMBOLA

Vjerojatno su Vučedolci šahovnicu upotrebljavali i kao praktičnu tablicu množenja i kao upotrebnikalendar, pa su šahovnice s raznim brojem polja mogle služiti za svakodnevnu upotrebu. U vrijeme vučedolske kulture bila su posebno važna tri simbola: Prvi je bio kvadrat, drugi trokut, najčešće položen izmjenično jedan nasuprot drugoga i pravokutnik kojega su se stranice odnosile kao cijeli brojevi. Slika 14 kao da povezuje sve te simbole. Važnost tih simbola pokazuje i odjeća djevojke (Schmidt, 1945.), iako izgleda da je na odjeći bio i simbol četverokuta cijelih stranica, kao što pokazuje figurica – idol (slika 15a, b).

Na posudi (slika 3) izrađene su razne šahovnice, a centralno mjesto zauzima šahovnica sa 72 polja i četverokut koji se može nacrtati s cijelim stranicama, pa je moguće pretpostaviti da su Vučedolci povezivali ove simbole.

Kombinaciju šahovskih polja povezivali su sa simbolom kojega smo istakli kao osnovnim simbolom nastalog otkrićem sustava 3, 4, 5, jer su 72 polja u sebi sadržavala 12 rješenja osnovnih trokuta. Moguće je da su crtanjem šahovnica izduženih četverokuta upravo nastojali prikazati povezanost ovih simbola. Razumijevanje kalendara i crtanje šahovnica govori o njihovu logičnom shvaćanju budućega Pitagorinog poučka. Upravo činjenica što su jedan pored drugog prikazani isti sustavi s pomoću četverokuta kojeg se sve stranice odnose kao cijeli brojevi sustava 3, 4, 5 i šahovnice od 72 polja koja u algebarskom smislu sadržava 12 trokuta sustava 3, 4, 5 govori u prilog da je i šahovnica bila određen simbol, ali kako je njena upotreba bila različita i mnogostrana moguće je da su cijenjene i upotrebljavane sve kombinacije šahovskih polja, a to je moglo značiti i lako nestajanje takva simbola.

Sve ovo navodi da su Vučedolci šahovnice upotrebljavali kao tablice množenja, te počeli teorijski potpuno razumijevati određene matematičke operacije i stjecati za ono vrijeme visoka matematička znanja.

Zato postaje logičnim da i strani autori, ne spominjući, a vjerojatno i jedva poznavajući vučedolsku kulturu, na prostoru vučedolske kulture, pretpostavljaju nastanak tekovina europske pa i svjetske civilizacije (kao što je spoznaja Pitagorina poučka i nastanak praindoeuropskog jezika), a Gimbutas (1996., str. 17) stare kulture na prostoru između Egejskog i Jadranskog mora na jugu, te Karpata i Alpa na sjeveru naziva Civilizacijom stare Europe. Stoga je moguće vjerovati da su i spoznaje s prostora i iz vremena vučedolske kulture ugrađene u civilizaciju današnjice, a očekivati je da su se simboli ove kulture zadržali izuzetno dugo.

Raznih kombinacija šahovskih polja u vučedolskoj kulturi ima veoma mnogo, pa Schmidt (1945.) navodi: "Baš vuče-

dolska kultura stoji u pogledu raznolikog i bogatog obrađiva-
nja motiva šahovskih polja iznad svih drugih kultura".

Stoga se spontano nameće pitanje može li se današnji hr-
vatski grb od 25 polja kao moguće rješenje osnovnog sustava
 $3^2+4^2=5^2=25$, povezati s vučedolskim šahovnicama.

Simboli iz vremena vučedolske kulture pojavljuju se do
sadašnjih dana, primjerice u konavalskom vezu koji je blizak
modelu sastavljenih trokuta kod Vučedolaca (slika 16a, b). Če-
tverokuti su se isto tako kao simboli zadržali tijekom 3000 go-
dina, sve do liburnijskih vremena (slika 17). Nalaze pak o po-
vezanosti vučedolskih spoznaja da je $a^2+b^2=c^2=25$ i štita sa
25 polja na hrvatskom grbu nismo pronašli. Zato otkriće Vuče-
dolaca da je $3^2+4^2=25$ i hrvatski grb od 25 polja treba zasad
smatrati slučajnom podudarnošću.

