

## IZ NASTAVNE PRAKSE

# Primjena Cuisenaire štapića na modelima množenja i dijeljenja<sup>1</sup>

ADRIANA GRABEREC<sup>2</sup>

„Ništa ne može zamijeniti dragocjenost taktilnog osjeta dječjeg dlana s konkretnim predmetom, jer učenik jednostavno treba osjetiti konkretno kako bi bio spreman krenuti na put prema apstraktnom” (Herjavec i Glasnović Gracin, 2010., str. 12.). Konkretni matematički materijali pružaju konkretna iskustva koja rezultiraju lakšim rješavanjem problemskih zadataka i motivacijom za rješavanje zbog manualne aktivnosti učenika jer djeca upoznaju svijet upravo tako da gledaju, osjećaju i dodiruju fizičke predmete. Stoga je važno matematičke sadržaje približiti i prikazati na perceptivan način kako bi bili dostupni osjetilnom spoznavanju i pažnju posvetiti upotrebi konkretnih materijala pomoću kojih apstraktne matematičke sadržaje prikazujemo na konkretan način, i to pomoću nastavnih sredstava i pomagala.

### Od konkretnog prema apstraktnom

Didaktički oblikovana izvorna stvarnost jednim se imenom naziva *nastavno sredstvo* (Markovac, 2001). Nastavna sredstva uključuju konkretne materijale koji učenje čine uspješnijim jer se ono zasniva na više komponenti za primanje informacija. Ona pomažu u učenju nastavnih sadržaja, posebice u učenju novih sadržaja. Ona su izvor znanja i baza za razvijanje radne sposobnosti, dok su nastavna pomagala oruđe za rad s nastavnim sredstvima, a pomagala uključuju pribor za pisanje i crtanje, računalo itd. (Poljak, 1990). „Jedan od najvećih nedostataka u razrednoj nastavi matematike u Hrvatskoj odnosi se na nedovoljno i nesustavno korištenje konkretnih materijala za uvođenje apstraktnih matematičkih pojmova” (Herjavec i Glasnović Gracin, 2010., str. 11.).

Usvajanje apstraktnih matematičkih sadržaja omogućeno je zornim sredstvima, to jest konkretnim materijalima koji čine uporište u učenikovu mišljenju i početni su materijal kod formiranja osnovnih matematičkih pojmova. S obzirom da najbolje učimo ako nešto vidimo i sami fizički iskusimo, možemo zaključiti da je konkretan materijal vrlo važan u učenju matematike.

<sup>1</sup>Predavanje održano na 8. kongresu nastavnika matematike RH, 2018. godine u Zagrebu

<sup>2</sup>Adriana Graberec, OŠ dr. Ante Starčevića, Zagreb

Načelo zornosti jedno je od načela uz pomoć kojih se uređuju uvjeti učenja u početnoj nastavi matematike (Markovac, 2001.). „Zornošću se u početnoj nastavi matematike označavaju sve one radnje kojima se apstraktni matematički sadržaji transportiraju u empirijske (perceptivne), sa svrhom da budu dostupni osjetilnom spoznavanju” (Markovac, 2001., str. 57). Uloga zornosti je pomoću nastavnih sredstava, to jest različitih konkretnih materijala, konkretizirati sadržaje matematičkih pojmova. Međutim, cilj nastavnog procesa nije zornost, već apstrakcija. Zornost je samo sredstvo pomoću kojega se dolazi do apstrakcije.

## Pojam množenja u razrednoj nastavi matematike

Množenje je jedna od četiri osnovne računске operacije s kojom se učenici prvi put susreću u drugome razredu osnovne škole. Prema Markovcu (2001.), pojam množenja formira se i izvodi iz realnosti, a konkretiziraju se odgovarajućim aktivnostima sa skupovima, to jest didaktičkim materijalom do razine apstrakcije.

