Sudoku – napredne metode rješavanja (7.1)

Žarko Čulić[1]

U nekoliko sljedećih nastavaka obradit ćemo napredne metode koje se rjeđe koriste pri rješavanju budući da je njihovo otkrivanje otežano ili se radije koriste druge uočljivije metode. U ovom nastavku će biti više riječi o metodi *gotovo zaključanih setova* (*Almost Locked Sets* ili skraćeno *ALS*).

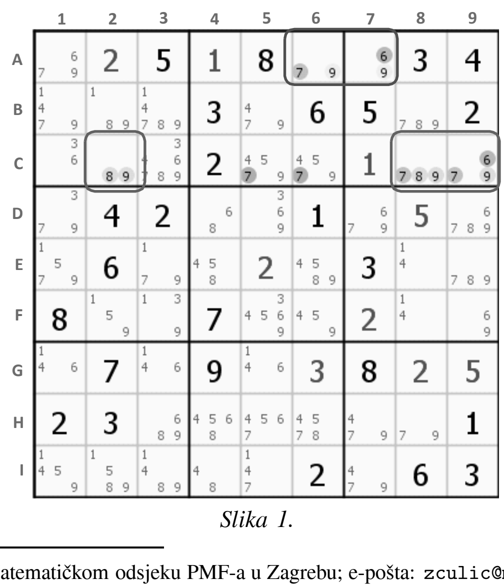
Metoda *Gotovo zaključanih setova* je vrlo napredna metoda koja koristi činjenicu da *ALS* grupa neriješenih polja unutar određenog područja postaje *zaključani set* (*LS*) ako se izbaci samo jedan kandidat i stoga tražimo dva (ili više) povezana *ALS* područja.

Pojmovi:

- *zaključani set* – n kandidata u n neriješenih polja u povezanom području (retku, stupcu ili kvadratu); engleski naziv: *Locked Set* (*LS*); primjer: *trojke* – 3 kandidata u 3 polja u povezanom području
- *gotovo zaključani set* – $(n+1)$ kandidat u n neriješenih polja u povezanom području; engleski naziv: *Almost Locked Set* (*ALS*)
- *ograničeni zajednički kandidat* – kandidat koji je međusobno povezan u svim poljima u kojima se nalazi u dva *gotovo zaključana seta ALS A* i *ALS B*; engleski: *Restricted Common Candidate* (*RCC*); označava se slovom X
- *zajednički broj Z* – zajednički broj u dva *gotovo zaključana seta ALS A* i *ALS B* koji nije *RCC*; engleski naziv: *Common Digit Z* (Z)

Postoje dvije metode: *ALS-XZ* i *ALS-XY-krilo*. U metodi *ALS-XZ* postoje dvije varijante: *Jednostruko povezani ALS-XZ* (*Singly Linked ALS-XZ*) i *Dvostruko povezani ALS-XZ* (*Double Linked ALS-XZ*).

Jednostruko povezani ALS-XZ je najjednostavnija *ALS* tehnika: tražimo 2 *ALS*-a koji dijele jedan *RCC* (X). Ako oba *ALS*-a sadrže zajednički broj Z koji nije *RCC*, tada Z možemo eliminirati iz svih polja izvan oba *ALS*-a koja "vide" sve kandidate Z u oba *ALS*-a.



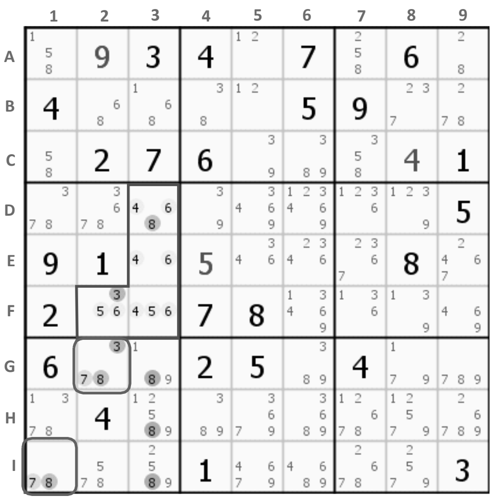
Slika 1.

[1] Autor je predavač na Matematičkom odsjeku PMF-a u Zagrebu; e-pošta: `zculic@math.hr`

Logika: budući da je *RCC* (X) zajednički kandidat u oba *ALS*-a, njegovim smještajem u jedan *ALS*, drugi *ALS* postaje *zaključani set* (*LS*), iako ne znamo koji; kako oba *ALS*-a sadrže zajednički broj Z, Z je točan u barem jednom *ALS*-u, što znači da u svim *ALS* poljima zajedno treba smjestiti samo jedan Z, a sva polja koja vide sve moguće kandidate Z u *ALS*-ovima stoga ne mogu sadržavati Z.

