Jedno brzo rješenje problema *n* kraljica bez uporabe računala

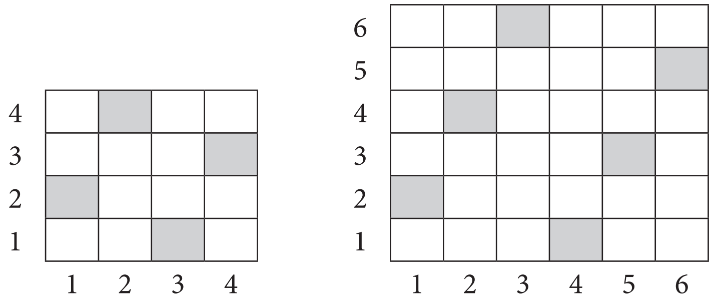
IZET KALABA[1]

1. Uvod

Odavno je Galilej ustvrdio kako je Knjiga prirode napisana matematičkim znakovima. Potom je Descartes pokazao da su ti matematički znakovi jednostavno brojevi. U ovome radu pokazat ćemo da raspored n kraljica na šahovskoj ploči $n \times n$, koje se međusobno ne napadaju, nije slučajan, nije nepredvidljiv, već je savršeno pravilan, odnosno, taj raspored je generiran po jednostavnom načelu u čijoj osnovi je, što drugo nego – broj.

2. Raspored *n* kraljica za parno *n*

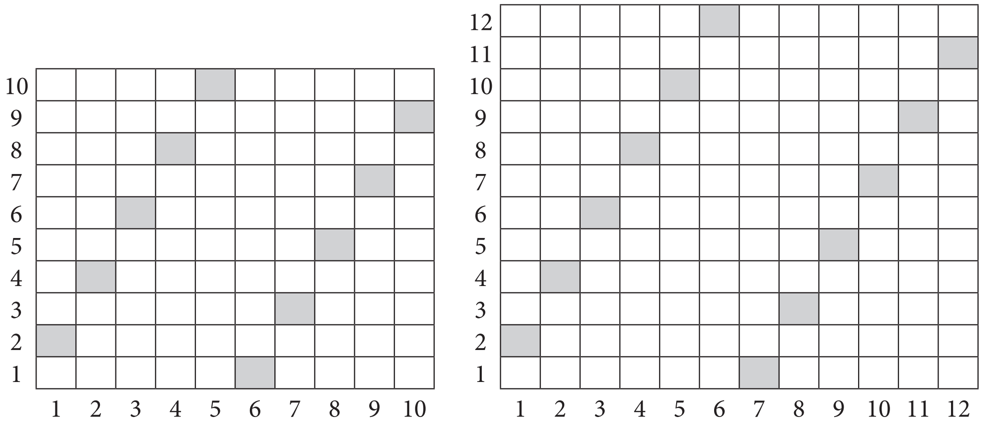
Na Slici 1. prikazan je raspored četiri, odnosno šest kraljica koje se međusobno ne napadaju:



Slika 1. Jedno rješenje problema 4, odnosno 6 kraljica

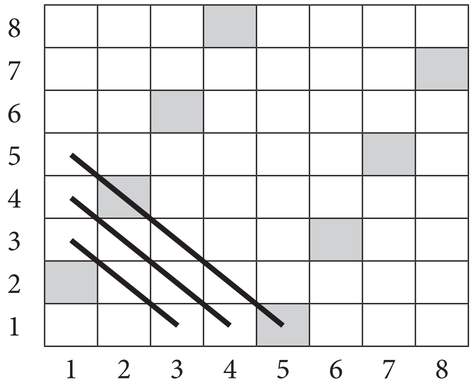
Na isti način postavljaju se kraljice na ploču za svako parno n koje pri dijeljenju sa 6 daje ostatak 4 ili 0. Tako imamo analogno rješenje na Slici 2. za 10 i 12 kraljica:

[1]Izet Kalaba, Srednja škola fra Andrije Kačića Miošića, Ploče



Slika 2. Analogno rješenje problema 10, odnosno 12 kraljica

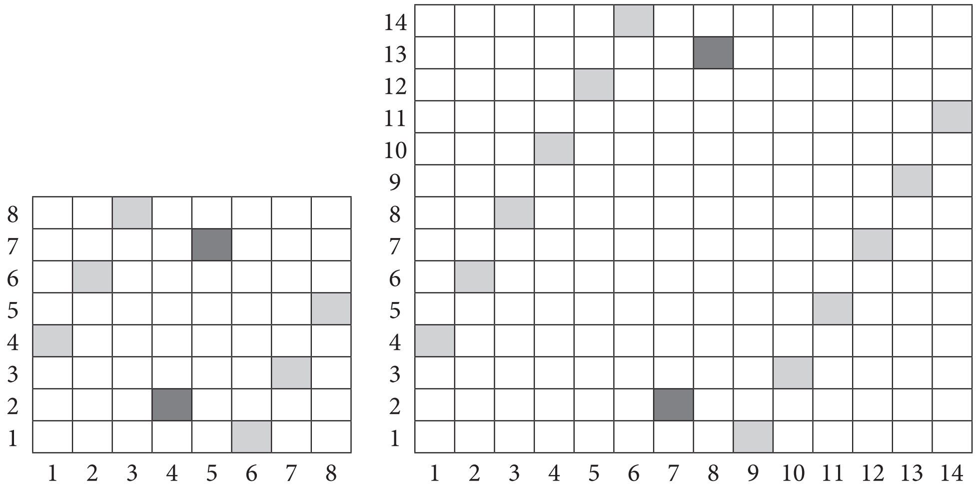
Sličan raspored 8 kraljica na Slici 3. nije rješenje problema jer bi na dijagonali ((5, 1),(1, 5)) bile dvije kraljice koje se međusobno napadaju. Obje slobodne dijagonale ((3, 1),(1, 3)) i ((4, 1),(1, 4)) iskoristili smo za rješenje problema 4 i 6 kraljica, dok smo sljedeće dvije slobodne dijagonale ((6, 1),(1, 6)) i ((7, 1),(1, 7)) iskoristili za rješenje problema 10 i 12 kraljica.



Slika 3. Problem 8 kraljica

Dakle, problem je svaki treći paran broj počevši od 8, tj. 8, 14, 20 itd. odnosno, brojevi koji dijeljenjem sa 6 daju ostatak 2.

Na slici 4. prikazan je „algoritam" za rješenje problema od 8, 14, 20... kraljica, dakle, za svaki paran broj koji dijeljenjem sa 6 daje ostatak 2. Početna kraljica postavi se na polje (1, 4), dok se kod prethodnih parnih brojeva početna kraljica postavljala na polje (1, 2). Time je problem *n* kraljica, za svaki parni broj *n* > 2, riješen.

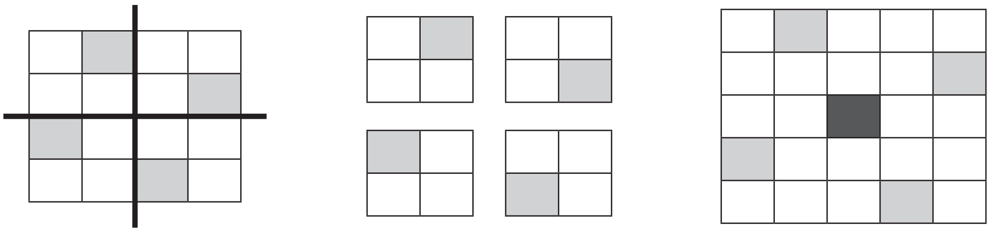


Slika 4. Jedno rješenje problema 8 i 14 kraljica

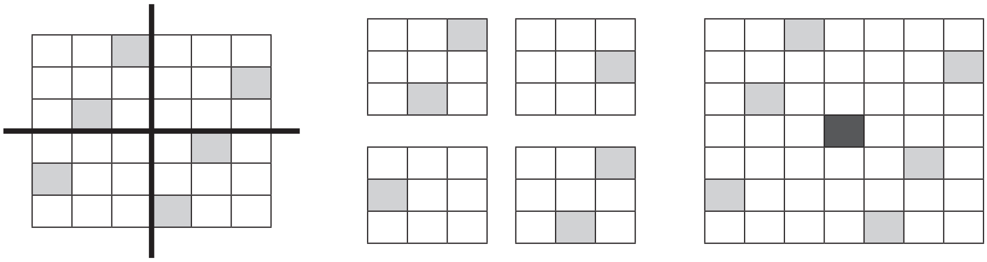
Značajka ovoga rješenja za svaki parni prirodni broj, a kasnije ćemo pokazati i za svaki neparni broj, jest njegova jednostavnost, brzina, simetrija, rotacija, sintetičnost. Pojasnit ćemo pojam sintetičnosti. Ponekad, rješavajući neki geometrijski zadatak, dođemo u iskušenje riješiti ga analitički. Analitička geometrija vrlo je moćno oruđe, često nezamjenjivo, ali se zna dogoditi da se „izgubimo" u tom beskrajnom računanju i na koncu se vratimo sintetičkoj metodi s obnovljenim oduševljenjem. Nažalost, sintetička metoda u geometriji sve više nestaje u našim školama. Ne pretjerujem, ali trebalo bi je zaštititi kao osobitu i osebujnu vrstu ljudskog razmišljanja. Sintetička metoda jača kod učenika imaginaciju, dok pretjerana uporaba analitičke metode jača formalizam.