Množenje definiramo kao skraćeno, uzastopno zbrajanje jednakih pribrojnika (Long i DeTemple, 1999.), a učenicima ga približavamo kroz skupovni model i model brojevnog pravca (Markovac, 2001.). „Ovisno o tekstu i strategiji rješavanja zadatka, načini koji se pritom koriste za prirodne brojeve su: uzastopno zbrajanje jednakih pribrojnika, model površine, skaliranje te Kartezijev model” (Glasnović Gracin, 2014., str. 17). Dobro je u nastavi kombinirati različite modele množenja, a zadatak nam sugerira koji je model najbolje koristiti kako bi se množenje približilo učenicima.

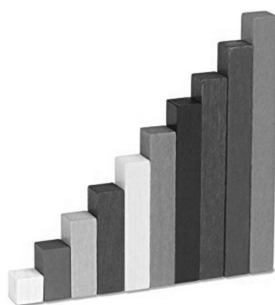
## Pojam dijeljenja u razrednoj nastavi matematike

Dijeljenje brojeva posljednja je od četiri osnovne računске operacije koja se usvaja u razrednoj nastavi matematike. Pojam dijeljenja se, kao i ostali, izvodi iz realnosti prema apstraktnoj razini.

Dijeljenje, kao jedan od novih pojmova s kojima se učenici u drugome razredu susreću, osim pomoću skupa i brojevnog pravca možemo prikazati pomoću dvaju modela: partitivnog i mjernog dijeljenja. Osim partitivnog i mjernog dijeljenja javljaju se i četiri intuitivna modela dijeljenja: brojenje/prebrojavanje, uzastopno zbrajanje, uzastopno oduzimanje i situacije množenja (Lutovac prema Mulligan i Mitchelmoreu, 2008.). U nastavku slijede primjeri modela dijeljenja prikazani pomoću Cuisine štipića

## Cuisine štipići

Jedno od mnogih didaktički oblikovanih materijala koji pomažu u učenju matematike jesu i Cuisine štipići ili stupići (Slika 1.). Cuisine štipići didaktički su komplet, a ime su dobili po svojem izumitelju, belgijskom učitelju Georgesu Cuisineu.



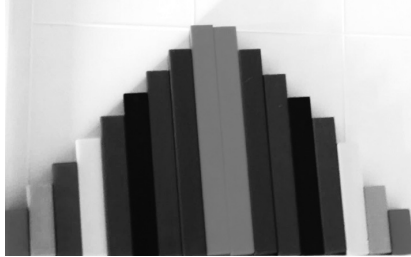
Slika 1. Cuisenaire štapići (izvor: [https://images-na.ssl-images-amazon.com/images/I/61lyCayK-wL.\\_SY355\\_.jpg](https://images-na.ssl-images-amazon.com/images/I/61lyCayK-wL._SY355_.jpg), pristupljeno 12. 6. 2018.)

Didaktički komplet Cuisenaire štapića sastoji se od drvenih ili plastičnih štapića različitih boja i visina. Štapići dolaze u deset boja i deset različitih duljina. Boja i veličina obilježja su koja se u ovom materijalu povezuju s pojmom broja. Cuisenaire štapići simboliziraju brojeve od 1 do 10. Svaki broj predstavlja jedna, nepromjenjiva boja, stoga se oni nazivaju i brojevima u bojama. „Na taj način broj zauzima određeni prostor i matematika poprima vidljivo i opipljivo značenje” (Sharma, 2001., str. 141.). Svaki štapić ima svoju stalnu boju i veličinu, što ga čini lako prepoznatljivim i nema potrebe za stalnim prebrojavanjem budući da na štapićima nema nikakvih oznaka. Upravo nedostajanje oznaka omogućuje da dijete svaki štapić, odnosno količinu sagleda kao cjelinu. To pomaže razvijanju metode računanja, koja ne ovisi o brojenju u jedinicama (Corn, 2016.). Najmanji štapić predstavlja bijela kocka ( $1 \text{ cm}^3$ ), a svaki sljedeći štapić za 1 cm duži je od prethodnoga.

