

PETAR ČUMBELIĆ

YU ISSN 0469—6255
NAŠE MORE 36 (1 — 2) 41 (1989)

Distribucija navigacijskih grešaka

Sistem modela i sistem simbola

UDK 527.6:522.9

SAŽETAK

U ovom članku definira se opći problem u sistemu astronomске navigacije formalizacijom procesa vođenja objekta (broda). Kod opažanja n nebeskih tijela m puta dobit će se poligon pouzdanosti. Program je podijeljen na svoje integralne module koji rješavaju pojedinačne cjeleove dijelove ovog kompleksnog problema. Matematički model definira se skupom jednadžbi, koje daju funkcionalne veze između ulaznih i izlaznih veličina sistema, skupom parametara i skupom varijabli. Također se definira sistem simbola i blok shema za simulaciju na električkom računalu. U zaključku se konstatira prednost kvantitativne analize u odnosu na intuiciju kod određivanja točnosti položaja broda.

— o —

UVOD

U znanstvenom časopisu THE JOURNAL OF NAVIGATION koji izdaje THE ROYAL INSTITUTE, LONDON, Vol. 40 No. 1. January 1987, izašao je članak ovog autora pod naslovom »The Distribution of Navigational Errors«.

Verzija istog članka na hrvatskom jeziku pod naslovom »Zakoni vjerojatnosti slučajnih navigacijskih grešaka« tiskana je u Hidrografskom godišnjaku 1986, koji izdaje Hidrografski institut Jugoslavenske ratne mornarice, Split, i koji je izašao iz tiska 1988. godine.

U člancima se govori o slučajnim navigacijskim greškama i utvrđuju se zakoni vjerojatnosti po kojima se one raspoređuju u stohastičkom smislu.

Za praktičnu primjenu teoretskih postavki iz navedenih radova potrebno je definirati sistem modela, sistem simbola i sistem algoritma, da bi se to moglo simulirati na električkom računalu.

1. OPĆENITO O FORMALIZACIJI PROCESA

Navigaciju smo definirali kao složeni dinamički sistem i kao proces vođenja objekta.

Taj objekt može biti brod, zrakoplov, ili čak neko kopreno vozilo koje se kreće npr. u pustinji, jer će i tada nastati potreba za određivanjem položaja. Klasična formalizacija navigacijskog procesa je grafička na karti, na kojoj se u svakom trenutku mogu odrediti geografske koordinate položaja, a što prema našoj definiciji predstavlja stanje sistema. Ovako određen položaj, tj.

na osnovi početnih koordinata, kurseva i pređenih puteva, zove se zbrojeni položaj (Dead Reckoning Position).

Kursevi i daljine nisu konstantni već variraju u određenim intervalima i to zbog utjecaja brojnih faktora, kao npr. vjetra, struje i dr. Stoga je zbrojeni položaj u stvari procijenjeni položaj. Gruba procjena je krug polumjera 5 — 10% pređenog puta.

Na mjeri instrumenti, kao npr. kompas i brzinomer, nisu naročito precizni, kad ih se usporedi s mjerim instrumentima npr. u Geodeziji kao srođnoj znanosti. Teodolit i nivelir daleko su precizniji nego sekstant i kompas. Stoga je povremeno računanje stvarnog položaja i korigiranje zbrojenog položaja absolutno potrebno i predstavlja nužnu intervenciju u procesu vođenja, što u jeziku kibernetike predstavlja povratnu spregu (feed back). Naime, kontroliraju se i uspoređuju izlazne veličine (output data) i prema potrebi djeluje na ulazne veličine (input data).

U sistemu astronomске navigacije ovaj proces nije kontinuiran, već se zahvati (računanje položaja) vrše u za to povoljnijim trenucima.

Kod nekih drugih navigacijskih sistema, npr. hiperboličkih sistema, moguće je uspostaviti kontinuitet povratne sprege, jer davači na kopnu kontinuirano odašljaju elektro-magnetske valove.

2. ODREĐIVANJE POLIGONA POUZDANOSTI OPAŽANJEM n — NEBESKIH TIJELA m — PUTA

Definirat će se opći i univerzalni model za sistem astronomске navigacije i izvesti simulacija tog modela na električnom računalu.

