Nautičke tablice i neke od ideja tabeliranja naših autora

Prof. Boris FRANUŠIĆ
Dubrovnik

Kada je u »zlatnom stoljeću astronomske navigacije« francuski kapetan fregate Marq de Saint Hilaire objavio svoju visinsku metodu za dobivanje elemenata linije položaja — stajnice opažanjem nebeskog tijela, (1875. g.) bila je to kruna svih dotadašnjih metoda primjenjivanih u vođenju navigacije na otvorenom moru.

Svim navigatorima je poznato da se u toj metodi linija položaja dobiva na temelju razlike prave i izračunate visine nebeskog tijela, te njegovog azimuta. Prava visina dobije se iz izmjerene visine na morski horizont pomoću sekstanta, dok se izračunata visina i azimut dobiju rješenjem astronomsko-nautičkog sfernog trokuta položaja.

SLIKA 1

Ova visinska metoda upotrebljava se i danas u astronomskoj navigaciji. Rješenje stranice zenitne daljine Z, odnosno visine V kao njenog komplementa, te kuta azimuta ω u zenitu vrši se pomoću 3 poznata elementa: polarne daljine p, odnosno deklaracije δ nebeskog tijela kao komplementarne veličine; koširine ψ, odnosno geografske širine φ kao komplementarne veličine, i mjesnog satnog kuta s (kut u polu P).

Stranica Z može se računati po cosinusovom poučku za sferni trokut:

$\cos Z = \cos \psi \cos p + \sin \varphi \sin p \cos s$

ili prelaskom na komplemente:

$\sin V = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos s$ . . . . . 1.

Ova se formula obično rješavala tako da su se članovi na desnoj strani logaritamski množili, pa antilogaritmirali da bi se mogli zbrojiti i tako se dobivala prirodna vrijednost sinusa visine. Zato je za logaritamski rad zgodnije bilo upotrebljavati transformirani cosinusov poučak za stranicu sfernog trokuta tj.

$\sin V = \sin (\varphi + x) \sin \delta \sec x$ 2

gdje je pomoćna veličnia x određena po formuli:

$\operatorname{tg} x = \operatorname{ctg} \delta \cos s$ . . . . 3.

Kod obe formule treba voditi računa o predznacima. Za određivanje vrijednosti kuta azimuta, koji je u trokutu po vrijednosti uvijek manji od 180^0 (polukružan), može se primjeniti sinusov poučak za sferni trokut, kad se već odredila visina po formuli 1. ili 2.: $\sin \omega : \sin s = \sin p : \sin Z$

ili

$\sin \omega = \sin s \cos \delta \sec V$ 4

Formulom 4. azimut bi se lako dobio tablicama kao kvadrantalna veličina do 90^0, a kako je $\sin (180^0 - x) = \sin x$, treba znati odrediti dali je vrijednost azimuta do 90^0 ili preko 90^0. To je važno za tijela čija je deklinacija istoimena a manja od geografske širine opažača, jer ta tijela u svom dnevnom gibanju mjenjaju azimut kroz sva 4 kvadranta horizonta. Zato je za račun azimuta zgodnije upotrebiti I cotangesov poučak za sferni trokut:

$\operatorname{ctg} \omega \operatorname{cosec} \varphi = \operatorname{ctg} p \operatorname{cosec} s - \operatorname{ctg} \varphi \operatorname{ctg} s$

ili

$\operatorname{ctg} \omega \sec \psi = \operatorname{tg} \delta \operatorname{cosec} s - \operatorname{tg} \psi \operatorname{ctg} s$ 5

Ovo je poznata formula s kojom su tabelirane tzv. ABC tablice, a s kojim se azimut dobije pomoću ista 3 elementa kao i stranica Z, odnosno visina V. Ako je riješimo samo po azimutu onda se može dobiti:

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{\sin s}{\operatorname{tg} \delta \cos \varphi - \sin \varphi \cos s} \quad . \ . \ . \ . \ . \ 6.$$

Formula 6. nije zgodna za tablično rješavanje, ali je vrijednost azimuta s njom definirana, jer ako je tanges azimuta pozitivan, onda je azimut manji od 90^0, a ako je tanges azimuta negativan, onda je azimut veći od 90^0.