- broj 1 → bijeli štapić:  $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$
- broj 2 → crveni štapić:  $2 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$
- broj 3 → svijetlozeleni štapić:  $3 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$
- broj 4 → ljubičasti štapić:  $4 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$
- broj 5 → žuti štapić:  $5 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$
- broj 6 → tamnozeleni štapić:  $6 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$
- broj 7 → crni štapić:  $7 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$
- broj 8 → smeđi štapić:  $8 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$
- broj 9 → plavi štapić:  $9 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$
- broj 10 → narančasti štapić:  $10 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$

Boje su grupirane u skupine sličnih boja (Gligor, 1958.). U skupinama boja nalaze se višekratnici i čine skupinu sličnih boja. Crveno-smeđu skupinu čine brojevi 2 (crvena boja), 4 (ljubičasta boja) i 8 (smeđa boja) (Slika 4.), zeleno-plavu skupinu čine brojevi 3 (svijetlozelena boja), 6 (tamnozeleno boja) i 9 (plava boja) (Slika 5.),

žutonarančastu skupinu čine brojevi 5 (žuta boja) i 10 (narančasta boja) (Slika 6.), bijela boja (broj 1) pripada svim bojama jer je svaki broj sastavljen od jedinica, a crna boja (broj 7.) sama je za sebe.



Slika 2. „Stepenice” (fotografija autorice)

Cuisenaire štapići pokazali su se kao dobro odabran materijal za djecu s teškoćama u učenju (poput diskalkulije) i u rješavanju aritmetičkih zadataka. Štapići zadovoljavaju učenikovu potrebu za manipuliranjem, odnosno taktilnim doživljajem, a onda i senzomotoričkim istraživanjem. Oni matematiku čine zanimljivijom i pristupačnom svojoj djeci. Učenici štapićima trebaju rukovati, istraživati i raditi.

## Slobodne aktivnosti s Cuisenaire štapićima

Prije bilo kakvoga rada s Cuisenaire štapićima, učenici se prvo trebaju s njima upoznati, a upravo slobodom izabira učenici mogu doseći maksimum (Gattegno, 1963). Učenici trebaju rukovati materijalom i istraživati što se sve pomoću njega može (Slika 2.). Ono što se preporuča je stvaranje ugodnog razrednog ozračja i situacije slobodne igre koju vodi učitelj svojim pitanjima i poticanjem na verbalno izražavanje (Corn, 2016.).



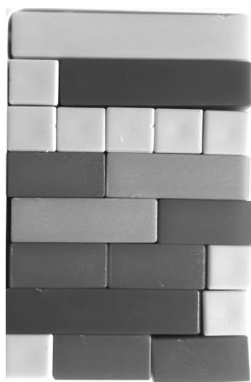
Slika 3. Restoran (učenički rad, fotografija autorice)

Slobodne aktivnosti obuhvaćaju i upoznavanje Cuisenaire štapića i njihove funkcije. Prije samoga uvoda u nove koncepte, potrebno je identificirati sve primarne koncepte koji će biti prisutni u radu i učenicima treba ukazati na njih. Za to je potrebno aktivirati koncepte s prethodne razine s različitim stupnjevima složenosti.

Upoznavanje uključuje redanje Cuisenaire štapića po veličini, koje sliči stepenicama, od najmanjega do najvećega i od najvećega do najmanjega (Slika 3.).

Nakon toga počinjemo s razgovorom o bojama i kako nam štapići mogu pomoći u matematici. Tražimo prethodnike i sljedbenike brojeva (boja). U ovom stadiju formiramo djetetove vještine do konkretnog stupnja poznavanja, a tek nakon nje ga prelazimo na apstraktan stupanj. Apstraktan stupanj uključuje simbole, odnosno znamenke. Razgovorom o brojevima u bojama dolazimo do zaključka da je bijeli štapić broj 1, crveni broj 2 i tako dalje. Zapravo povezujemo brojevu vrijednost štapića prema njegovoj boji, što potičemo pitanjima poput Pokaži mi štapić koji vrijedi kao broj 6. Koliko vrijedi žuti štapić? i slično. Tako dijete pamti vezu pojedine boje i njoj odgovarajućeg broja.