Ipak, najnovije i to prve analize y kromosoma 58 muška-
raca s prostora Hrvatske (Semino i sur., 2000.) pokazuju da su
u navedenom uzorku utvrđeni slijedeći haplotipovi: Eu4 (6,9%),
Eu7 (44,8%), Eu9 (5,2%), Eu11 (1,7%), Eu16 (1,7%), Eu18
(10,3%) i Eu19 (29,3%). Haplotipovi Eu4, Eu9 i Eu11 prema
današnjim spoznajama pristigli su s Bliskog istoka oko 6000.
godine prije Krista. Ova populacija donijela je poljoprivrednu
proizvodnju i starčevačku i impresso kulturu. Haplotip Eu7 je
također porijeklom s Bliskog istoka i nosila ga je populacija ko-
ja se selila i prije nego što je stanovništvo postalo poljopriv-
redno.

Utvrđeni haplotipovi (Eu4, Eu7, Eu9, Eu11) pokazuju da je
na prostoru Hrvatske većina stanovnika porijeklom s Bliskog
istoka. Na Bliskom istoku haplotipovi: Eu4 i Eu9 se pojavljuju
prije 15.000 – 20.000 godina, Eu11 se javlja prije 17.000 godina,
a Eu7 prije otprilike 22.000 godina (Semino i sur., 2000.). Od is-
traženog uzorka u Hrvatskoj (n=58) navedenih haplotipova
kijih je porijeklo s Bliskog istoka imalo je 58,6% uzorka. Ha-
plotip Eu18 ima udio 10,3%, a to je potomstvo od Homo sapi-
ens sapiens koji je živio u Europi prije 35.000 – 40.000 godina,
a izvorište mu je istočnije od Urala.

Haplotip Eu19 (29,3%) zacijelo je mutant iz Eu18 (M45 →
M173 → M17) nastao približno prije 15.000 godina vjerojatno
na području istočno od Karpata ili na području Karpata, a po
našem mišljenju možda i u Panoniji.

Može se pretpostaviti da je jedino haplotip Eu19, na po-
dručje Hrvatske, stigao poslije vučedolske kulture, dakako pod
pretpostavkom da je nastao istočno od Karpata.

Prve analize uzorka iz Hrvatske uvelike potvrđuju teorij-
ske pretpostavke Cavalli-Sforze (1996.) i Harrisa (1996.) o po-
rijeklu današnjeg stanovništva Europe. Čini se da haplotip Eu7
daje populaciji Hrvatske veliku specifičnost u odnosu na osta-
le analizirane uzorke okolnih zemalja.

DRUŠ. ISTRAŽ. ZAGREB
GOD. 11 (2002),
BR. 6 (62),
STR. 953-969

JURJČ, I. I SUR.:
VUČEDOLSKA ...

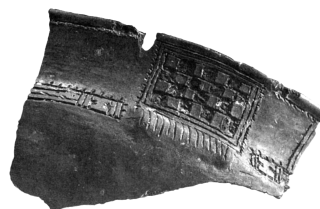
Ovi rezultati analiza genetskog porijekla stanovništva Hrvatske ukazuju na autohtonost većine stanovnika današnje Hrvatske koja započinje daleko prije vučedolske kulture, pa ima osnove i smisla simbole vučedolske kulture povezivati s kulturama koje su postojale na ovome prostoru prije, ali i simbole vučedolske kulture tražiti u bliskoj prošlosti ili sadašnjosti.

Zahvala

Zahvaljujemo se dipl. ing. Maji Krznarić-Škrivanko, iz Gradskog muzeja Vinkovci na njenim korisnim sugestijama i dipl. ing. Mirjani Mihelčić s Agronomskog fakulteta Zagreb, na velikoj pomoći pri izradi ovoga rada.