Međutim, ako se astronomsko-nautički sferni trokut rastavi na dva pravokutna sferna trokuta spuštajući okomicu iz nebeskog tijela na stranicu koširine, pa primjenimo Napierov poučak, dobit će se već napisana formula 2. i 3. ali i:

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{\operatorname{tg} s \sin x}{\cos (\varphi + x)} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ 7.$$

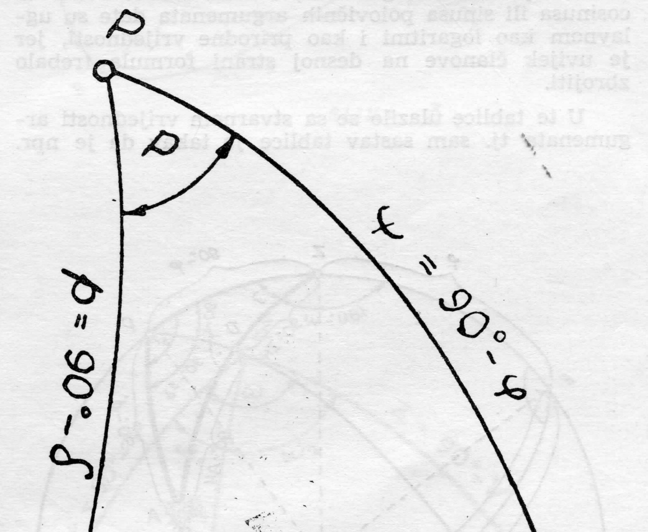
Formula 7. zgodna je za tablično rješavanje i za određivanje vrijednosti azimuta.

Ovo su formule koje bez podešavanja za sastavljanje nautičkih tablica daju traženo rješenje u visinskoj metodi. Rad s matematičkim tablicama za rješenje ovih formula je dug i sklon greškama, pa su zato mnogi autori nautičkih tablica nastojali naći jednostavnija i brža rješenja s kojim bi navigator mogao lakše doći do traženih rezultata.

Međutim, ove formule danas opet imaju svoju vrijednost, jer su danas džepni elektronski kalkulatori u sve većoj upotrebi svakog tko treba nešto računati, pa prema tome i navigatora.

No prije kalkulatora razni su autori nautičkih tablica dolazili do praktičnijih rješenja traženih elemenata astronomsko-nautičkog sfernog trokuta položaja. Danas u svijetu imamo više tipova Nautičkih tablica, koje uglavnom rješavaju ovaj zadatak na 2 načina:

a) Izravno računanje stranice Z, odnosno visine V i kuta azimuta iz trokuta;



Slika 1

b) Posredno računanje istih elemenata pomoću rastavljanja trokuta na 2 pravokutna sferna trokuta.

U prvom slučaju pojavljuju se razne transformacije formule 1. dok se za azimut obično daju ABC tablice sastavljene po formuli 5.

U drugom slučaju traženi elementi računaju se po Napierovom poučku za pravokutni sferni trokut, a obično se okomica spušta iz nebeskog tijela na stranicu koširine, ili iz zenita na stranicu polarne udaljenosti.

Percy Davis, urednik »Nautcal Almanaca« 1905. g. je u svoje »Requisite Tables« prvi uveo tablice kvadrata cosinusa i sinusa polovičnih kuteva na temelju trigonometrijske relacije da je:

$$\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2} \quad \text{i} \quad \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}$$

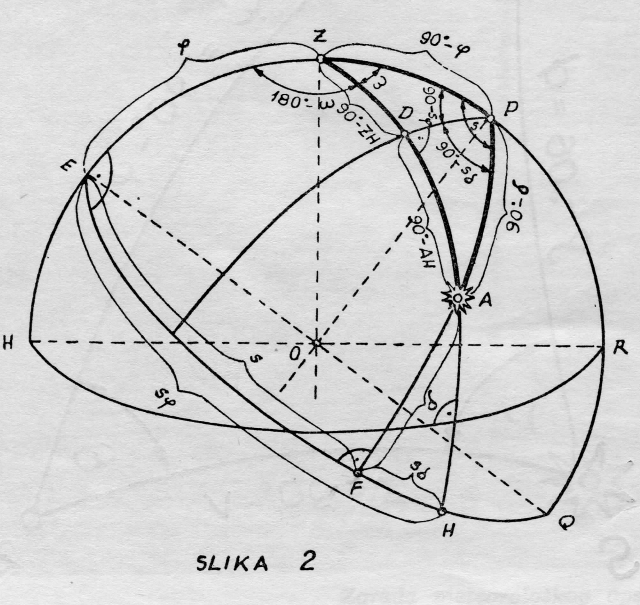
čime su navigatori bili lišeni brige predznaka, jer su kvadrati uvijek pozitivne veličine.