Nakon povezivanja brojevu vrijednosti štapića i njegove boje, možemo sastavljati ili rastavljati zadane brojeve. Na primjer, možemo učenicima zadati da sastave broj 5. U početku sastavljaju broj zbrajanjem dvaju pribrojnika, a zatim se broj pribrojnika povećava (Slika 4.). Nakon toga mogu sastavljati brojeve veće od 10 i uvježbavati suprotne radnje. Djetetu zadajemo broj pomoću štapića, a od njih tražimo da napišu koji je to broj.



Slika 4. Primjer zbrajanja s jednim i s više pribrojnika (fotografija autorice)

Nakon slobodnih aktivnosti, upoznavanja, ponavljanja primarnih koncepata zbrajanja i oduzimanja te povezivanja brojevu vrijednosti s bojom štapića, dobro je djecu poticati na osmišljavanje zadataka riječima i stavljanja zadatka u kontekst. Zatim u nastavu uvodimo nove koncepte – množenje i dijeljenje.

## Primjeri aktivnosti s Cuisenaire štapićima u nastavi množenja

Kada su učenici usvojili zbrajanje pomoću Cuisenaire štapića u prvome i početku drugoga razreda, možemo prijeći na množenje brojeva do 100. Množenje u skupu

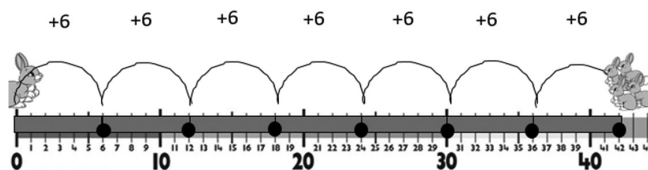
prirodnih brojeva uvodimo kao uzastopno zbrajanje jednakih pribrojnika (Markovac, 2001.).

Aktivnost kojom možemo započeti učenje množenja pomoću Cuisenaire štapića jest traženje faktora, tj. djelitelja zadanog broja. Uzet ćemo jedan štapić, na primjer štapić koji znači 6 (tamnozeleni štapić), i djeci ćemo reći da nađu štapiće iste boje i slože ih u „vlakić“, ali tako da „vlakić“ bude jednako dugačak kao početni, tamnozeleni štapić, a da bude ispunjen istom bojom (Gattegno, 1963.). Dijete će primijetiti da duljinu tamnozelenog štapića možemo dobiti uzastopnim slaganjem triju crvenih štapića ili dvaju svjetlozelenih štapića ili 6 bijelih štapića (Slika 5.). Na ovaj način dijete može usvojiti koncept množenja, rastavljanja na faktore, ali i dijeljenja. Također može naučiti pojmove višekratnika i faktora.

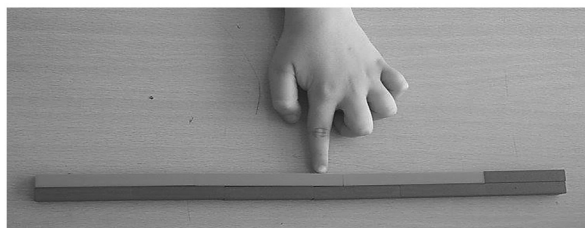


Slika 5. Broj 6, djelitelji broja 6 (fotografija autorice)

„Vlakić“ možemo povezati s modelom množenja koji se naziva model brojevnog pravca, prikazan uzastopnim zbrajanjem jednakih pribrojnika. U zadatku *Koliko puta zec treba skočiti da dođe do svojih mladunaca?* (Slika 6.) učenici procjenjuju koliko će zec puta skočiti, a kasnije postavljamo skokove od štapića. U ovome slučaju radi se o zadatku  $7 \cdot 6 = 42$  (Slika 7.). Zbrajanjem  $6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6$  dobit ćemo rezultat 42.