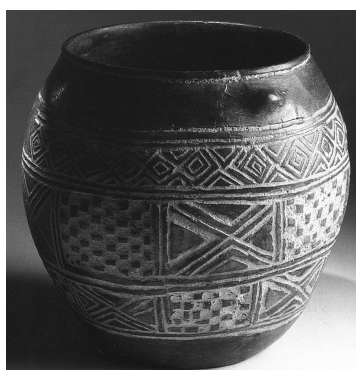
PRILOG

☞ SLIKA 1
Šahovnica 72 (8x9)
polja (izvor: Schmidt,
1945., tablica 41, sl. 1)

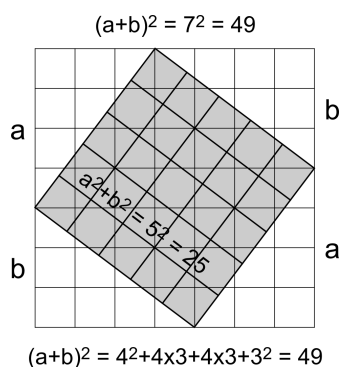


☞☞ SLIKA 2
Šahovnica 28 polja
(7x4), Muzej grada
Vinkovci

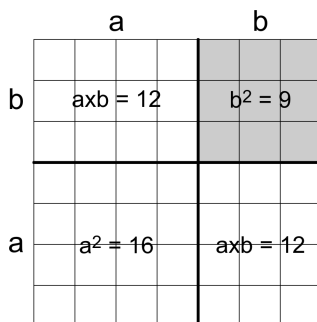
☞ SLIKA 3
Prikazi šahovnica.
Arheološki muzej
Zagreb, br. 7845



☞☞ SLIKA 4
Prikaz $a^2+b^2=25$
i $(a+b)^2=49$ (po Van
der Waerden, 1983.,
str. 27)



☞ SLIKA 5
Prikaz
 $(a+b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2$
(po Van der Waerden,
1983., str. 28)

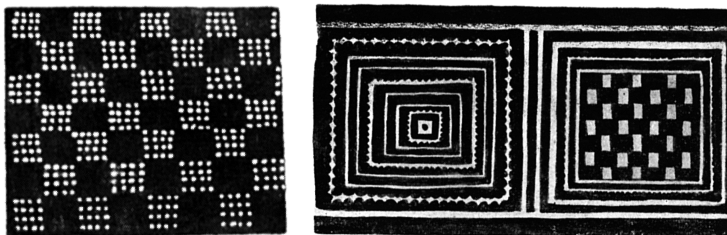


☞☞ SLIKA 6
Prikazi kvadrata ili
četverokuta jedan
u drugom (Schmidt,
1945., tablica 41, sl. 2)

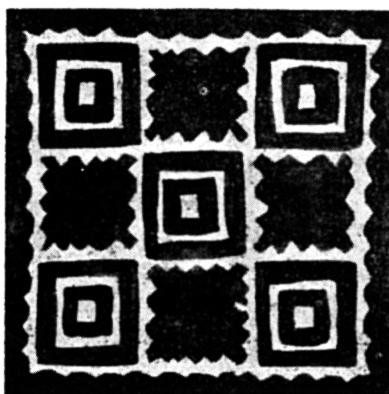
$$2(a^2+2ab) = \text{oplošje}$$

SLIKA 7
Neki od modela
šahovnica koje
prikazuje Schmidt
(1945.)

➔ a) Model izrade
šahovnica pomoću
točaka u badenskoj
kulturi (strana 61)
➔➔ b) Model izrade
šahovnica s izduženim
poljima u vučedolskoj
kulturi (Schmidt,
1945., str. 93)



➔ c) Model izrade
šahovnica s
kvadratima u
vučedolskoj kulturi (str.
93)

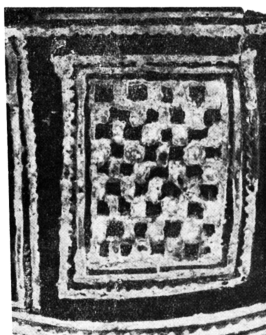


➔➔ SLIKA 8
Posuda koja vjerojatno
prikazuje $3^3=27$ i da
je to prostorni izračun
(Vučedolska kultura,
Arheološki muzej
Zagreb)