Tako se npr. formula 1. može trensformirati ako je oduzmemo ili zbrojimo s jedinicom u slijedeće formule:

$$\left.\begin{aligned}
\sin^2 \frac{Z}{2} &= \sin^2 \frac{\varphi - \delta}{2} - \cos\varphi \cos\delta \sin^2 \frac{s}{2} \\
\cos^2 \frac{Z}{2} &= \cos^2 \frac{\varphi - \delta}{2} + \cos\varphi \cos\delta \sin^2 \frac{s}{2} \\
\sin^2 \frac{Z}{2} &= \cos^2 \frac{\varphi + \delta}{2} - \cos\varphi \cos\delta \cos^2 \frac{s}{2} \\
\cos^2 \frac{Z}{2} &= \sin^2 \frac{\varphi + \delta}{2} + \cos\varphi \cos\delta \cos^2 \frac{s}{2}
\end{aligned}\right\} \quad 8.$$

U svim ovim formulama imamo obične funkcije cosinusa i kvadrata sinusa i cosinusa polovičnih kuteva. Kako je cosinus parna funkcija, pa je vrijednost cosinusa negativnog argumenta jednaka vrijednosti cosinusa pozitivnog argumenta, to su sve vrijednosti u formulama uvijek pozitivne. Zbroj ili razlika širine i deklinacije vrši se algebarski, a same tablice kvadrata cosinusa ili sinusa polovičnih argumenata date su uglavnom kao logaritmi i kao prirodne vrijednosti, jer je uvijek članove na desnoj strani formula trebalo zbrojiti.

U te tablice ulazilo se sa stvarnom vrijednosti argumenata tj. sam sastav tablice je takav da je npr.



SLIKA 2

ulaznim argumentom 30^0 u tablicama nađen

$$\sin^2 \frac{30}{2} = \sin^2 15^0 = 0{,}25882^2 = 0{,}06699.$$

Između mnogih autora takvih tablica pojavljuje se 1923. g. kapetan Čiro Carić sa svojim Nautičkim Tablama tiskaim u Kotoru. To su prve Nautičke tablice tiskane kod nas, a Č. Carić prvi naš autor.

Za dobivanje stranice Z Č. Carić je transformirao formulu 1. i dobio:

$$\sin^2 \frac{Z}{2} = \sin^2 \frac{s}{2} \cos^2 \frac{\varphi + \delta}{2} + \cos^2 \frac{s}{2} \sin^2 \frac{\varphi - \delta}{2} \quad 9.$$

Za rješenje ove formule Č. Carić je dao tablicu logaritama $\sin^2 \frac{x}{2}$ i $\cos^2 \frac{x}{2}$ na 4 decimale, ali što je kod ovih tablica najinteresantnije je to da je on prvi uveo Gaussov zbrajajući (adicioni) logaritam tj. sastavio tablice s kojima su se bez antilogaritmiranja mogla 2 člana na desnoj strani zbrojiti.

Ove tablice su bile dobro primljene od naših i nekih stranih navigatora. Format im je veći, a ima 72 stranice,. Glavna tablica je sastavljena za svaki minut ulaznog argumenta.

Nešto slično ovim tablicama kapetan Frano Simović 1948. g. tiska svoje Nautičke Tablice. U njima se stranica Z dobiva pomoću formule:

$$\cos^2 \frac{Z}{2} = \cos^2 \frac{s}{2} \cos^2 \frac{\varphi - \delta}{2} + \sin^2 \frac{s}{2} \sin^2 \frac{\varphi + \delta}{2} \quad 10.$$

Format i broj stranica isti je kao i Carićevih tablica. Ove tablice bile su djelomično primljene od naših navigatora.