Sam program je polivalentan i prilagodljiv svim prilikama i potrebama. Može ga se koristiti za opažanje bilo kojeg broja n nebeskih tijela od kojih će se uzimati uzorci (mjeriti visine) od m elemenata. U stvari m i n bit će početne ulazne veličine koje će dimenzionirati variabile za svaki konkretni slučaj. Jedino ograničenje za m i n je kapacitet računala.

Koristit će se računalo japanske proizvodnje »Sharp PC — 1500«, koje s dodatnim modulom ima kapacitet za ROM 16 K Bytes i za RAM 12 K Bytes. Ovaj kapacitet više je nego dovoljan za potrebe praktične navigacije. Računalo ima i ugrađeni mjerač vremena. Jednom iniciran s početnim podacima računalo u svakom trenutku daje podatke kao: mjesec, dan, sat, minuta, sekunda i dijelovi.

Kapacitet računala bio bi dovoljan i za programiranje efemeričnih podataka, kao što to daju i neka druga čisto navigacijska računala. Međutim, točnost tih podataka ne zadovoljava naše zahtjeve, jer naše je opredjeljenje jasno — maksimalna moguća točnost.

Stoga će se svaki put upisati početne (okruglo na sat opažanja) efemerične podatke i parametre. Daljnje vremensko praćenje tih varijabli obavlja računalo i to za cijelo vrijeme opažanja.

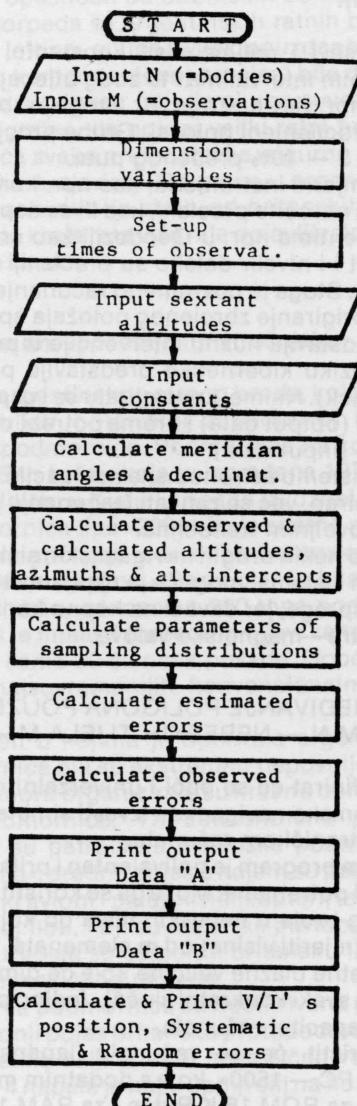
Ovo zahtjeva neznatno duži postupak, ali su zato rezultati daleko točniji.

3. ZADACI MODELIRANJA

Zadaci modeliranja povezati će se i usporedno obradivati s integralnim modulima ovog općeg programa.

Naime, svaki složeniji program uputno je i potrebno sastaviti u obliku modula, tj. manjih jedinstvenih cjelina,

THE FLOW CHART



Blok shema općeg navigacijskog problema u sustavu astronomске navigacije

koje će u okvirima programa obavljati pojedinačne radnje koje su logički povezane. Stoga će se zadaci modeliranja povezati i uporedno obraditi s funkcioniranjem pojedinih modula, čiji skup je naš cjeloviti program.

a) Iniciranje programa i dimenzioniranje varijabli — Modul »A«.

Ulagane veličine m i n dimenzioniraju varijable i u krajnjoj liniji sam program.

b) Modeliranje vremena opažanja i izmjerene visina — Modul »B«.

U trenutku opažanja pritiskom na dirku ENTER vrijeme opažanja ulazi u memoriju računala kao varijabla $T(I, J)$; na ekranu se pojavljuje »hs«. Upisujemo izmjerenu visinu koja pritiskom na ENTER ulazi u memoriju kao varijablu $S(I, J)$.

c) Modeliranje početnih uvjeta i efemeričnih podataka — Modul »C«.