➔ SLIKA 9
Šahovnica 8x9
(Schmidt, 1945.,
tablica 46, sl. 2)

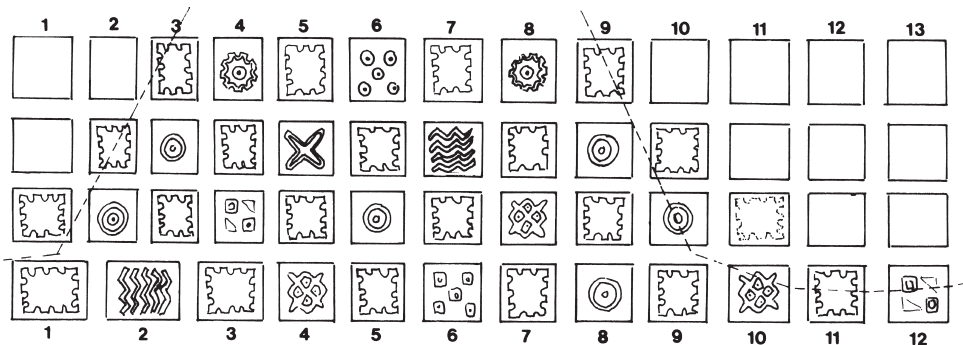
➔➔ SLIKA 10
Terina, mogući
kalendar. Arheološki
muzej Zagreb, br.
8223



➔ SLIKA 11
Tanjur sa 4 oznake,
Durman, 2000., str.
165

➔➔ SLIKA 12
Tanjur sa 5 oznaka.
Durman, 2000., str.
148





❶ SLIKA 13
Prikaz s lonca iz
Gradskog muzeja
Vinkovci, br. A-2357,
po Durmanu, 2000.,
str. 102

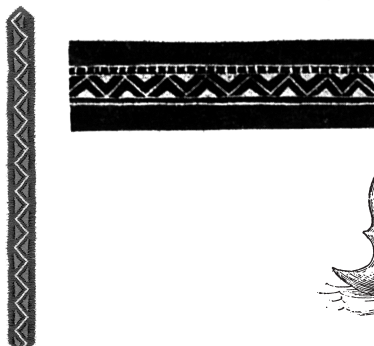


❷ SLIKA 14
Tri simbola Vučedolaca (Schmidt, 1945.,
tablica br. 44, sl. 11)

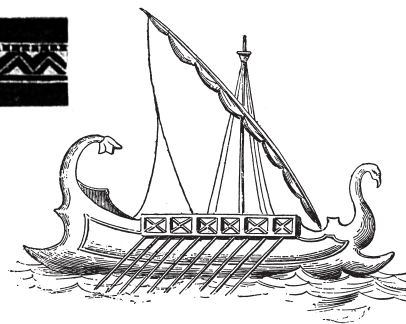
SLIKA 15
❸ a) Djevojka s noš-
njom na kojoj su sim-
boli Vučedolaca
(Schmidt, 1945.,
str. 136)
❹ b) Figurica – idol
sa simbolom četvero-
kuta (Schmidt, 1944.,
str. 134)



SLIKA 16
❺ a) Vučedolski
model nasuprotnih
trokuta Schmidt
(1945., str. 92, sl. 2)
❻ b) Konavolski vez
– suvenir u Dubrov-
niku, 1998.