Na slici 1 imamo primjer *jednostruko povezanog gotovo zaključanog seta*. *ALS A* čine dva polja A67 s tri kandidata $\{6,7,9\}$, *ALS B* čine tri polja C289 sa četiri kandidata $\{6,7,8,9\}$, *RCC (X)* kandidat povezan u obje *ALS* grupe je broj 6, a zajednički kandidat Z je broj 7. Polja C56 koja nisu u *ALS A* i *ALS B* sadrže kandidata Z, broj 7 koji vidi sve brojeve 7 u *ALS A* i *ALS B*, stoga ga možemo eliminirati iz C5 i C6 jer 7 mora biti ili u *ALS A* ili u *ALS B*. Analiza: ako je X u *ALS A*, tada nije u *ALS B* koji postaje zaključani set s kandidatima $\{7,8,9\}$, a ako je X u *ALS B*, tada *ALS A* postaje zaključani set s kandidatima $\{7,9\}$. U oba slučaja možemo eliminirati 7 iz vanjskih polja koja vide sve brojeve 7 u *ALS A* i *ALS B*.

Pogledajmo još jedan primjer *jednostruko povezanog ALS-XZ* na slici 2.



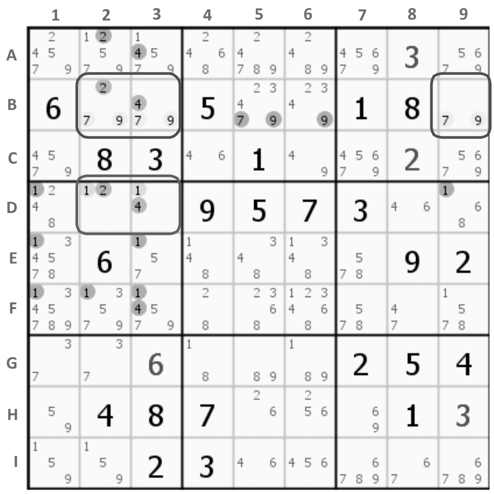
Slika 2.

ALS A čine četiri polja DEF3 i F2 s pet kandidata $\{3,4,5,6,8\}$, *ALS B* čine dva polja G2 I I1 s tri kandidata $\{3,7,8\}$. Ograničeni zajednički kandidat *X* je broj 3 jer svi brojevi 3 iz jednog *ALS*-a vide sve brojeve 3 iz drugog *ALS*-a, a zajednički kandidat Z (koji nije X) je broj 8. Polja GHI3 koja nisu u *ALS A* i *ALS B* sadrže kandidata Z, broj 8 koji vidi sve brojeve 8 u *ALS A* i *ALS B*, stoga ga možemo eliminirati iz GHI3 jer je 8 ili u *ALS A* ili u *ALS B*. Logika: ako je broj 3 (X) točan u *ALS A*, *ALS B* postaje zaključani set s kandidatima $\{7,8\}$, a ako je točan u *ALS B*, *ALS A* je zaključani set s kandidatima $\{4,5,6,8\}$.

Dvostruko povezani ALS-XZ nastaje ako dva *ALS*-a imaju 2 *RCC*-a, a nema broja Z. Budući da jedan *RCC* može biti u samo jednom *ALS*-u, to znači da je drugi *RCC* u drugom *ALS*-u pretvarajući ih u zaključane setove.

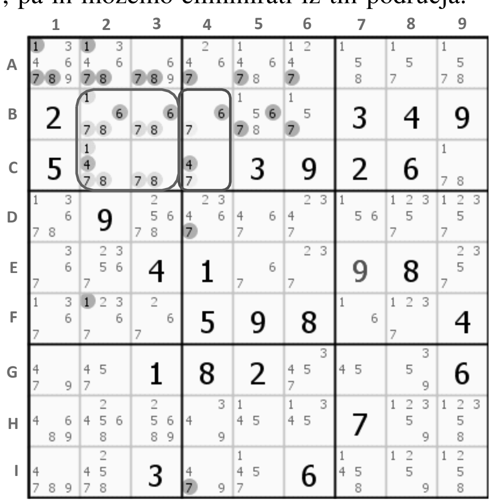
Logika:

- budući da se po jedan *RCC (X)* nalazi u svakom *ALS*-u, broj X se može eliminirati iz svih polja u povezanom području izvan *ALS*-a
- svi kandidati koji nisu X se nalaze unutar svojih *ALS*-ova i na taj način eliminiraju sve te kandidate izvan *ALS*-a; eliminacija može biti čak i u polju koje pripada drugom *ALS*-u – to je tzv. kanibalistički *ALS-XZ* (*ALS-XZ cannibalistic*)



Slika 3.