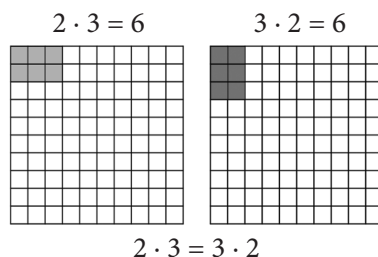


Slika 6. Model brojevnog pravca (množenje  $7 \cdot 6 = 42$ )



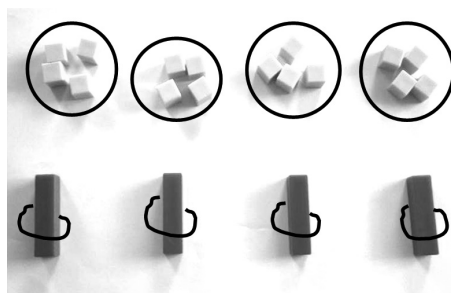
Slika 7. Zadatak 6·6 prikazan kao „vlakić“ (fotografija autorice)

Sljedeći je model površine pravokutnika koji je posebno pogodan za pokazivanje svojstva komutativnosti množenja. Pomoću Cuisenaire štapića učenici jasno mogu uočiti da, iako je umnožak jednak, ne izgleda isto pomoću štapića  $2 \cdot 3$  i  $3 \cdot 2$ . U slučaju  $2 \cdot 3$  broj 2 je prvi, a broj 3 je drugi faktor. U slučaju  $3 \cdot 2$  faktori su zamijenili mjesta. Štapići nam pokazuju da ne množimo istim brojem, što nam pokazuju različite boje upotrijebljenih štapića (Slika 8.).



Slika 8. Model množenja – model površine pravokutnika

Model skupa zahtijeva prebrojavanje skupina. Pomoću njega se razvija vještina brojenja. Kao primjer možemo dati 4 skupine po 4 štapića. Ukupno je to 16 štapića ili skraćeno  $4 \cdot 4 = 16$ . Modelom skupa možemo pokazati posebno jedinice koje kasnije možemo zamijeniti za jedan štapić te iste vrijednosti (Slika 9.).



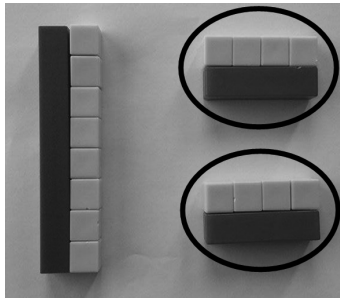
Slika 9. Model skupa (množenje  $4 \cdot 4 = 16$ ) (fotografija autorice)

Djecu treba poticati da samostalno smišljaju zadatke i prikazuju ih pomoću Cuisenaire štapića uz objašnjavanje postupaka i rješenja zadataka.

## Primjeri aktivnosti s Cuisenaire štapićima u nastavi množenja

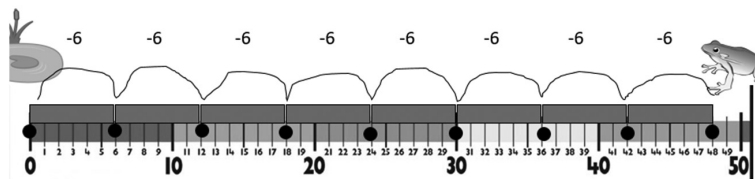
Dijeljenje je koncept koji uvodimo uzastopnim oduzimanjem jednakih umanjitelja. Ono se pokazalo učenicima zahtjevnije iako postoji veza dijeljenja i množenja. Stoga dijeljenje započinjemo od lakših ka težim zadacima. Cuisenaire štapići, kao vizualno sredstvo kojim učenici mogu manipulirati, uvelike mogu pomoći učenicima u učenju dijeljenja.