Iza ovih tablica kod nas se pojavljuju 1951. g. Nautičke Tablice JRM tiskane od Hidrografskog Instituta JRM. U njima je data tablica za »Izračunavanje visine nebeskih tijela«, koja donosi logaritme i prirodne vrijednosti $\sin^2 \frac{x}{2}$ i $\cos^2 \frac{x}{2}$, a donesene su i matematičke tablice u kojima je zbrajajući (adicioni) i odbijajući (subtrakcioni) logaritam. Tako se s ovim tablicama može računati stranica Z ili visina V po bilo kojoj formuli koje smo već naveli.

Drugo izdanje ovih tablica izašlo je 1969. g.

Oba ova izdanja dobro su primljena za potrebe pomorskih škola i akademija. Tablice su malog formata s 270 (prvo) i 330 (drugo) stranica.

Sve ove spomenute tablice (Carić, Simović, JRM) vrijednost azimuta rješavaju po ABC tablicama. Kod Carićevic i Simovićevih tablica je $A = 100 \operatorname{tg} \delta \operatorname{cosec} s$; $B = -100 \operatorname{tg} \varphi \operatorname{ctg} s$ i $C = 100 \operatorname{ctg} \omega \sec \varphi$, dok je kod Nautičkih Tablica JRM $A = -\operatorname{tg} \varphi \operatorname{ctg} s$; $B = \operatorname{tg} \delta \operatorname{cosec} s$ i $C = \operatorname{ctg} \omega \sec \varphi$.

Kako vidimo sve ove tablice rješavaju tražene elemente izravno iz trokuta. Prve tablice kod nas, koje posredno rješavaju astronomsko-nautički sferni trokut položaja tiskane su 1957. g. od autora kapetana fregate Frana Flega u izdanju HI JRM, pod naslovom.

»Tablice za skraćeno izračunavanje zenitne udaljenosti i azimuta nebeskih tijela«.

Slika 2 prikazuje kako je autor produžetkom stranica astronomsko-nautičkog sfernog trokuta do nebeskog ekvatora došao do pravokutnih sfernih trokuta, u kojim je dobio neke pomoćne veličine, a s njima posredno dolazi do formula koje su tabelirane u glavnoj tablici.

Osobno ove tablice smatram da se mogu svrstati u tip tablica koje rastavljaju trokut, pa je na slici to i pokazano spuštanjem okomice iz pola, te davši adekvatne oznake u tako dobivenim trokutima. Tako se iz trokuta ZPD dobije:

$\cos ZH\ (Z\varphi) = \cos\varphi\ \cos s\,\varphi$ i $\mathrm{ctg}\ \omega = \sin\varphi\ \mathrm{ctg}\ s\ \varphi$

a iz trokuta PAD:

$\cos AH\ (Z\delta) = \cos\ \delta\ \cos\ s\ \delta.$

To su formule po kojima se dobivaju gotove veličine iz glavne tablice.

Tablice su većeg formata sastavljene za svako $0{,}5^0$ ulaznog argumenta s ukupno 304 stranice. Nijesu prihvaćene od navigatora.

Već godinu dana poslije tiskanja Flegovih tablica HI JRM tiska Tablice K_I od autora Dr Stijepa Kotlarića. To je tabelirana jedna od njegovih ideja tabeliranja, koje je još 1955. g. izložio u svojoj knjizi »Nove metode astornomskog određivanja pozicije broda«.

U tim tablicama autor je posrednim putem pomoću 3 pravokutna sferna trokuta oslonjena na horizont došao do pomoćnih i traženih veličina, koje tabelira u Tablici I i Tablici II.

SLIKA 3

Ne osporavajući originalnost autora, osobno smatram da se i ove tablice mogu svrstati u tip nautičkih tablica koje rastavljaju trokut na 2 pravokutna, kako je to pokazano na slici 3. Iz trokuta P_N ZD je:

$\cos C = \cos\varphi\ \sin s;\ \mathrm{tg}\ M = \mathrm{ctg}\ \ \varphi\ \cos s;\ \mathrm{tg}\ (\omega\ + F) = -\sin\ \varphi\ \mathrm{tg}\ s.$

Po ovim formulama sastavljena je Tablica I. Iz trokuta ZJD je:

$\sin\ \ V = \sin\ C\ \sin\ \ (M{+}\delta);\ \mathrm{tg}\ F\ = \cos\ \mathrm{ctg}\ \ (M\ + \delta).$

Po ovim formulama sastavljena je Tablica II.

Tablice su velikog formata satavljene za svako $0{,}5^0$ ulaznog argumenta s 190 stranica. Dobro su primljene od naših i nekih stranih navigatora.

