

## GDJE JE NESTALA ČOKOLADA I POSTOJI LI DJED BOŽIĆNJAK? (ILI OPET MALO O LAŽNIM I ISTINITIM IZJAVAMA)

Jadranka Delač-Klepac, Zagreb

**S**a stola učiteljice Sanje nestala je velika čokolada s lješnjacima. Učiteljica ju je nakon matematičke grupe namjeravala podijeliti svojim učenicima: Ani, Borisu, Cvjeti, Domagoju i Emi. Znala je da svi oni jako vole čokoladu. I slatke nagrade. I igre. A osim toga bližio se Božić pa je bio red malo se i počastiti.

Slutila je da se u nestanku čokolade krije neki štos.

U pomoć je pozvala profesora Baltazara koji je slučajno bio u blizini (predavao je matematiku susjednome razredu) i čije su magične sposobnosti bile općepoznate.



Baltazar se rado odazvao pozivu i zamolio učenike matematičke grupe da kažu **dvije istinite rečenice i jednu lažnu, uz uvjet da su barem dvije od njih u vezi s nestankom čokolade, te da su i oni sami uključeni u barem dvije rečenice**.

Evo kako su učenici odgovorili i pritom zapisali svoje rečenice na ploču:



Ana: - (1) Nisam ukrala čokoladu.  
- (2) Nikada nisam ništa ukrala.  
- (3) Domagoj je to učinio.

Boris: - (4) Ja nisam uzeo čokoladu.  
- (5) Moj je tata dovoljno imućan da mi može kupiti čokoladu svaki dan.  
- (6) Ema zna tko je to učinio.

Cvijeta: - (7) Ja nisam uzela čokoladu.  
- (8) Ja nisam poznavala Emu prije nego je došla u ovu školu.  
- (9) Domagoj je to učinio.

Domagoj: - (10) Ja nisam kriv.  
- (11) Ema je to učinila.  
- (12) Ana laže kada kaže da sam to ja učinio.



Ema: - (13) Ja nisam uzela čokoladu.  
- (14) Boris je kriv.  
- (15) Cvijeta može jamčiti za mene jer me zna od rođenja.



Baltazar je rekao:

*Nije teško. Pokušajte sami prvo riješiti zadatak koristeći metodu eliminacije.* Eliminacija (lat. *eliminatio*) znači isključenje, brisanje, udaljivanje, izbacivanje. Metodu eliminacije već ste susreli u apstraktnijem obliku (nego što je ovaj kojim ćemo se danas poslužiti) prilikom rješavanja sustava od dvije jednadžbe s dvije nepoznanice. Jednu ste nepoznanicu izrazili drugom te uvrstili u drugu jednadžbu i tako je eliminirali.

Pričekao ih je nekoliko minuta, a zatim im je pomogao:

*Počet ćemo od Domagoja. Domagoj sigurno nije kriv jer je to rekao u dvije rečenice (10. i 12.), zato je tvrdnja (11) lažna, što znači da ni Ema to nije učinila. Eliminirali smo već dva potencijalna krivca.*

*Kako je tvrdnja (9) također laž, (7) je točna tvrdnja, pa znamo da ni Cvijeta nije uzela čokoladu, a nije niti Ana jer je (3) lažna tvrdnja.*

Znači, Boris je uzeo ili sakrio čokoladu.

Međutim, on je uzeo čokoladu kako bi je podijelio na jednake dijelove jer je želio da i učiteljica dobije svoj dio, a ona je namjeravala čokoladu podijeliti samo svojim učenicima.

Pogledajte u svoje džepove.

Učenici su zbumjeno izvukli iz džepova svoje djeliće čokolade omotane aluminijskom folijom, a zatim su pogledali na stol učiteljice. I tamo se nešto sjajilo: dio čokolade umotane u srebrni papir.