❼ SLIKA 17
Liburnijski brod – libur-
na sa četverokutima
(Novak, 1932., str. 39)



LITERATURA

- Barnett, M. (2000.), *Bogovi i mitovi starog svijeta*. Dušević i Kršovnik, Rijeka.
- Cavalli-Sforza, L. L. (1996.), The spread of agriculture and nomadic pastoralism: Insights from genetics, linguistics and archaeology. U: D. R. Harris (ur.), *The Origins and Spread of Agriculture and Pastoralism in Eurasia*, str. 51-69.
- Cavendish, R., Ling, T. O. (1982.), *Mitologija*, Mladost, Zagreb (prijevod).
- Durman, A. (1999.), Vučedolska terina i Orion. *Opusc. Archaeol.* Vol. 23, str. 1-9.
- Durman, A. (2000.), *Vučedolski Orion i najstariji europski kalendar*. Arheološki muzej u Zagrebu i Gradski muzeji u Vinkovcima i Vukovaru.
- Forenbaher, S. (1994.), The Late Copper Age Architecture at Vučedol, Croatia. *Journal of Field Archaeology*, br. 2, str. 307-323.
- Forenbaher, S. (1995.), Vučedol: Graditeljstvo i veličina vučedolske faze naselja. *Opusc. Archaeol.* Vol. 19, str. 17-25.
- Gimbutas, M. (1996.), *The Goddesses and Gods of Old Europe*, University of California Press, Berkeley, Los Angeles.
- Harris, D. R. (1996.), *The Origins and Spread of Agriculture and Pastoralism Postavilism in Eurasia*. Smithsonian Institution Press, Washington, D. C.
- Jurić, I., Bogunović, M., Đikić, M., Balen, J. (2001.), Značajke poljoprivredne proizvodnje u naseljima Starčevačke kulture na prostoru između Vinkovaca i Slavenskog Broda u Hrvatskoj. *Društvena istraživanja*, vol. 10, br. 56 (6), str. 1131-1158.
- Jurić, I., Đikić, M., Petričević, P., Balen J., (2000.), Ishodište Pitagorinog poučka u Vučedolskoj kulturi na prostoru Hrvatske. *Društvena istraživanja*, vol. 9, br. 46-47 (2-3), str. 347-365.
- Majnarić-Pandžić, N., (1998.), Brončano i željezno doba. U: S. Dimitrijević, T. Težak-Gregl, N. Majnarić-Pandžić (ur.), *Prapovijest*, str. 159-358, Naprijed, Zagreb.
- Novak, G. (1932.), *Naše more*, Zagreb.
- Opća enciklopedija* (1978.), Bliski istok, str. 584, Kalendar, 214-217, Jugoslavenski leksikografski zavod, Zagreb.
- Renfrew, C. (1999.), Time Depth, Convergence Theory, and Innovation in Proto-Indo-European: "Old Europe" as a PIE Linguistic Area. *The Journal of Indo-European Studies*, vol. 27, No 3-4, 258-293.
- Schmidt, R. R. (1945.), *Die burg Vučedol*, Hrvatski državni arheološki muzej u Zagrebu.
- Semino, O., Passarino, G., Oefner, P. J., Lin, A. A., Arbuzova, S., Beckman, L. E., Benedictis, G., Francalacci, P., Kouvatsi, A., Limborska, S., Marcikić, M., Mika, A., Mika, B., Primorac, D., Santachiara-Benerecetti, A. S., Cavalli-Sforza, L. L., Underhill, P. A. (2000.), The Genetic Legacy of Paleolithic Homo sapiens sapiens in Extant Europeans: A y Chromosome Perspective. *Science*, vol. 290, str. 1155-1159.
- Suić, M. (1996.), *Odabrani radovi iz stare povijesti Hrvatske*. Ogranak Matice hrvatske u Zadru, Arheološki muzej Zadar, Zadar.
- Težak-Gregl, T. (1998.), Neolitik. U: S. Dimitrijević, T. Težak-Gregl, N. Majnarić-Pandžić (ur.), *Prapovijest*, str. 58-158. Naprijed – Zagreb.
- The Times* (1995.), Past worlds, Atlas of Archeology, Times Book London.

DRUŠ. ISTRAŽ. ZAGREB
GOD. 11 (2002),
BR. 6 (62),
STR. 953-969

JURIĆ, I. I SUR.:
VUČEDOLSKA ...

Van der Waerden, B. L. (1983.), *Geometry and Algebra in Ancient Civilizations*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo.