Kapetan Petar Čumbelić je 1969. godine tiskao svoje »Nautičke Tablice PRω« u Dubrovniku, u kojima je kroz jednu tablicu tabelirao rezultate iz simetričnih formula, a koje je dobio kad je trokut rastavio na 2 pravokutna spuštajući okomicu iz zenita na stranicu polarne daljine.

SLIKA 4

Evo tih simetričnih formula:

$\sin P = \sin s \cos\varphi;$	$\sin V = \sin\ (R\ +\ \delta)\ \cos P$
$\mathrm{tg}\ R = \cos s\ \mathrm{ctg}\ \varphi;$	$\mathrm{tg}\ \pi' = \cos\ (R\ +\ \delta)\ \mathrm{ctg}\ P$
$\mathrm{ctg}\omega_1 = \mathrm{tg}\ s\ \sin\ \varphi;$	$\mathrm{ctg}\ \omega_2 = \mathrm{tg}\ (R\ +\ \delta)\ \sin\ P$

Po formulama s lijeve strane vade se prve vrijednosti, a po formulama s desne strane druge vrijednosti iz glavne tablice.

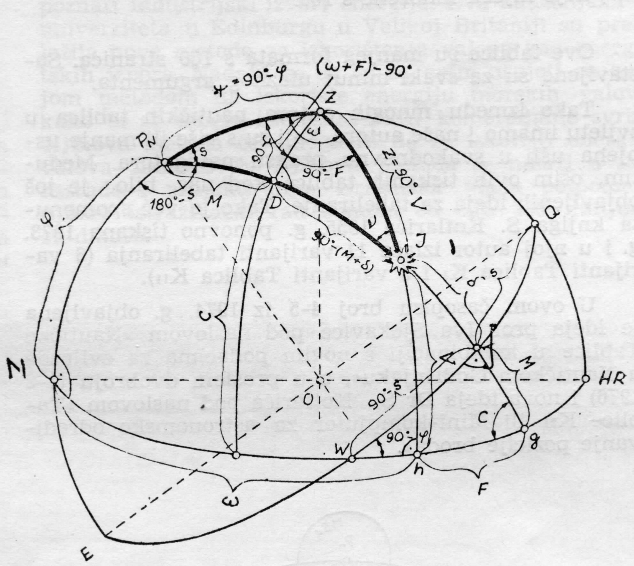
IZVOD IZ TABLICE 6

Tablice su sastavljene za svaki puni supanj ulaznog argumenta. Malog su formata s 103 stranice. Primljene su od manjeg broja navigatora.

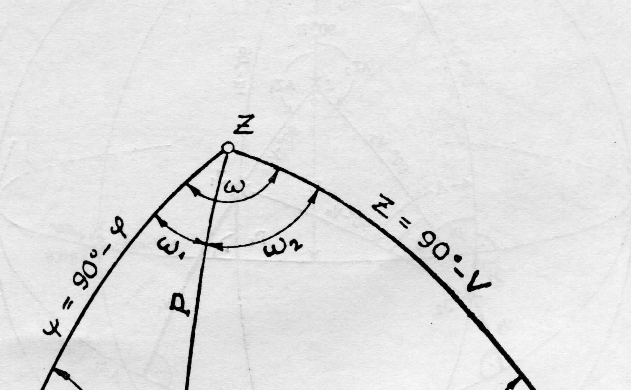
Dr Stijepo Kotlarić se ponovno javlja 1971. g. s još jedno realiziranom svojom idejom iz njegove spomenute knjige. Hidrografski Institut JRM tiska njegove tablice pod nazivom Tablice K^{11}. To su tablice koje ne rješavaju klasičan zadatak visinske metode iz astronomsko-nautičkog sfernog trokuta, već pomoću elemenata 3 sferna trokuta formirana od vrhova Pola, Zenita i 2 zvijezde dolazi izravno do koordinate geografske širine, a posredno i i do geografske dužine.

SLIKA 5

Elementi u tim trokutima rješavani su kompjuterski pomoću formula tipa one pod brojem 8. Tablice su sastavljene po volumenima koji obuhvaćaju po 10^0 geografske širine jedne hemisfere, tako da je za cijelu Zemlju potrebno 18 volumena. Svaki volumen je većeg formata s 367 stranica. U tablice se ulazi s punim stupnjem argumenata.