*Ali, kako ste to sve mogli znati?... Kako je samo dio čokolade dospio na stol kada ga prije nekoliko trenutaka tamo nije bilo? A kako u moj džep? I kako je to Boris izveo... – okrenula se Ana prema Baltazaru. I njihova se učiteljica zbumjeno okrenula prema Baltazaru zadivljena brzinskim rješenjem, a osobito ju je zanimalo onaj dio koji se odnosio na čokoladu u džepovima učenika. Međutim, Baltazar je već netragom nestao. Ostatak odgovora koji ih je zanimalo nisu dobili. Zaključili su da je Baltazar pravi čarobmatičar, a Boris koji se zagonetno smješkao – pravi magičar.*



Tada ih je učiteljica upitala: „**Postoji li Djed Božićnjak?**“ i pozvala ih da se još malo poigraju lažnim i istinitim izjavama zadavši im sljedeći zadatak:

**Zadatak:** Promotrimo dvije izjave (učiteljica ih je napisala na ploču):

Prva izjava: Ova izjava, kao i druga izjava napisana ispod ove, lažne su izjave.

Druga izjava: Postoji Djed Božićnjak.

Možemo li iz njih zaključiti – postoji li Djed Božićnjak?



Ovaj put prva je pokušala Ema: *Ako je prva izjava istinita, odnosno ako je točno što u njoj piše, tada znamo da je druga izjava lažna pa možemo zaključiti da Djed Božićnjak **ne postoji**. A ako je laž što piše u prvoj izjavi, znači da druga izjava nije lažna, pa zaključujemo da Djed Božićnjak **postoji**. Dakle, došli smo do kontradikcije, ne može djedica istovremeno i postojati i ne postojati. To je neki paradoks!*

Ana je pokušala to ponoviti jer joj se činilo da je razumjela: *Ako su obje izjave lažne, kao što se to tvrdi u prvoj izjavi, tada je i prva izjava lažna, a to je proturječno jer smo pretpostavili da je točno što u njoj piše... Ma ne, ispočetka –*



ako ne postoji Djed Božićnjak, tada je očito da nešto ne „štima” s prvom izjavom u kojoj se tvrdi da je druga izjava lažna, a mi smo prepostavili da je točno što piše u prvoj izjavi. Prva izjava tada ne može biti istinita, nego je lažna zato što tvrdi da je laž da djedica postoji... Uh, zapetljala sam se!

Svi su se nasmijali jer su i oni imali poteškoća u tom razmišljanju. Emino zaključivanje bilo je najkraće.

– *Lako se tu zapetljati! Da, Ema je dobro zaključila. Susreli ste se s nečim što se zove – **paradoks** – dopunila ju je učiteljica. To je sud koji je proturječan općeusojenom znanju. Recimo – poznata izreka: „Nisam dovoljno bogat da kupujem jeftine stvari“ svojevrsni je paradoks. I u matematici ima toga.*

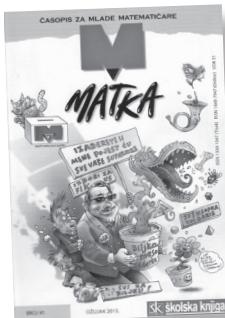
Primjerice, sadrži li skup svih skupova sebe kao podskup ili ne?

Ovo razmišljanje o Djedu Božićnjaku jedna je verzija takozvanog *Paradoksa o lašcu* koji je sadržan i u sljedećoj rečenici: „**Ova je tvrdnja lažna**“.

Poigrajte se malo ovom rečenicom. Ako je istina da je tvrdnja lažna, onda znači da je ona istinita, a ako je istinita, tada je – lažna. Malo jasnije? Ili nije?

A postoji li Djed Božićnjak ili ne, izaberite sami. Odlučite se za verziju koja vas više veseli.

(Uz ovaj tekst prikladno bi bilo pročitati još malo o paradoksima, Matka br. 91, Matea Gusić: *Russelov paradoks*)



**SVOJIM ČITATELJIMA I SURADNICIMA ŽELIMO  
SRETAN BOŽIĆ I USPJEŠNU NOVU 2019. GODINU!**

UREDNIŠTVO **MATKE**