Ovaj modul »traži« (ispisujući na ekranu) sve ostale ulagane veličine potrebne za računanje, počevši od početnih uvjeta do parametara relevantnih za nebesko tijelo koje se opaža, i unosi ih u memoriju računala. Napomenut ćemo da su parametri sistema one veličine koje se u toku procesa ne mijenjaju, a karakteristične su za promatrani sistem, te njegove početne uvjete i vremenske transformacije.

d) Modeliranje satnog kuta $P(I, J)$ i deklinacije $D(I, J)$ za trenutak opažanja — Modul »D«.

e) Modeliranje visine prave, visine računate, azimuta i razlike visina, te svođenje ove razlike na trenutak i mjesto zadnjeg opažanja — Modul »E«.

f) Modeliranje parametara statističke populacije — Modul »F«.

Ovaj modul funkcioniра samo kad u uzorku imamo tri ili više elemenata ($m \geq 3$), a u suprotnom program preskače ovaj modul.

g) Modeliranje procijenjenih vrijednosti slučajnih grešaka na osnovi Navigacijske distribucije — Modul »G«.

Ovaj modul računa procijenjene vrijednosti slučajnih grešaka samo kad je koeficijent zakriviljenosti K_z u intervalu $(4/3, 12/5)$, a u suprotnom program preskače ovaj modul.

Procijenjene vrijednosti su varijanta regresijskih vrijednosti (kvadratna regresija) transformiranih putem Navigacijske distribucije za navigacijske potrebe.

i) Ispisivanje prve skupine izlaznih veličina — Modul »I«.

Zadatak modula »I« je ispisivanje na ekranu ili na vrpci, kad je računalo priključeno na pisač (printer), slijedećih podataka:

— azimut zadnjeg opažanja (Z_n) i aritmetičku sredinu dv

— ocjenu standardne devijacije osnovnog skupa (sp) i maksimalnu vrijednost slučajne greške procijenjenu navigacijskom distribucijom kad je $4/3 \leq K_z \leq 12/5$, odnosno kao produkt $K_z \cdot sp$ kad je $K_z > 12/5$

— koeficijent asimetrije (K_a) i koeficijent zakriviljenosti (K_z) za krivulju distribucije

— razlike visina i azimute za svako pojedino opažanje

Sve ove podatke računalo ispisuje za svako od n opaženih tijela i to redom opažanja.

j) Ispisivanje druge skupine izlaznih veličina — Modul »J«.

Te izlazne veličine su: nivo pouzdanosti, opažena greška i procijenjena greška sve u jednom retku. Za m opažanja imamo m redaka za svako nebesko tijelo.

k) Modeliranje položaja broda kod opažanja dva i više nebeskih tijela i to n - 1 položaj i konačno vjerojatni položaj Pv slobodan od sistematske greške (za n ≥ 3) — Modul »K«.

Računalo još ispisuje i numeričku vrijednost sistematske greške, kao i sve slučajne greške koje su na danom nivou povjerenja (zavisno od veličine uzorka) jednak standardnoj devijaciji sp. Da bismo imali kompletne podatke za eventualnu provjeru računa na klasični ili neki drugi način, ovaj modul još ispisuje i sve opažene visine kao i vremena opažanja.

Ovaj program zadovoljava kako praktične tako i teoretske potrebe u vezi rješavanja ovog problema.

Kad je riječ samo o praktičnim potrebama mogu se slobodno iz programa izostaviti moduli »G«, »H« i »J«, a modul »I« skratiti tako da ispisuje samo Zn, dv i sp. Kod opažanja dva i više tijela moglo bi se izostaviti i cijeli modul »F«, ali to se ne preporuča, jer u slučaju zabune prilikom upisivanja izmјerenih visina moći će se to i otkriti inspekcionim razlikama visina. Naime, jedna nenormalno velika vrijednost, koja odudara od ostalih, ukazat će na zabunu. Tu vrijednost je tada moguće ispuštiti i ponovo računati od modula »F« do »K«.

Moglo bi se program preinaciti tako da automatski izostavlja najveću vrijednost, ali bi trebalo onda povećati uzorak za jedan.

Konačno što se tiče pojedinih modula u programu kao cjelini možemo sumirati: Moduli »A«, »B« i »C« prikupljaju ulazne veličine i unose ih u memorije računala, moduli »D«, »E«, »F«, »G« i »H«, a djelomično i »K« obrađuju dobivene podatke i izračunavaju izlazne veličine, a moduli »I«, »J« i »K« ispisuju izlazne veličine na ekranu računala ili na papirnatoj vrpci kad je računalo priključeno na odgovarajući pisač.

