Pozicija broda na otvorenom moru

Prof. kap. Marin Knežević

U pomorskoj i vazdušnoj navigaciji problem određivanja geografskih koordinata broda na otvorenom moru rješava se formulama sferne trigonometrije. To je njen problem i razne nautičke tablice olakšavaju navigatoru rješenje istoga. Na te se tablice u ovom članku nećemo osvrtati, jer sve one koriste navigatoru a koje će on upotrebljavati, to ovisi o njemu samome. Ovdje ćemo se pozabaviti pitanjem, da li se taj problem može riješiti i pomoću formula ravne trigonometrije. Odgovor je pozitivan i time ćemo se u ovom članku pozabaviti.

Geografske karte su preslikana površina Zemlje na ravninu, pak se prema tome problem može riješiti i u ravnini. Pitanje je samo, koje karte nam to omogućuju bez velikih poteškoća.

Između mnogobrojnih vrsta geografskih karata uzet ćemo u obzir samo t. zv. stereografsku polarnu kartu, koja nastaje projekcijom kugline površine iz jednog pola (radi toga naziv polarna) na ravninu ekvatora (neki je nazivlju evatokrskom). Meridijani se na ovoj karti prikazuju kao pramen pravaca kroz projekciju drugoga pola, a paraleli kao koncentrične kružnice radiusa:

$$r_{1,\,2} = tg\left(45^0 \pm \frac{\varphi}{2}\right)$$

gdje smo uzeli radius kugle R = 1.

Ovakva karta se u slučaju potrebe dade vrlo lako konstruirati, uzimajući da je Zemlja kugla, što je za potrebe navigacije dovoljno. Ovdje nećemo pokazivati konstrukciju iste, već ćemo istaknuti neka vrlo važna svojstva svih stereografskih projekcija (karata). Ta bi bila:

1. Sve stereografske projekcije su konformne (izogonične), što znači, da se kutovi na kugli prikazuju i u projekciji u svojoj pravoj veličini,

2. Sve kružnice na kugli kružnice su i u projekciji.

Sada ćemo preći na sam problem. Kružnica položaja ili kružnica jednakih visina nazivlje se u nautici kružnica na kugli, čije središte ima geografske koordinate: φ = deklinaciji nebeskog tijela, λ = satnom kutu tog tija u Greenwichu, a radius joj je jednak zenitnoj udaljenosti Z = 90⁰ — V, gdje je V visina opaženog tijela.

Nas ovdje interesira kako da ovu kružnicu nacrtamo na stereografskoj polarnoj karti, jer će nam se onda postavljeni problemi prikazati jednostavnim. Objašnjenje ćemo dati uz sliku 1.

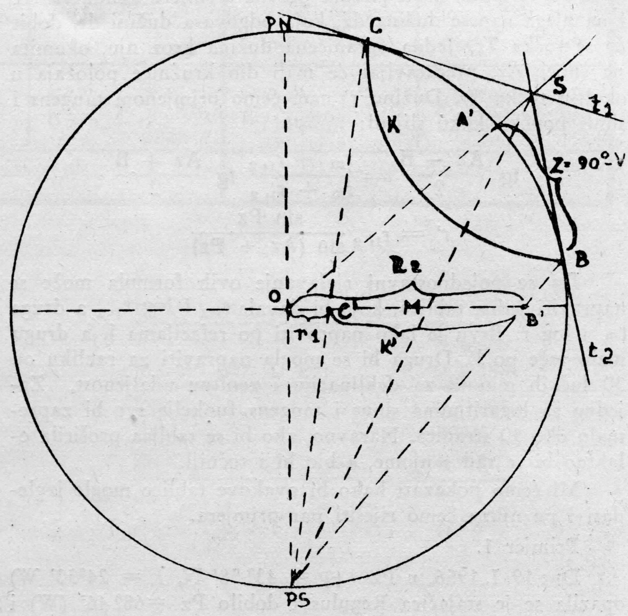
Kružnica položaja prolazi na karti točkama B' i C', a njeno središte bit će točka M udaljena od O za $r_m = \frac{r_1 + r_2}{2}$ a njen radius $r = r_m - r_1 = r_2 - r_m$ ili, ako kružnica položaja obuhvaća pol, $r = \frac{r_1 + r_2}{2}$, a $r_m = r - r_1 = r_2 - r$.