SLIKA 3



Slika 4

Zbog ograničenosti samo na određeni par zvijezda, velikog broja volumena i druge sheme s puno računskih operacija, nijesu prihvaćene od navigatora.

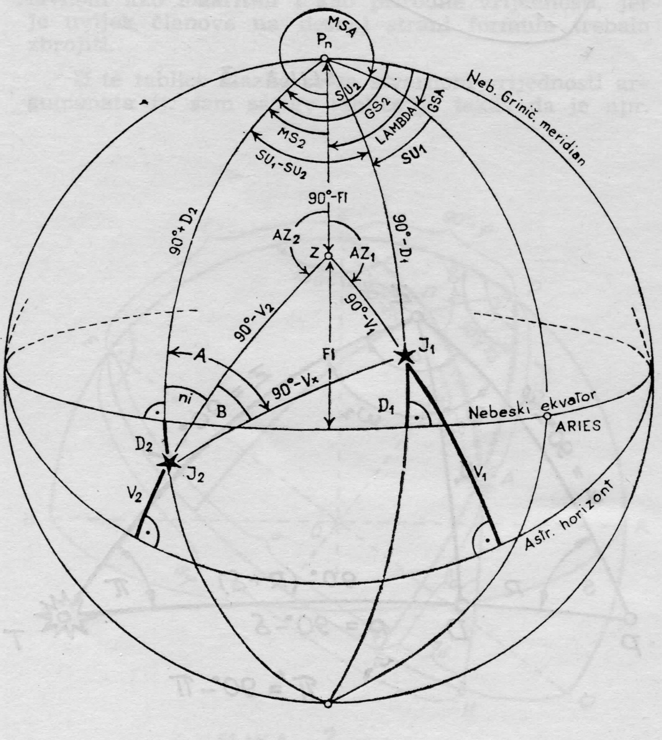
Kapetan Frano Simović se također ponovno javlja 1974. g. preuređenim novim izdanjem svojih prvih tablica. U novim Nautičkim tablicama tabelirao je istu formulu koja je pod brojem 10. samo u ovim tablicama date su odmah vrijednosti prvog i drugog člana desne strane formule. Simbol a $^{\Delta}$ predstavlja vrijednost $10^5 \text{ con}^2 \frac{s}{2} \cos^2 \frac{\varphi - \delta,}{2}$ a simbol b $^{\Sigma}$ predstavlja vrijednost

$10^5 \sin^2 \sin^2 \frac{\varphi + \delta.}{2}$ Zbroj ove dvije vrijednosti nosi simbol c, koji je jednak $10^5 \cos^2 \frac{Z}{2}$, a za koga je sastavljena posebna tablica iz koje se vadi vrijednost zenitne daljine, Azimut se računa ABC tablicama, koje nijesu množene s 100.

Ove tablice su manjeg formata s 160 stranica. Sastavljene su za svaki minut ulaznog argumenta.

Tako između mnogih autora nautičkih tablica u svjetu imamo i naše autore, koji su s više ili manje uspjeha ušli u svakodnevnu praksu navigatora. Međutim, osim ovih tiskanih tablica kod nas, bilo je još objavljenih ideja za tabeliranje. Tako je već spomenuta knjiga S. Kotlarića 1955. g. ponovno tiskana 1973. g. i u njoj autor izlaže 11 varijanti tabeliranja (6 varijanti Tablica K_I i 5 varijanti Tablica K_{II}).

U ovom časopisu broj 4-5 iz 1974. g. objavljena je ideja prof Iva Sjekavice pod naslovom »Nautičke Tablice u kombinaciji s novim podacima za zvijezde u Nautičkom Godišnjaku«, a u prošlom dvobroju (1-2 1976) i nova ideja Dr S. Kotlarića pod naslovom »Tablice K_{21} ili Mini-kompjuter za astronomsko određivanje pozicije broda«.



