

Ivo Sjekavica \*

ISSN 0469 -6255  
(17 - 18)

## NUMERIČKO ODREĐIVANJE POZICIJE BRODA - na osnovi mjerenih kutova između terestričkih objekata -

UDK 656.61.052:518.12

Izvorni znanstveni rad

### Sažetak

U članku je obradena nova numerička metoda određivanja pozicije broda na osnovi mjerenih kutova između terestričkih objekata. Metoda vrijedi za sve kutove među objektima, bez obzira u kojoj ravnini leže. Mogla bi se upotrijebiti i za određivanje pozicije umjetnim satelitima, kad bi se moglo dovoljno precizno mjeriti kutove među njima.

### UVOD

Određivanje pozicije broda na osnovi mjerenih kutova između terestričkih objekata danas se izvodi poznatim postupkom, na navigacijskoj karti, pomoću dva horizontalna kuta ili pomoću vertikalnih kutova.

U ovom članku obradit će se novo opće numeričko rješenje koje vrijedi za sve kutove među objektima, bez obzira u kojoj se ravnini mjere.

Horizontalni i vertikalni kutovi samo su posebni slučajevi toga općeg rješenja.

Mjerenje kutova može se obavljati sa sekstantom ili, npr., da se uzmu kao razlike azimuta, ako se mjere u horizontalnoj ravnini.

Objekti između kojih se mjere kutovi mogu biti svjetionici, rtovi, vrhovi brda ili neke druge strukture. Metoda bi se mogla uspješno primjenjivati i na umjetne zemljine satelite, kada bi se imalo dovoljno precizne uređaje za mjerenje kutova među njima u nekom trenutku vremena.

Matematičke relacije dat će se u Descartesovom ekvatorskom prostornom koordinatnom sustavu s relacijama koje su transformirane iz sfernog sustava.

### Numeričko rješenje

U izvođenju numeričkog rješenja polazi se od kosinova teorema za ravni trokut, koji glasi:

$$u_{12}^2 = u_{01}^2 + u_{02}^2 - 2 u_{01} u_{02} \cos \alpha_{012} \quad (1)$$

gdje su:

$u_{12}$  - udaljenost među objektima između kojih se mjeri kut  $\alpha$ ,

$u_{01}$  -udaljenost od zbrojene pozicije opažača do prvog objekta,

$u_{02}$  - udaljenost od zbrojene pozicije opažača do drugog objekta,

$\alpha_{012}$  -izračunati kut među objektima 1 i 2 s obzirom na zbrojenu poziciju opažača.

Udaljenost među objektima ( $u_{12}$ ), u Descartesovom ekvatorskom sustavu, dobije se relacijom:

$$\begin{aligned} & (R_1 \cos f_1 \cos L_1 - R_2 \cos f_2 \cos L_2)^2 + \\ & (R_1 \cos f_1 \sin L_1 - R_2 \cos f_2 \sin L_2)^2 + \\ & (R_1 \sin f_1 - R_2 \sin f_2)^2 = u_{12}^2 \end{aligned} \quad (2)$$

Udaljenost od zbrojene pozicije opažača do prvog objekta ( $u_{01}$ ) određena je relacijom:

$$\begin{aligned} & (R_1 \cos f_1 \cos L_1 - R_0 \cos f_0 \cos L_0)^2 + \\ & (R_1 \cos f_1 \sin L_1 - R_0 \cos f_0 \sin L_0)^2 + \\ & (R_1 \sin f_1 - R_0 \sin f_0)^2 = u_{01}^2 \end{aligned} \quad (3)$$

\* dr. Ivo Sjekavica  
Pomorski fakultet Dubrovnik  
Dubrovnik

$$\begin{aligned}
 & \text{a do drugoga objekta (} u_{02} \text{), relacijom;} \\
 & (R_2 \cos f_2 \cos L_2 - R_0 \cos f_0 \cos L_0)^2 + \\
 & (R_2 \cos f_2 \sin L_2 - R_0 \cos f_0 \sin L_0)^2 + \\
 & (R_2 \sin f_2 - R_0 \sin f_0)^2 = u_{02}^2 \quad (4)
 \end{aligned}$$

gdje su:

$R_0 = R + h_0$  - radijus Zemlje, viša visina opažača ( $h_0$ ) od nivoa mora,

$R_1 = R + h_1$  - radijus Zemlje više visina prvog objekta ( $h_1$ ) od nivoa mora,

$R_2 = R + h_2$  - radijus Zemlje više visina drugog objekta ( $h_2$ ) od nivoa mora,

$f_1$  - geografska širina prvog objekta,

$L_1$  - geografska duljina prvog objekta,

$f_2$  - geografska širina drugog objekta,

$L_2$  - geografska duljina drugog objekta,

$f_0$  - geografska širina zbrojene pozicije opažača

$L_0$  - geografska duljina zbrojene pozicije opažača.

