

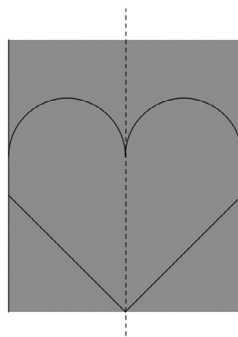
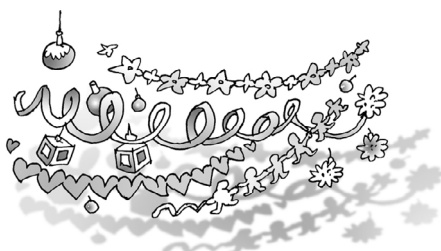
BOŽIĆNE (MATEMATIČKE) GIRLANDE

Franka Miriam Brückler, Zagreb

Vjerujemo da si u nekom trenu već izrađivao papirnate girlande. Jedan od čestih načina je da traku papira složiš u harmoniku:



Ako takvu harmoniku spljoštiš, na gornjoj strani nacrtáš neki lik i onda škarama (režući kroz sve slojeve) izrežeš obrub toga lika, dobit ćeš girlandu. Jedino na što treba paziti jest da lik dodiruje rubove na kojima se pojavljuju pregibi, tako da ti se girlanda ne raspadne. Primjerice, girlandu od srdaca možeš rezati ovako (lijevi i desni rub slike su rubovi koji se poklapaju s pregibima harmonike; crtkanu crtu ne ucrtavaj, malo poslije ćemo objasniti zašto ju vidiš):

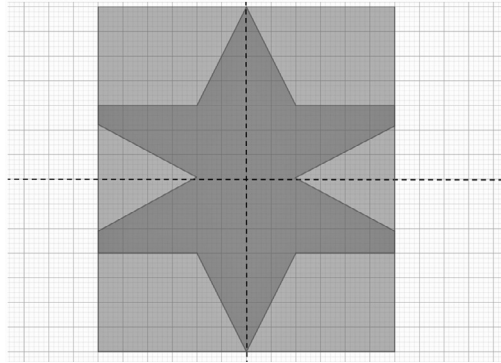


Činjenica da ćeš tako dobiti nanizano više kopija istog lika u matematici se zove translacijska simetrija: u jednakim razmacima ponavlja se neki lik, u gornjem primjeru srce.

Sada napravi još jednu girlandu, ali neka je osnovni lik nepravilniji, recimo malo nakošeni borić:



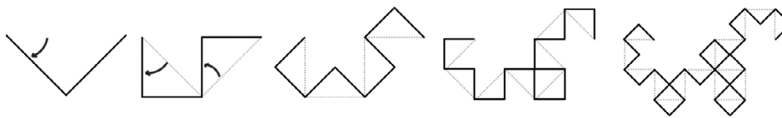
Razmotaj ju i usporedi s girlandom srdaca. Primijetit ćeš: kod obje se pojavljuje translacijska simetrija, ali kod druge tek po dva susjedna bora čine osnovnu jedinicu koja se ponavlja. Razlog je u tome što je srce već samo po sebi simetrično – zrcalno simetrično s obzirom na crtkanu crtu – dok naš borić to nije, pa tek dva susjedna bora zajedno imaju zrcalnu simetriju. To je zapravo isto – kad gledaš čitavu girlandu – kao da si u prvom slučaju crtao samo pola srca prije rezanja. Kao što vidiš, obje girlande zapravo imaju isti tip simetrije: translacijsku (jedan osnovni dio ponavlja se ulijevo i udesno) i zrcalnu s obzirom na pravce koji su usporedni rubovima koji čine pregibe. Takav tip simetrije matematičari označavaju s **pm1**. Većina girlandi koje ti padnu na pamet i koje napraviš po gornjoj uputi imat će isti tip simetrije. No, što ako kao osnovni lik uzmeš nešto poput ove zvjezdice (opet nemoj crtati crtkane crte):



Ova zvjezdica ne samo da ima jednu vertikalnu zrcalnu simetriju kao ranije srce, nego još i jednu horizontalnu – osi simetrije su crtkane crte na gornjoj slici. Girlanda će ponovno imati translacijsku simetriju, ali i dva različita tipa zrcalne simetrije, jedan usporedno s pregibom („vertikalna simetrija”), drugi usporedno s dugim rubom girlande („horizontalna simetrija”). Ovaj tip simetrije girlandi u matematici se označava s **pmm**.

Možeš li tip **pmm** postići i s manje simetričnom slikom uz dodatno savijanje prije crtanja i rezanja? Možeš li osim ova dva tipa simetrije – **pm1** i **pmm** – rezanjem girlandi postići još neki drugi ako savijaš samo na uobičajen način (harmonika)? A (oprez – ovo nije lako!) ako nekako drugačije složiš, saviješ, namotaš traku papira prije crtanja i rezanja? Odgovori na ova pitanja stižu u novoj godini, a sada ti, uz rješenja zadataka iz prošlog broja, želimo sretan Božić i veselu Novu!

Prvih pet koraka zmajolike krivulje iz prošlog broja trebalo bi izgledati ovako:¹



¹Slika je preuzeta sa stranice https://en.wikipedia.org/wiki/Dragon_curve, na kojoj je deklarirana kao public domain.