Sada ćemo obzirom na sl. 1 izvesti neke zaključke, koji su nam potrebiti.

a) Točka M je projekcija sjecišta S tangenata u B i C na meridijanu, što također nećemo dokazivati. Ova točka je važna za metodu, koju ćemo prikazati Velike kružnice kroz A' sijeku kružnicu položaja K. Sve tangente u ovim sjecištima na velike kružnice kroz A' sijeku se u S, a u projekciji će prolaziti točkom M. Kutovi između ovih tangenata na meridijanu u sjecišnim točkama jesu azimuti dotičnog nebeskog tijela u tim točkama. Oni će se prikazati i u projekciji u pravoj veličini (sl. 3).

b) Zbrojena pozicija (ili procjenjena) nalazi se u neposrednoj blizini kružnice položaja K', na udaljenosti dz od iste. Tangenta u ovoj točki na veliku kružnicu kroz A' sijeći će se također u točki S (sl. 1) sa vertikalom kroz A', jer dz, koja u praksi iznosi samo par nautičkih milja, možemo uzeti da je beskonačno malena veličina prema radiusu kugle (Zemlje). Prema tome ova tangenta prolazit će u projekciji također kroz M. Potrebitu analizu ovoga u pogledu

Slika 1

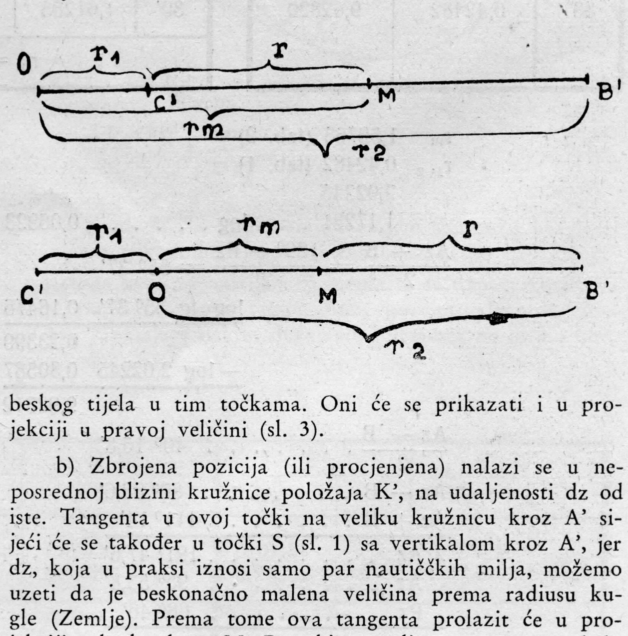


$OC' = r_1 = tg\,/\,45^\circ - \frac{\delta + z}{2}\,/$

$OB' = r_2 = tg\,/\,45^\circ - \frac{\delta - z}{2}\,/$

$OM = r_m$

Slika 2



točnosti rezultata s obzirom na veličinu deklinacije, zenitne udaljenosti, položaja opažača i rastezanja meridijana i paralela u ovoj projekciji, ispuštamo u ovom članku.

Na osnovu svojstava 1 i 2, te opažanja a i b, možemo preći na određenje položaja broda metodom zenitnih udaljenosti pomoću formula ravne trigonometrije. Objašnjenje ćemo dati uz sl. 4.

Pz je zbrojna pozicija u neposrednoj blizini kružnice položaja K', a Az azimut nebeskog tijela u toj poziciji (ukoliko važi opažanje pod b). U trokutu O M Pz poznate su stranice r_m i $r_{1,2}$ kut Pz (satni kut zbrojeni), pak je potrebito da se izračuna stranica r' = r + dr i kut Az. Ako se iz Pz na pom. karti povuče pravac u smjeru azimutva Az i na njega nanese dužina dz, koja odgovara dužini dr, dobit će se točka Tr. Jedna ograničena dužina kroz nju, okomita na smjer Az, predstavljat će mali dio kružnice položaja u okolišu točke Tr. Dužinu r' naći ćemo primjenom tangens i sinus poučka kako slijedi:

$$\mathrm{tg}\,\frac{Az - B}{2} = \frac{r_m - r_{1,2}}{r_m + r_{1,2}}\,\mathrm{tg}\,\frac{Az + B}{2}$$

$$r' = r_{1,2}\,\frac{\sin Pz}{\sin (Az + Pz)}$$

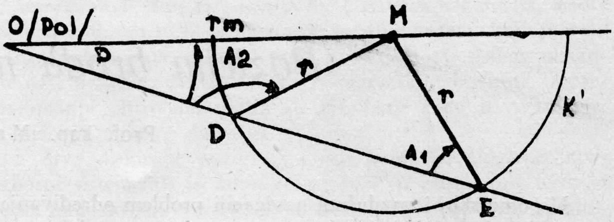
Da se pojednostavni rješavanje ovih formula može se napraviti jedna tablica, koja bi davala $r_{1,2}$ i log $r_{1,2}$ a druga r_m i log r. Prvu je lako napraviti po relacijama l, a drugu malo teže po l'. Druga bi se mogla napraviti za razliku od 30 lučkih minuta za deklinaciju i zenitnu udaljenost. Zajedno sa logaritmima sinus i tangens funkcije sve bi zapremalo oko 50 stranica. Naravno, ako bi se tablica proširila olakšao bi se rad s njome, a bio bi i točniji.