Slika 5

Sjekavica predlaže tabeliranje formula dobivenih iz 2 pravokutna sferna trokuta, koje dobije spuštanjem okomice iz nebeskog tijela na stranicu koširine astronomsko-nautičkog sfernog trokuta. Ono što ovu ideju čini različitom i interesantnom od sličnih rješenja je to što za rad s zvijedama one bile sposobne za stalno korištenje, kad bi Nautički Godišnjak za svaku godinu donosio 2 potrebna parametra za navigacijske zvijezde. S ovom metodom sveukupni postupak za dobivanje elemenata stajnice bio bi kraći od postupka s dosad najboljim tablicama tiskanim za pomorsku navigaciju od američkog hidrografskog instituta poznate po broju H. O. 214. (9 volumena za svako 10^0 geografske širine, svaki volumen po 265 stranica većeg formata). Ovako brzo i lako dobivanje traženih elemenata ne postiže se s nijednim »klasičnim« tablicama, pri čemu mislim tablice u jednom volumenu, upotrebljavane za sva nebeska tijela i sve širine, te čije vrijeme trajanja nije ograničeno. Za rad sa Suncem, Mjesecom i planetama one bi u posebnoj tablici za svaki minut deklinacije od 0^0 do 28^0 45' donosile vrijednosti 2 parametra s kojim se ulazi u glavnu tablicu. Zbog toga bi postupak s ovim tijelima bio nešto malo dulji od postupka s tablicama H. O. 214.

U svakom slučaju ovo je jedna zanimljiva ideja, koja bi uz prateće tiskanje parametara u Nautičkom Godišnjaku dala jedne »klasične«, ali brze i točne tablice, koje bi u većem formatu za svaku minutu ulaznog argumenta imale 295 stranica.

Ideja Dr S. Kotlarića za tzv. Tablice K_{21} izgleda nije dala mnogo novog od već poznate metode tabeliranja u spomenutim tablicama H. O. 214. koje su i mnoge druge zemlje izdale (neke su obuhvatile po 15^0 geografske širine u svakom volumenu).

Tablice K_{21} davale bi visinu i azimut pomoću punog stupnja 3 ulazna argumenta: geografske širine, mjesnog satnog kuta i deklinacije. Za preostale minute deklinacije visina se popravila pomoću tablice za interpretaciju. Gustina tabelirane deklinacije bila bi slična onoj u tablicama H. O. 214, s tim da se posljednja vrijednost na jednoj stranici ponavlja kao prva na idućoj stranici, pa je za eventualnu interpolaciju azimuta nepotrebno okretati stranicu. Osim toga u tabeliranim vrijednotsima visine i azimuta bilo bi podataka s decimalnom točkom, što predstavlja vrijednost uvećanu za pola minute, odnosno stupnja. Visina bi bila tabeliarna s 4 broja, od kojih prva 2 predstavljaju stupnjeve, a druga 2 minute. Azimut bi bio dan s punim stupnjem polukružno. Prema tome točnost ovih tablica bila bi manja od točnosti kod tablica H. O. 214.

Ovako zamišljene tablice bile bi velikog formata i obuhvatile bi po 30^0 geografske širine svaki volumen, tako da bi s 3 volumena bila obuhvaćena cijela Zemlja. Svaki volumen imao ib oko 550 stranica.

U istom članku autor postavlja dilemu tablice--kalkulator, stavljajući se na stranu tablice. Ako tablice imaju prednost nad malim džepnim kalkulacijama, pa čak i onim programiranim, onda je to postignuto s spomenutim tablicama H. O. 214 i s tablicama H. O. 249 za avionsku navigaciju, a koji se masovno upotrebljavaju na brodovima. Međutim, iz iskustva s radom studenata na Višoj pomorskoj školi u Dubrovniku i Kotoru stekao sam uvjerenje na oni u praksi rado koriste obične džepne elektronske kalkulatore, koje po jeftinim cijenama kupuju po svjetskim lukama, a onda svestrano upotrebljavaju za rad na brodu, pa prema tome i za rješenje visinske metode pomoću formula pod brojem 1. i 4. ili 6. Pripremni rad s sekstantom i godišnjakom je za tablice i kalkulatore isti i dulji nego sam račun visine i azimuta. Sam taj račun lako se rješava s kalkulatorom koji ima jednu ili više memorija, a pogotovo ako ima još mogućnost pretvaranja minuta u djelove stupnja i obratno. Držim da svaki brod mora imati neke Nautičke tablice, ali sam uvjeren da će navigatori u svojim koferima nositi kalkulatore mjesto tablica, a jedine tablice koje bi nosili mogle bi biti avionske H. O. 249 i to samo one za rad s zvijezdama.