Na osnovi izračunatih veličina  $u_{12}$ ,  $u_{01}$ ,  $u_{02}$  relacijama (2), (3) i (4) odredi se relacijom (1) kut  $\alpha_{012}$ .

$$\alpha_{012} = \arccos \frac{u_{01}^2 + u_{02}^2 - u_{12}^2}{2 u_{01} u_{02}} \quad (5)$$

U daljnjem postupku uvrste se relacije (3) i (4) u relaciju (1) i izvede se njeno parcijalno diferenciranje po varijablama  $f_0$ ,  $L_0$  i  $\alpha_0$ . Ako se tako dobivena relacija (1) označi s  $F$ , a parcijalne derivacije, po redu, s  $Ff_0$ , i  $FL_0$  i  $F\alpha_0$ , dobit će se jednadžba pravca položaja koji aproksimira krivulju položaja opažača u blizini njegove zbrojene pozicije:

$$Ff_0 df + FL_0 dL + F\alpha_0 d\alpha = 0 \quad (6)$$

ili ako se uzme da je pri opažanju bila i sistematska pogreška jednadžba će biti:

$$Ff_0 df + FL_0 dL + F\alpha_0 d\alpha_s + F\alpha_0 d\alpha = 0 \quad (7)$$

Diferencijalne veličine  $df$  i  $dL$  su razlike između pravih i zbrojenih koordinata opažača,  $d\alpha_s$  je sistematska pogreška, a  $d\alpha$  je razlika između mjenenog i izračunatog kuta među opaženim objektima u trenutku mjerenja. Normalni oblik tih jednadžbi u relativnom koordinatnom sustavu ( $df$ ,  $\cos f dL$ ), bit će:

$$\cos A df + \sin A \cos f_0 dL = d \quad (8)$$

$$\cos A df + \sin A \cos f_0 dL + C d\alpha_s = d \quad (9)$$

u jednadžbama su:

$$\cos A = \frac{Ff_0}{\pm (Ff_0^2 + FL_0^2 / \cos^2 f_0)^{1/2}} \quad (10)$$

$$\sin A = \frac{FL_0}{\pm \cos f_0 (Ff_0^2 + FL_0^2 / \cos^2 f_0)^{1/2}} \quad (11)$$

$$C = \frac{F\alpha_0}{\pm (Ff_0^2 + FL_0^2 / \cos^2 f_0)^{1/2}} \quad (12)$$

$$d = - \frac{F\alpha_0 d\alpha}{\pm (Ff_0^2 + FL_0^2 / \cos^2 f_0)^{1/2}} \quad (13)$$

Predznak ispred zagrada uzima se suprotan od predznaka  $F\alpha_0 d\alpha$ . Argument  $A$  u funkcijama  $\sin A$  i  $\cos A$  je azimut normale ( $d$ ) pravca položaja.

Kad se mjere dva kuta među objektima dobije se sustav jednadžbi tipa (8), a kada se mjere tri ili više kutova dobije se sustav jednadžbi tipa (9). Rješavanjem tih sustava odrede se razlike između pravih i zbrojenih koordinata opažača ( $df$ ,  $dL$ ). Prave koordinate dobiju se relacijama:

$$f = f_0 + df \quad (14)$$

$$L = L_0 + dL \quad (15)$$

što vrijedi za bilo koju zbrojenu poziciju ( $f_0$ ,  $L_0$ ) u vremenskom intervalu mjerenja kutova između objekata.

## ZAKLJUČAK

Obrađena metoda numeričkog određivanja pozicije broda na osnovi mjerenih kutova između terestričkih objekata još je jedna nova mogućnost vođenja navigacije u obalnoj plovidbi. Metoda se može uspješno primijeniti kompjutorskom obradom podataka, pogotovo na elektronskoj karti na kojoj ne bi trebalo posebno vaditi koordinate opaženih objekata.

## LITERATURA

Ivo Sjekavica: Opći pristup za određivanje pozicije i reduciranje pogreška u navigaciji - Naše more br. 3-4, 1988, str. 113 - 116.

## NUMERICAL DETERMINATION OF SHIPS' POSITION

- based on measuring angles between terrestrial objects -

### Summary

The article deals with numerical determination of ship's position based on measuring angles between terrestrial objects. The method is applied to all angles among objects regardless the plane they are placed. It might be also used to determine the position by artificial satellites if appropriate of angle measurements among them were possible.

Tekst primljen: 29.07.1992.