Mi ćemo pokazati kako bi ovakove tablice mogle izgledati i po njima ćemo riješiti par primjera.

Primjer 1.

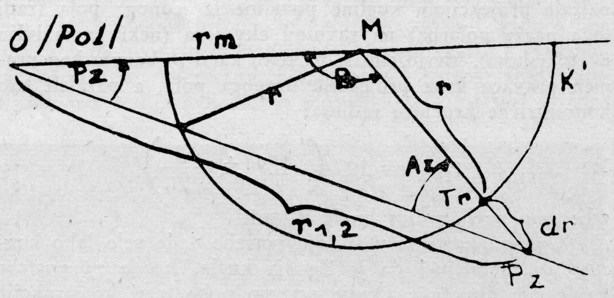
Dne 19. I. 1956. u Pz ($\varphi = 43^0\,58'$ N, $\lambda = 24^0 30'$ W) opazila se je stajačica Regulus i dobilo Pz $= 68^0\,46'$ (W) i Z $= 66^0\,22'$, a deklinacija je bila $\delta = 12^0\,10{,}8'$ N. Izračunati elemente pravca položaja.

Slika 3.



A1 i A2 su azimuti neb. tijela, a D satni kut sjecišnih točaka D i E

Slika 4.



Tab. 1

φ ,	43⁰	
	$r_{1,2}$	log $r_{1,2}$
56 58	0,42516 0,42482	9,62855 9,62820

Tab. 2

Z	12⁰		12⁰ 30'		12⁰		12⁰ 30'	
	r_m	△	r_m	△	log r	△	log r	△
66⁰ 30'	1,59139 1,61235	69,9	1,56668 1,58699	67,7	0,17211 0,17946	24,5	0,16613 0,17340	24,2
	△ r_m = — 84,54				△ log r = — 20,2			

r_m 1,59763 (tab. 2)
$r_{1,2}$ 0,42482 (tab. 1)
2,02245
1,17281 . . . log 0,06923

$$\frac{Az + B}{2} = \frac{180^0 - Pz}{2} = 55^0\,37'$$

log tg $55^0\,37'$ 0,16476
0,23399
— log 2,02245 0,30587
9,92812

$\frac{Az - B}{2}$ . . . . $40^0\,16{,}8'$
Az — B . . . . $80^0\,33{,}6'$
Az + B . . . . $111^0\,14'$
2 Az . . . . $191^0\,47{,}6'$
Az . . . . $95^0\,53{,}8'$
Pz . . . . $68^0\,46'$
180^0 — (Az + Pz) . . $15^0\,20{,}2'$

log $r_{1,2}$ . . . . 9,62820 (tab. 1)
log sin Pz 9,96947
9,59767
log sin (Az + Pz) 9,42241
log r' 0,17526

Iz tablice 2., dobija se sa deklinacijom i log r' da je Zr = 66° 21,7,, pak je zato dz = — 0,3'. Azimut je Az = N 95° 54' W ili S 84° 06' W. Time smo dobili tražene elemente pravca položaja. Tablicama, koje se kod nas najviše upotrebljavaju, dobija se dz = — 1,6' i Az = S 84° W.

Primjer 2. Dne 21. I. 1956. u Pz (φ = 41° 17' N, λ = 33° 12' W) opazila se je stajačica Vega i dobilo se je: Pz = 58° 07',9 E; Z = 43°43,7', φ = 38° 44,5' N

Izračunati elemente pravca položaja.