Skupovni model dijeljenja odnosi se na rastavljanje skupova na jednakobrojne podskupove. To znači da u svakome skupu moramo imati jednak broj elemenata. Zadatke trebamo stavljati u kontekst. Na primjeru zadatka *Marija ima 8 bombona. Bombone želi podijeliti Luki, Lani, Mateju i sebi. Koliko će svako dijete dobiti bombona?* prvo od djece tražimo da procijene koliko će svako dijete dobiti bombona. Nakon manipuliranja konkretnim materijalom dolazi se do apstraktnog stupnja, odnosno zapisa. Zapis  $8 : 4 = 2$  govori da iz skupa od 8 elemenata (8 bombona) uzimamo po 4 u podskupu (četvero djece), što nam rezultira dvama podskupovima, odnosno količnik iznosi 2 (Slika 10.).



Slika 10. Skupovni model dijeljenja ( $8 : 2 = 4$ ) (fotografija autorice)

Dijeljenje se odnosi na uzastopno oduzimanje istog broja, a takvo dijeljenje možemo izvoditi zapisivanjem, brojevnom crtom ili napamet. Model brojevnog pravca oblik je mentalnog dijeljenja koje pretpostavlja uzastopno oduzimanje istoga broja. Svaki zadatak dobro je povezati uz realnost, to jest uz neki zadatak stavljen u kontekst. Na slici vidimo zadatak koji glasi: Koliko puta žaba mora skočiti da bi došla do bare ako je njezin skok dug 6 centimetara? Ako kao oznake skokova stavimo Cuisineaire štapiće, broj tih skokova bit će i rješenje, odnosno količnik (Slika 11.). Učenici bi također trebali imati svoje brojevne pravce i raditi samostalno.

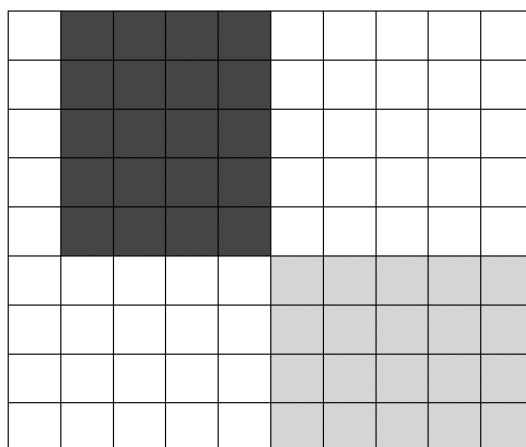


Slika 11. Model brojevnog pravca za dijeljenje ( $48 : 6 = 8$ )

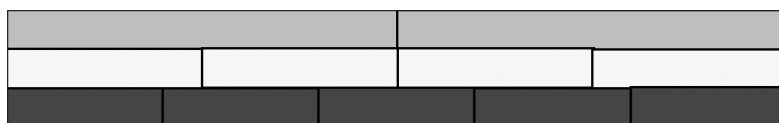
Pomoću Cuisineaire štapića možemo povezati množenje i dijeljenje uz primjere modela površine pravokutnika. Učenicima možemo dati popunjenu tablicu, a oni iz zadatka trebaju pročitati zadatak dijeljenja. Na primjer, u *Tablici 1.* popunili smo 20 kvadratića. Učenicima možemo reći da smo ljubičasti pravokutnik, odnosno broj 20, dobili od 5 četvorki (ljubičasti štapići), što znači da je  $20 : 4 = 5$ . Drugi, žuti primjer, pokazuje da smo broj 20 dobili od 4 petice (žuti štapići). Znamenakama to zapisujemo kao  $20 : 5 = 4$ .