Pogledajmo primjer na slici 3. *ALS A* čine tri polja B239 sa četiri kandidata $\{2,4,7,9\}$, *ALS B* čine dva polja D23 s tri kandidata $\{1,2,4\}$. Ograničeni zajednički kandidati *RCC* su $X1 = 2$ i $X2 = 4$ (nema broja Z) i svaki od njih se nalazi u jednom *ALS*-u čime oni postaju zaključani setovi. Budući da se $X1$ nalazi samo u stupcu 2, možemo eliminirati broj 2 iz A2, a kako se $X2$ nalazi samo u stupcu 3, možemo eliminirati broj 4 iz polja A3 i F3. Nadalje, ako izuzmemo $X1$ i $X2$ u *ALS A* ostaju kandidati 7 i 9 i svi se nalaze u retku B, pa ih možemo eliminirati iz polja B56. Također, ako izuzmemo $X1$ i $X2$ u *ALS B* ostaje samo kandidat 1 i sve se jedinice nalaze u kvadratu IV i retku 4, pa ih možemo eliminirati iz tih područja.



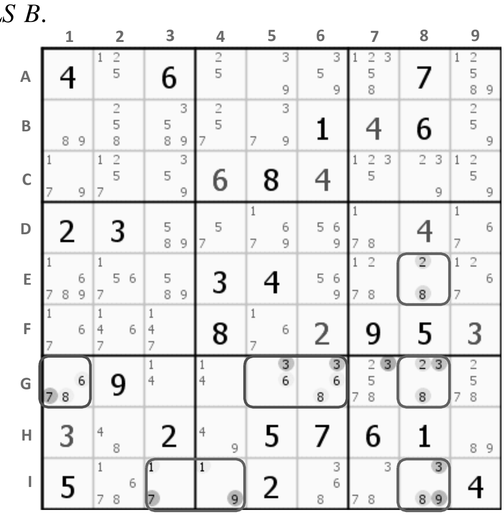
Slika 4.

Na slici 4 imamo još jedan primjer *dvostruko povezanog gotovo zaključanog seta ALS-XZ*. *ALS A* čine dva polja BC4 s tri kandidata $\{4,6,7\}$, *ALS B* čine četiri polja BC23 s pet kandidata $\{1,4,6,7,8\}$. *RCC* kandidati su $X1 = 4$ i $X2 = 6$, a Z nema. $X1$ se nalazi samo u retku C, no nema ničega za eliminaciju. $X2$ se nalazi samo u retku B, pa možemo eliminirati broj 6 iz polja B5. U *ALS A* ostaje kandidat 7 i nalazi se u stupcu 4 i kvadratu II, pa ih možemo eliminirati iz tih polja izvan *ALS A*. U *ALS B* ostaju kandidati 1, 7, 8 i svi se nalaze u kvadratu I i broj 1 je samo u stupcu 2, pa ih možemo eliminirati iz tih područja izvan *ALS B*.

Metoda ***ALS-XY Krilo*** *(ALS-XY Wing)* je zapravo lanac od 3 *ALS*-a: *ALS A*, *ALS B* i *ALS C*. *ALS A* dijeli *RCC (X)* s *ALS C*, *ALS B* dijeli *RCC (Y)* s *ALS C* (gdje X i Y ne smiju biti isti brojevi), a *ALS A* i *ALS B* imaju zajedničkog kandidata broj Z. U tom se slučaju Z može eliminirati iz svih polja koja "vide" sve kandidate Z iz *ALS A* i *ALS B*.