4. SISTEM MODELAA

Sistem je određen skupom parametara, skupom varijabli i skupom funkcionalnih veza i odnosa među parametrima i varijablama. Skupove parametara i varijabli dat će se skupa sa sistemom simbola, a ovdje će se obraditi skup funkcionalnih veza i odnosa.

Modeliranje satnog kuta i deklinacije (Pi i Di)

$$58 \quad \text{1)} \quad P_i = G H A_h + (T_i - T_0) \cdot (15 + Q) + S H A + \lambda_z$$

$$Q = 360 / (365.25 \cdot 24) = 0.0411 \quad \text{za zvijezde}$$

$$Q = 0 \quad \text{za Sunce}$$

$$Q = -0.6833 + v/60 \quad \text{za Mjesec}$$

$$Q = v/60 \quad \text{za planete}$$

$$59 \quad \dots \quad D_i = D_h + (T_i - T_0) \cdot d$$

Modeliranje visine (Vp), visine računate (Vr), azimuta (α), pramčanog kuta (α), razlike visina (dv)

$$60 \quad \dots \quad Vp_i = Vs_i + r + \cos Vs_i - \operatorname{ctg} (Vs_i + 0.7^\circ) - 1.77 \sqrt{vo}$$

$$61 \quad Vr_i = \operatorname{arc} \sin (\sin \varphi \sin D_i + \cos \varphi \cos D_i \cos P_i)$$

$$62 \quad \dots \quad \omega_i = \operatorname{arc} \cos \frac{\sin D_i - \sin \varphi \sin Vr_i}{\cos \varphi \cos Vr_i}$$

$$63 \quad \dots \quad \alpha_i = \omega_i - K$$

$$64 \quad \dots \quad \text{Dist.}_i = (T_n - T_i) \cdot \text{brzina}$$

$$65 \quad \dots \quad Vp_{kor. i} = Vp_i + \text{Dist.}_i \cos \alpha_i$$

$$66 \quad \dots \quad dv = Vp_{kor. i} - Vr_i$$

Modeliranje statistike empirijske distribucije

$$67 \quad \dots \quad \bar{v} = 1/m \sum_{i=1}^m v_i$$

$$68 \quad \dots \quad x_{o_i} = v_i - \bar{v}$$

$$69 \quad \dots \quad s = \sqrt{1/m \sum x_{o_i}^2}$$

$$70 \quad \dots \quad sp = \sqrt{m/(m-1)}$$

$$71 \quad \dots \quad se = sp / \sqrt{m} = s / \sqrt{m-1}$$

$$72 \quad \dots \quad K_a = (1/m \sum_{i=1}^m x_{o_i}^3) / s^3$$

$$73 \quad \dots \quad K_z = (1/m \sum_{i=1}^m x_{o_i}^4) / s^4$$

Modeliranje očekivanih (procijenjenih) vrijednosti slučajne greške (xe) putem Navigacijske distribucije

$$74 \quad \dots \quad x_{e_i} = \frac{-b/2 + \sqrt{(b/2)^2 + a \cdot F(x)_i}}{a}$$

Kad je a = 0 formulu 74 zamjenjuje formula 75:

$$75 \quad \dots \quad x_{e_i} = F(x)_i / b$$

F(x)i po padajućim vrijednostima računat će se:

1 Brojevi kojima se označavaju formule nastavljaju se iz prethodnog članka »Zakoni ovjerojatnosti slučajnih navigacijskih grešaka«

$$76 \dots F(x)_i = \frac{m+1-i}{m} \text{EXP} (-1/m)^2$$

$$77 \dots a = \frac{2(1-2y)}{\lambda^2}$$

$$78 \dots b = \frac{4y-1}{\lambda}$$

$$79 \dots \lambda = sp \cdot \sqrt{\frac{3}{2(1-y)}}$$

$$80 \dots y = \frac{10 Kz - 6 - \sqrt{36 - 15 Kz}}{10 Kz}$$

Modeliranje položaja broda i sistematske greške

Kod opažanja n nebeskih tijela izračunat će se n—1 položaj:

$$81 \dots \varphi_i = \varphi_z + \frac{\bar{dv}_{i+1} \sin \omega_i - \bar{dv}_i \sin \omega_{i+1}}{\sin(\omega_i - \omega_{i+1})}$$

$$82 \dots \lambda_i = \lambda_z + \frac{\bar{dv}_i \cos \omega_{i+1} - \bar{dv}_{i+1} \cos \omega_i}{\cos \varphi_z \sin(\omega_i - \omega_{i+1})}$$

Da bi se eliminirala sistematska greška (njezin konstantni dio) potrebno je opaziti najmanje tri nebeska tijela.

jela. Ukupno uzevši najpovoljnije je opažati tri tijela s približnom razlikom azimuta od 120° .