The Vučedol Checkerboard

Ivan JURIĆ
Faculty of Agriculture, Zagreb

Pavao PETRIČEVIĆ
"Matija Antun Reljković" High School, Vinkovci

Marija ĐIKIĆ
Faculty of Agriculture, Zagreb

"It is none other than the Vučedol culture that in terms of diverse and richly decorated checkerboard motifs stands above all other cultures", wrote Schmidt in 1945. In the research presented in the article: "The origin of the Pythagorean proposition in the Vučedol culture in Croatia" (Jurić et al., 2000) it has been determined that the Vučedol culture, lasting from cca 3000 to 2200 BC, was aware of the system of numbers 3, 4 and 5 and thus perceived the method of drawing geometric presentations whose lengths of sides related to one another as whole numbers, presenting the basis of what was later defined as the Pythagorean proposition. In this work the authors have explored the relations among the presentations of different combinations of squares and quadrangles, called "checkerboards" with systems of numbers 3, 4, 5 as well as 5, 12, 13, and 7, 24 and 25. It has been presupposed that the Vučedol culture checkerboards were used for presentations of various mathematical calculations. Out of the numerous differing presentations of checkerboards, the checkerboard with 72 fields numerically containing 12 triangles of the 3, 4, 5 system was specially analysed. Also, a hypothesis was put forward stating that such a checkerboard could have been used in time calculations, thus revealing that members of the Vučedol culture were acquainted with a calendar, according to which the new year started after the winter solstice.

Das Schachbrett-Motiv in der Vučedol-Kultur

Ivan JURIĆ
Landwirtschaftliche Fakultät, Zagreb

Pavao PETRIČEVIĆ
Matija-Antun-Reljković-Gymnasium, Vinkovci

Marija ĐIKIĆ
Landwirtschaftliche Fakultät, Zagreb

Gerade die Vučedol-Kultur stehe hinsichtlich der mannigfaltigen und schmuckreichen Ausgestaltung des Schachbrett-Motivs über allen anderen Kulturen, schrieb der deutsche Archäologe Robert Rudolf Schmidt im Jahre 1945. Der

DRUŠ. ISTRAŽ. ZAGREB
GOD. 11 (2002),
BR. 6 (62),
STR. 953-969

JURIĆ, I. I SUR.:
VUČEDOLSKA ...

Aufsatz "Ausgangspunkt des Pythagoreischen Lehrsatzes in der Vučedol-Kultur, Kroatien" (Jurić et al., 2000) präsentierte Forschungsergebnisse, denen zufolge in der Vučedol-Kultur, die von ungefähr 3000 bis 2200 v. Chr. dauerte, die Zahlen 3, 4 und 5 bekannt waren. Aufgrund dessen hatten die Menschen erkannt, wie geometrische Figuren zu zeichnen waren, deren Seitenlängen sich wie ganze Zahlen zueinander verhielten; die Grundlage dieser Erkenntnis wurde später als Pythagoreischer Lehrsatz definiert. Die vorliegende Arbeit untersucht die Zusammenhänge zwischen Darstellungen verschiedener Kombinationen von Quadraten und Rechtecken – "Schachbretter" genannt – und Zahlensystemen, denen die Zahlen 3, 4, 5, ferner 5, 12, 13 sowie 7, 24 und 25 zugrunde liegen. Es wird angenommen, dass diese Schachbrett-Muster in der Vučedol-Kultur dazu dienten, verschiedene mathematische Operationen darzustellen. Von den zahlreichen und mannigfaltigen Darstellungen des Schachbrett-Motivs wurde ganz besonders eines mit insgesamt 72 Feldern untersucht; es enthält 12 Dreiecke des auf den Zahlen 3, 4 und 5 basierenden Zahlensystems. Es wurde die Hypothese aufgestellt, dass ein solches Schachbrett-Motiv bei der Zeitrechnung dienlich sein konnte, dass die Menschen der Vučedol-Kultur also einen Kalender kannten, dem gemäß die Wintersonnenwende den Ausklang des Jahres markierte und danach das neue Jahr anfang.