Logika:

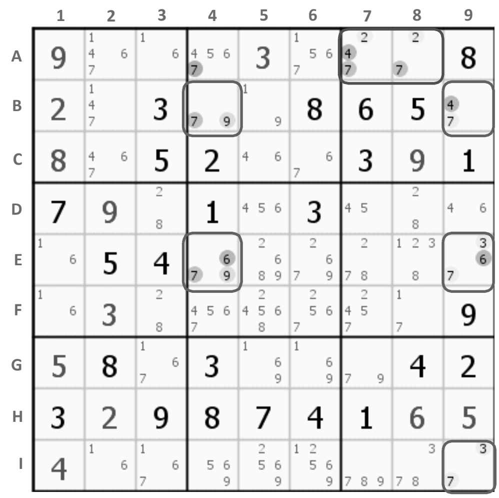
- Ako Z nije u *ALS A*, tada u *ALS A* mora biti X (budući da samo jedan broj nedostaje u *ALS* po definiciji).
- To znači da *ALS C* mora sadržavati Y (budući da X nije u *ALS C* već se nalazi u *ALS A*) i na taj način *ALS B* mora sadržavati Z (jer Y nije u *ALS B*).
- Vrijedi i obratno: ako *ALS B* ne sadrži Z, tada on mora biti u *ALS A*. U oba slučaja Z je ili u *ALS A* ili u *ALS B*.
- Stoga možemo eliminirati Z iz svih polja izvan *ALS*-a koja vide sve kandidate Z iz *ALS A* i *ALS B*.



Slika 5.

U primjeru na slici 5 *ALS A* čine polja G156 s kandidatima $\{3,6,7,8\}$, *ALS B* čine polja EGI8 s kandidatima $\{2,3,8,9\}$ i *ALS C* čine polja I34 s kandidatima $\{1,7,9\}$. Ograničeni zajednički kandidat X između *ALS A* i *ALS C* je broj 7, a ograničeni zajednički kandidat Y između *ALS B* i *ALS C* je broj 9. Zajednički broj Z između *ALS A* i *ALS B* je broj 3 i on se nalazi u jednoj od te dvije *ALS* grupe. Stoga možemo eliminirati broj 3 iz svih polja izvan *ALS A* i *B* koja vide sva polja s kandidatom 3 u *ALS A* i *ALS B*. U konkretnom slučaju možemo eliminirati broj 3 iz polja G7.

Na slici 6 je još jedan primjer *ALS-XY krila*. *ALS A*: A78$=\{2,4,7\}$; *ALS B*: BE4$=\{6,7,9\}$; *ALS C*: BEI9$=\{3,4,6,7\}$; *RCC X* $(A,C)=4$, *RCC Y* $(B,C)=6$, Z $(A,B)=7$. Dakle, ograničeni zajednički kandidat A i C (X) je broj 4, a B i C (Y) je broj 6. A i B imaju zajedničkog kandidata Z broj 7 koji je ili u A ili u B. Stoga možemo eliminirati broj 7 iz svih polja izvan A i B koja vide sva polja s kandidatom 7 u A i B. Konkretno, možemo eliminirati broj 7 iz polja A4.



Slika 6.

Postoje još dvije srodne metode koje ovdje nećemo detaljnije obraditi:

- *ALS Lanac (ALS Chain)* – radi se o nizu *ALS*-ova međusobno povezanih ograničenim zajedničkim kandidatima *RCC*-ima, a prvi i zadnji *ALS* moraju imati jednog ili više zajedničkih kandidata koje u tom slučaju možemo eliminirati iz svih povezanih polja izvan krajeva tog lanca; jedino ograničenje je da susjedni *RCC*-ovi u lancu ne smiju biti isti
- *Cvijet eliminacije (Death Blossom)* – radi se o središnjem polju (tzv. cvijetu) koje je povezano sa susjednim *ALS*-ovima (tzv. laticama) preko *RCC*-jeva; ako se za svakog kandidata u "cvijetu" može naći "latica" takva da je taj kandidat njihov *RCC* i ako sve "latice" imaju jednog ili više zajedničkih kandidata, tada se oni mogu eliminirati iz svih polja koja ga vide u svim "laticama"; ako preklapanje *ALS*-ova ("latica") nije dopušteno tada ova metoda postaje *ALS-XY krilo*

U sljedećem nastavku ćemo obraditi metodu *eliminacije kandidata na temelju mogućih parova*.

Zadatak za vježbu s rješenjem:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A						6	2		8
B	1			5		7	6	9	
C			6		3				
D		7	9	2	6		3		
E									
F			1		9	5	7	2	
G					5		4		
H		3	4	9		2			5
I	6		5	4					

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	9	5	7	1	4	6	2	3	8
B	1	8	3	5	2	7	6	9	4
C	4	2	6	8	3	9	5	1	7
D	5	7	9	2	6	8	3	4	1
E	3	6	2	7	1	4	8	5	9
F	8	4	1	3	9	5	7	2	6
G	2	9	8	6	5	1	4	7	3
H	7	3	4	9	8	2	1	6	5
I	6	1	5	4	7	3	9	8	2