3. Raspored *n* kraljica za neparno *n*

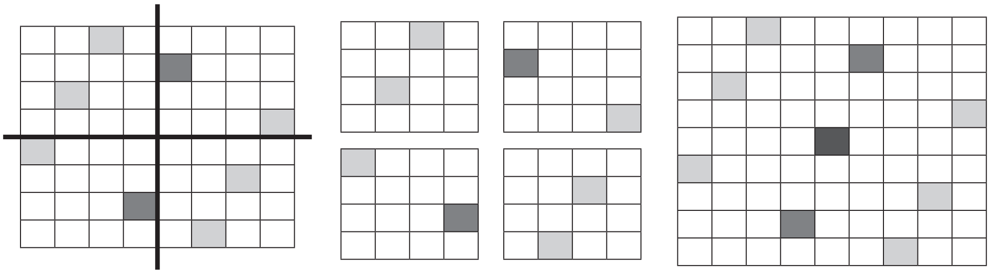
Raspored neparnog broja kraljica prirodno ćemo nastaviti na prethodno opisani raspored parnog broja kraljica. Pri tome ćemo sačuvati sve značajke rješenja, poput centralne simetričnosti i slično.



Slika 5. Jedno rješenje problema 5 kraljica



Slika 6. Jedno rješenje problema 7 kraljica



Slika 7. Jedno rješenje problema 9 kraljica

Općenito, ako treba postaviti neparan broj kraljica, npr. 2017 kraljica koje se međusobno ne napadaju, na šahovsku ploču dimenzija 2017 × 2017, onda treba postaviti 2016 kraljica na ploču 2016 × 2016, dakle uvijek za jedan broj manje. Kako parni broj 2016 pri dijeljenju sa 6 daje ostatak 0, raspored 2016 kraljica je analogan rasporedu 6 kraljica, jer i broj 6 pri dijeljenju sa 6 daje ostatak 0. Svaku takvu kvadratnu ploču parnih dimenzija, bez obzira je li ostatak 4, 0 ili 2, podijelimo na četiri četvrtine okomitom i vodoravnom crtom kroz središte ploče, kao na slikama 5, 6 i 7, lijevo. Kroz središte ploče umetnemo jedan novi redak i jedan novi stupac te u zajedničko novodobiveno središnje polje postavimo zadnju kraljicu traženog neparnog rednog broja. Time je problem riješen za svako $n > 3$.

Strogi matematički dokaz prezentiranog rješenja nije raspisan u tekstu iz dva razloga. Prvo, dokazi tvrdnji značajno bi usporili čitanje teksta te bi čitatelj mogao steći dojam da spomenuto brzo rješenje problema n kraljica i nije tako brzo. Drugo, smatramo poželjnim potaknuti čitatelja na samostalno razmišljanje o razlozima valjanosti rješenja te o mogućim drugim rješenjima koja bi imala svoju pravilnost.

4. Proširenje problema *n* kraljica

Problem n kraljica mogao se postaviti i ovako: Naći sva moguća rješenja za dano n ili naći sva moguća rješenja za dano n ako je na ploči već postavljeno k kraljica ($k < n$). Ako želimo ovaj prošireni problem riješiti sintetički a ne kompjutorski, onda treba odbaciti svu šahovsku prtljagu, ne bazirati se isključivo na redove, stupce i dijagonale koje su zauzele prethodne kraljice i zaboraviti metodu popravljanja položaja prethodne kraljice kako bi sljedeća kraljica bila nenapadnuta. Upravo ovo zadnje koriste kompjutorski programi, što se u praksi za dovoljno velike brojeve n pokazalo vremenski vrlo dugotrajno, praktično neprimjenjivo. Dakle, treba razmišljati posve apstraktno.

5. Zaključak

Naše rješenje problema n kraljica pokazalo je da nije bitan broj kraljica već načelo. A to znači sljedeće: ako imamo milijun kraljica, rasporedit ćemo ih po istom planu kako bismo rasporedili četiri kraljice jer je $1\,000\,000 \equiv 4 \pmod 6$. Praktično cijeli skup prirodnih brojeva $N\backslash\{1, 2, 3\}$ podijelili smo u tri klase ekvivalencije, a za reprezentativne predstavnike tih triju klasa možemo uzeti raspored 6, 7 i 8 kraljica, već prema tome je li

$$n \equiv 0 \text{ ili } 4 \pmod 6,$$

$$n \equiv 1 \pmod 2 \text{ ili}$$

$$n \equiv 2 \pmod 6.$$

Literatura:

1. Van Doren, Charles, Povijest znanja, Mozaik knjiga, Zagreb, 2005.
2. Kant, Immanuel, Kritika čistog uma, Nakladni zavod Matice Hrvatske, Zagreb, 1984.
3. Wikipedia, Problem 8 kraljica, kodirani matematički problem, 18. 9. 2017. https://bs.wikipedia.org/wiki/Problemski_šah