Tab. 1

φ ,	41°	
	$r_{1,2}$	log $r_{1,2}$
16 18	0,45292 0,45257	9,65602 9,65568

Tab. 2

Z	38° 30'		39°		38° 30'		39°	
	r_m	$\triangle$	r_m	$\triangle$	log r	$\triangle$	log r	$\triangle$
43° 30' 44°	0,58062 0,58323	8,7	0,57367 0,57624	8,6	0,70816 0,71407	19,7	0,70598 0,71188	19.7
$\triangle$ r_m = — 23,3					$\triangle$ log r = — 7,3			

r_m	0,57843		
$r_{1,2}$	0,45274		
	1,03117	log	10,01334
	0,12569	log	9,09934
Az + B = 121° 52,1'			9,08600
		log tg $\frac{Az + B}{2}$	10,25509
			9,24109

$\frac{Az - B}{2}$ = ...	12° 22,3'
Az — B	24° 44,6'
Az + B	121° 52,1'
2 A z	145° 36,7'
A z	73° 18,3'
P z	58° 07,9'
180° — (Az + P)	48° 33,8'

log $r_{1,2}$	9,65585
log sin Pz	9,92904
	9,58489
log sin (Az + Pz) . . .	9,87488
log r'	0,71001
Zr	43°45'
Zo	43°43'7'
dz	+ 1,3'
Az	N 73°E

Računajući na uobičajen način dobija se dz = + 1,4' i t. zv. tablicama ABC da je Az = N73°E. Ovaj kao i onaj prvi račun nijesu se prekontrolirali, pak nije isključena kakova sitna greška u interpolaciji, što nije ni važno.

Na osnovu teoretskog izlaganja i donesenih primjera vidi se, da se problem može riješiti i pomošu ravne trigonometrije. Zastarjele metode geografske širine i dužine također se rješavaju u ravnoj trigonometriji: prva samim sinus poučkom, a druga funkcijama polovine kutova. Račun devijacija snimanjem nebeskih tijela također se dade riješiti u ravnoj trigonometriji. Ostali zadaci se u praksi i ne upotrebljavaju, pak se na njih i ne osvrćemo.

Kada tijelo prolazi kroz prvi vertikal ova metoda omogućuje, da se vrlo lako izračuna geografska dužina. U tom slučaju je azimut A = 90°, pak pogledom na sl. 5 dobijamo: Primjer 3.

Dne 3. XI. 1938. u Pz (φ = 23° 34' S, λ = 41° 41' W) opazila se je stajačica Rigel i dobilo: P. Greenwich = 331° 30,6', Z = 68° 33,1', δ = 08° 16,2' S, a pravi azimut dobiven preko kompasa bio je A = N 89,5° E.

Tab. 1

φ ,	23°	
	$r_{1,2}$	log $r_{1,2}$
26	0,66734	9,82435

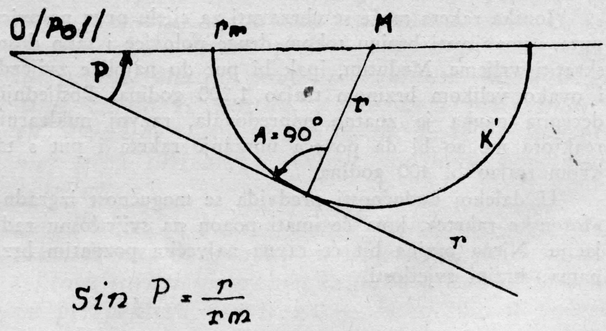
Tab. 2

Z	8°		8° 30'		8°		8° 30'	
	r_m	$\triangle$	r_m	$\triangle$	log r	$\triangle$	log r	$\triangle$
68° 30' 69°	1,95832 1,99033	106,7	1,92300 1,95332	103	0,26481 0,27332	28'4	0,25794 0,26585	26.4
$\triangle$ r_m = — 121,4					$\triangle$ log r = — 25			

Iz tab. 2. dobijamo r_m = 1,94200, radi čega je log r_m = 0,28825. Isto tako dobijamo da je log r = 0,26166. Radi toga log sin P = 9,97341, odnosno P = 70°09,3' E, ili P = 289° 50,7'. Na osnovu toga dobija se λ = 41°39,9' W.

S ovim bi završili ovaj članak s napomenom, da ne mislimo krnjiti autoritet sferne trigonometrije u ovom problemu. Znamo da ima bezbroj raznih tablica, sa kojima se račun može svršiti u par minuta kraćem vremenu, što opet nije toliko ni važno na oceanu. Ovdje smo htjeli pokazati,

Slika 5



da bi se brod mogao voditi sinjim morem sigurno i bez pomoći sferne trigonometrije, samo ako bi se netko kapricirao.

Metoda zenitnih udaljenosti mogla bi se dapače riješiti i kraćim putem, pomoću samog sinus poučka, ali radi osobina ove funkcije u nekim slučajevima rezultat ne bi bio dovoljno točan.