Tri pravca položaja obično zatvaraju trokut. Tri vrha trokuta su tri pozicije. Ako vrhove trokuta brojimo 1, 2 i 3, tada će se slijedećim formulama izračunati položaj slobodan od sistematske greške kao i numeričku vrijednost same greške.

$$83 \dots \operatorname{ctg} S_1 = \frac{\sin \omega_1 - \sin \omega_2}{\cos \omega_2 - \cos \omega_1}$$

$$84 \dots \operatorname{cot} S_2 = \frac{\sin \omega_2 - \sin \omega_3}{\cos \omega_3 - \sin \omega_2}$$

$$85 \dots a = (\varphi_1 - \varphi_2) - (\lambda_1 - \lambda_2) \cos \varphi_2 \operatorname{ctg} S_1$$

$$86 \dots b = \operatorname{ctg} S_2 - \operatorname{ctg} S_1$$

$$87 \dots \varphi_v = \varphi_2 + d\varphi \quad d\varphi = (a \cdot \operatorname{ctg} S_2)/b$$

$$88 \dots \lambda_v = \lambda_2 + d\lambda \quad d\lambda = \frac{a}{b \cos \varphi_2}$$

$$89 \dots c = \frac{\sin(\omega_3 - \omega_2)}{\sin \omega_3 - \sin \omega_2} \cdot d\varphi$$

5. SISTEM SIMBOLA I SKUP PARAMETARA I VARIJABLJI

A	,	brojač
A (I,J)	,	dv , razlika visina
AA (J)	,	F(x) , funkcija distribucije, postotna greška
AAS (I)	,	»karakter« varijabla (character variable)
A1	,	a , koeficijent (kvadratnog člana kvadratne jednadžbe)
B (J)	,	D _h , deklinacija za integralni sat opažanja
B1	,	b , koeficijent (linearnog člana kvadratne jednadžbe)
C (I,J)	,	V _r , visina računata
C	,	K , kurs
D (I,J)	,	D , deklinacija
E (J)	,	d , prirast deklinacije za jedan sat
F (I,J)	,	x _o , opažene greške poredane po padajućem nizu
FF (J)	,	φ , geografska širina
G (J)	,	CHA _h , srednje vrijeme Greenwich-a za integralni sat opažanja
H (J)	,	λ , maksimalna očekivana vrijednost slučajne greške
I (J)	,	a , koeficijent Navigacijske distribucije
J (J)	,	K _a , koeficijent asimetrije

² ČUMBELIĆ Petar, »Pouzdanost navigacijskih sistema u integralnom i multimodalnom transportu«, Magistarski rad, Fakultet za pomorstvo i saobraćaj, Rijeka 1985. (strana 101, formula 140).

I	.	brojač
J	.	brojač
K (J)	, Kz	koeficijent zakrivljenosti
L (J)	, b	koeficijent Navigacijske distribucije
LL (J)	, λ	geografska dužina
M (J)	, \bar{dv}	aritmetička sredina razlike visina
M	, m	broj opservacija
N (J)	, r	polumjer nebeskog tijela
N	, n	broj opaženih nebeskih tijela
O (I,J)	, v_p	visina prava
P (I,J)	, P	satni kut
Q (J)	, SHA	surektascenzija
QQ (J)	, Q	konstanta
R (I,J)	, a	pramčani kut (azimut minus kurs)
S (I,J)	, v_s	visina izmjerena sekstantom
SP (J)	, sp	centrirana ocjena standardne devijacije osnovnog skupa, slučajna greška
	, s	standardna devijacija uzorka
T (I,J)	, T	vrijeme opažanja
TS (I,J)	,	»karakter« varijabla (character variable)
U (J)	, v	koeficijent korektura GHA za minute i sekunde
V	, b	brzina broda
W (I,J)	, w	simbol za očekivane vrijednosti kod ispisivanja na papirnatu traku
X (I,J)	, x_o	opažene slučajne greške
	, x_e	očekivane (procijenjene) vrijednosti slučajnih grešaka
Y (J)	, Y	ordinata, koeficijent Navigacijske distribucije
Z (I,J)	, w	azimut
E	, vo	visina oka
F	, γ_z	zbrojena širina
L	, λ_z	zbrojena dužina
FF	, γ_v	vjerojatna geografska širina
LL	, λ_v	vjerojatna geografska dužina
SG	, C	sistematska greška



ZAKLJUČAK

Ovako definiran simulacijski model rješava opći navigacijski problem u sustavu astronomske i zbrojene plovidbe.