Tablica 1. Model površine pravokutnika za primjere dijeljenja



Kada učenici riješe zadatak, rastavljamo pravokutnik i slažemo štapiće po dužini, duž štapića koji predstavljaju 20 jedinica, to jest dva narančasta štapića (Slika 12.). Pitanje koje učenicima postavljamo glasi: *Koliko puta broj 4 stane u 20?* i *Koliko puta broj 5 stane u 20?* Na Slici 12. vidimo da „vlakić” ispunjavamo istom bojom te da je broj štapića zapravo količnik.



Slika 12. Model površine pravokutnika za dijeljenje  $20 : 5$  i  $20 : 4$  (fotografija autorice)

Dijeljenje se pokazalo zahtjevno nekim učenicima. Konkretnim materijalom učitelji mogu olakšati učenicima usvajanje konceptata dijeljenja, pri čemu treba napomenuti da se materijali trebaju mijenjati kako učenici ne bi pojedini matematički koncept povezali isključivo s jednim materijalom.

## Metodičke napomene

U ovome su radu iznesene neke aktivnosti s Cuisenaire štapićima vezane uz teme množenja i dijeljenja, no svakome se učitelju/učiteljici ostavlja prostor da samostalno iskuša rukovanje štapićima i osmisli svoje praktične metode i aktivnosti koje mogu koristiti u nastavi. Važno je naglasiti da Cuisenaire štapići nisu jedini materijal koji treba koristiti u nastavi, već treba kombinirati različite materijale i druga nastavna sredstva kako učenici ne bi pomislili da je određeni matematički koncept vezan isključivo uz Cuisenaire štapiće te kako bi se rad olakšao, a matematika približila djeci (Corn, 2016.).

Cuisenaire štapići prije svega omogućuju taktilni doživljaj i zadovoljavaju dječju želju za igrom, a u konačnici omogućavaju konkretizaciju apstraktnih matematičkih sadržaja. Zbog svojih oblika i boja Cuisenaire štapići su privlačni djeci i lako se prepoznaju, ali i povezuju s pojmom broja, što je važno za usvajanje aritmetičkih sadržaja u nastavi matematike. Cuisenaire štapići konkretan su materijal koji se koristi u nastavi matematike, a koji je u skladu s kognitivnim razvojem učenika razredne nastave. Pomoću njih se omogućava individualni pristup svakome učeniku ukoliko svaki učenik ima svoj set štapića, a učitelj može pratiti napredak svakog učenika pojedinačno, čime se omogućuje daljnje nesmetano svladavanje sadržaja i bolje razumijevanje matematičkih ideja.

### Literatura:

1. Corn, P. (2016.). Cuisenaireovi štapići. Osječki matematički list 16, 67-82.
2. Gattegno, C. (1963.). Now Johnny can do Aritmetic. A guide for the use of the Cuisenaire materials. Berks: Educational Explorers Limited.
3. Glasnović Gracin, D. (2014.). Modeli aritmetike za razrednu nastavu, Poučak: časopis za metodiku i nastavu matematike, 15 (59), str. 12-21.
4. Gligor, D. (1958.). Brojevi u bojama. Zagreb: Školska knjiga.
5. Herjavec, D., Glasnović Gracin, D. (2010.). Računska gusjenica. Matematika i Škola, 12 (56), str. 11-15.
6. Long, C., DeTemple, D. (1999.). Mathematical reasoning for Elementary Teacher. United States of America: Addison Wesley.
7. Lutovac, S. (2007.). Prevalance of division model and its implementation in Mathematical textbooks, Metodčki obzori, 3(1), str. 31-47.
8. Markovac, J. (2001.). Metodika početne nastave matematike. Zagreb: Školska knjiga.
9. Poljak, V. (1990.). Didaktika. Zagreb: Školska knjiga.
10. Sharma, M. C. (2001.). Matematika bez suza. Buševac: Ostvarenje.