Položaj broda i prostor vjerojatnosti određen je kvantitativnom metodom umjesto intuitivno kao što je to do sada bio običaj.

Točnost položaja broda povećava se pet do deset puta tj. prostor vjerojatnosti se za toliko puta smanjuje. Naime, kad se opaža tri ili više nebeskih tijela, najprije se eliminira konstantni (najveći) dio sistematske greške, a slučajne greške svode se u granice standardnih grešaka njihovih aritmetičkih sredina, a to u praksi iznosi od $0,2'$ do $0,6'$ na nivou pouzdanosti od 90 do 99%.

Ove podatke autor je dobio vršeći opažanja u konkretnoj navigacijskoj praksi u raznim atmosferskim, meteorološkim i klimatskim prilikama po svim morima svijeta.

U povoljnim prilikama kad je vrijeme i more bilo tiho i mirno, vidljivost dobra, horizont oštar, a opažać iskušan i uvježban, standardna greška može biti i ispod jedne desetinke minute ($0,1'$). Najveću standardnu grešku u ekstremno nepovoljnim prilikama zabilježilo se za uzorak od deset elemenata u vrijednosti od $0,3'$.

Nivo pouzdanosti zavisiće od veličine uzorka i načina računanja. Naime, u povoljnim prilikama uzimala se Studentova razdioba, a u ostalim Čebiševljeva nejednakost.

Može se zaključiti da je kvantitativni pristup kod rješavanja problema navigacijskih grešaka nova kvaliteta u rješavanju navigacijskih problema.

LITERATURA

- Čumbelić Petar, Pouzdanost navigacijskih sistema u integralnom i multimodalnom transportu, Magistarski rad, Fakultet za pomorstvo i saobraćaj Rijeka, 1985.
- Čumbelić Petar, Primjena numeričkih i statističkih metoda u astronomskoj navigaciji, Hidrografska institut JRM, Split 1986.
- Čumbelić Petar, Modeli i njihove simulacije u sistemu astronomске navigacije, Doktorska disertacija, Fakultet za pomorstvo i saobraćaj Rijeka, 1986.
- Čumbelić Petar, The Distribution of Navigational Errors, The Royal Institute of Navigation, London, 1988.
- Čumbelić Petar, Zakoni vjerojatnosti slučajnih navigacijskih grešaka, Hidrografska institut JRM Split, 1988.

THE DISTRIBUTION OF NAVIGATIONAL ERRORS Mathematical Model and System of Symbols

ABSTRACT

We define in this paper the general problem in astro—navigation by formalizing the process of governing the object (the ship). When n celestial bodies are observed m times each, the polygon of uncertainty is defined. The program is divided into its integral moduls which solve the specific parts of this complex problem. The mathematical model is defined by set of equations, that express the relations between the input and output of the system, the set of parameters and the set of variables. Also the system of symbols and the Flow Chart for computer simulation are defined.

In the conclusion the advantage of the quantitative analysis versus intuition regarding accuracy of the ship position is pointed out.

„LUKA DUBROVNIK“ DUBROVNIK

Gruška obala bb
Telefon: 23-350; Telex 27567 YU LUKADU
Brzojav: LUKA DUBROVNIK

RASPOLAŽE:

Vlastitim zatvorenim i otvorenim skladištima, hladnjačom, dizalicama, traktorima, autoliftovima, kamionima i drugom lučkom mehanizacijom.

OBAVLJA:

Utovar i istovar brodova za robu namijenjenu uvozu, izvozu, tranzitu i razvozu — Špediciju robe u razvozu — Održava i izgrađuje obale. Pruža kompletan servis jahtama.



Pogled na Grušku luku, u sredini slike ističe se hladnjača