



Međunarodno matematičko natjecanje "Klokan bez granica" 2018. g., II. dio

Maja Marić, Zagreb

Zadaci za učenike 2. i 3. razreda srednje škole (Junior)

Pitanja za 3 boda:

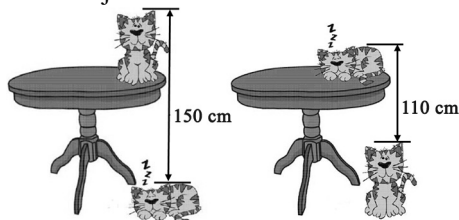
1. U mojoj obitelji svako dijete ima barem dva brata i barem jednu sestru. Koji je najmanji mogući broj djece u mojoj obitelji?

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6 E. 7

2. Dvije su stranice trokuta duljine 5 i 2, a duljina treće stranice neparan je broj. Odredi duljinu treće stranice.

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6 E. 7

3. Udaljenost od vrha mačke koja spava na podu do vrha mačke koja sjedi na stolu iznosi 150 cm. Udaljenost od vrha mačke koja sjedi na podu do vrha mačke koja spava na stolu iznosi 110 cm. Koliko je visok stol?

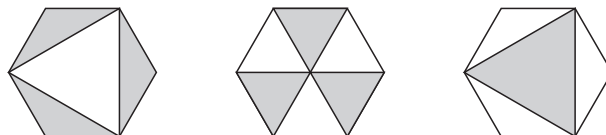


- A. 110 cm B. 120 cm C. 130 cm D. 140 cm E. 150 cm

4. Zbroj pet uzastopnih cijelih brojeva iznosi 10^{2018} . Koji je broj u sredini?

- A. 10^{2013} B. 5^{2017} C. 10^{2017} D. 2^{2018} E. $2 \cdot 10^{2017}$

5. Dana su tri sukladna pravilna šesterokuta. Označimo X , Y i Z ukupnu osjenčanu površinu unutar svakog šesterokuta. Koja je od navedenih izjava točna?



- A. $X = Y = Z$ B. $Y = Z \neq X$ C. $X = Z \neq Y$ D. $X = Y \neq Z$ E. $X \neq Y \neq Z$

6. Mare je sakupila 42 jabuke, 60 marelica i 90 trešanja. Želi svo voće podijeliti na identične hrpe te po košaricu voća dati svakom od svojih prijatelja. Koji je najveći broj

košarica koje može pripremiti?

- A. 3 B. 6 C. 10 D. 14 E. 42

7. Neke znamenke u donjem točnom računu zamijenjene su slovima P , Q , R i S . Koliko iznosi $P + Q + R + S$?

- A. 14 B. 15 C. 16 D. 17 E. 24

	P	4	5
+	Q	R	S
<hr/>			
	6	5	4

8. Odredi zbroj 25 % od 2018 i 2018 % od 25.

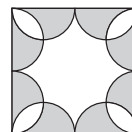
- A. 1009 B. 2016 C. 2018 D. 3027 E. 5045

Pitanja za 4 boda:

9. Zapisano je redom 105 brojeva: 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, ... (broj n zapisan je n puta). Koliko zapisanih brojeva je djeljivo brojem 3?

- A. 4 B. 12 C. 21 D. 30 E. 45

10. Unutar kvadrata duljine stranice 4 upisano je osam sukladnih polukrugova kao na slici. Odredi površinu dijela kvadrata koji nije osjenčan.



- A. 2π B. 8 C. $6 + \pi$ D. $3\pi - 2$ E. 3π

11. U jednom danu 40 je vlakova putovalo između dvaju od gradova M , N , O , P , Q . Za 10 je vlakova mjesto dolaska ili mjesto polaska bio grad M . Za 10 je vlakova mjesto dolaska ili mjesto polaska bio grad N . Za 10 je vlakova mjesto dolaska ili mjesto polaska bio grad O . Za 10 je vlakova mjesto dolaska ili mjesto polaska bio grad P . Za koliko je vlakova mjesto dolaska ili mjesto polaska bio grad Q ?

- A. 0 B. 10 C. 20 D. 30 E. 40

12. Na Humanističkom Sveučilištu mogu se studirati jezici, povijest i filozofija. Engleski jezik studira 35 % studenata koji studiraju jezike. Jezik koji nije engleski studira 13 % studenata na ovom sveučilištu. Niti jedan student ne studira više od jednog jezika. Koliki postotak studenata ovog sveučilišta studira jezike?

- A. 13 % B. 20 % C. 22 % D. 48 % E. 65 %

13. Koliko ima troznamenastih brojeva sa svojstvom da je njegova devetina dvoznamenkast broj koji se dobije brisanjem srednje znamenke?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 E. 5

14. Koliko se puta izraz 2018^2 mora pojaviti pod korijenom kako bi donji račun bio točan?

$$\sqrt{2018^2 + 2018^2 + \dots + 2018^2} = 2018^{10}$$

- A. 5 B. 8 C. 18 D. 2018^8 E. 2018^{18}

15. Koliko znamenki ima rezultat donjeg računa?

$$\frac{1}{9} \cdot 10^{2018} \cdot (10^{2018} - 1)$$

- A. 2017 B. 2018 C. 4035 D. 4036 E. 4037

16. U pravilnom 2018-terokutu čiji vrhovi su numerirani od 1 do 2018 povučene su dvije dijagonale. Jedna povezuje vrhove 18 i 1018, a druga vrhove 1018 i 2000. Koliko vrhova imaju tako nastala tri poligona?

- A. 38, 983, 1001 B. 37, 983, 1001 C. 38, 982, 1001
D. 37, 982, 1000 E. 37, 983, 1002

Pitanja za 5 bodova:

17. Na ploči je zapisan određeni niz cijelih brojeva, uključujući broj 2018. Njihova suma iznosi 2018. Njihov umnožak također iznosi 2018. Koji od danih brojeva bi mogao biti broj cijelih brojeva napisanih na ploči?

- A. 2016 B. 2017 C. 2018 D. 2019 E. 2020

18. Zadana su četiri pozitivna broja. Odaberemo tri od njih, odredimo njihovu aritmetičku sredinu i zatim pribrojimo četvrti broj. To možemo napraviti na četiri različita načina. Rezultati su redom 17, 21, 23 i 29. Odredi najveći od zadanih brojeva.

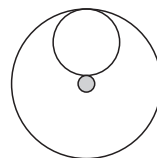
- A. 12 B. 15 C. 21 D. 24 E. 29

19. Točke A_0, A_1, A_2, \dots leže na pravcu za koji vrijedi $|A_0A_1| = 1$ i točka A_n polovište je dužine $\overline{A_{n+1}A_{n+2}}$ za svaki nenegativan cijeli broj n . Odredi duljinu dužine A_0A_{11} .

- A. 171 B. 341 C. 512 D. 587 E. 683

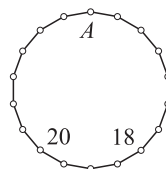
20. Kružni vijenac čine dvije koncentrične kružnice radijusa 1 i 9. U njega je upisano n kružnica bez preklapanja, svaka dira obje kružnice koje čine kružni vijenac (na slici je primjer za $n = 1$ i druge radijuse). Odredi najveći mogući n .

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 E. 5



21. Na slici je 18-terokut. U svakom vrhu treba upisati broj koji je zbroj brojeva u dvama susjednim vrhovima. Dana su dva broja. Koji broj treba pisati u vrhu A?

- A. 2018 B. -20 C. 18 D. 38 E. -38

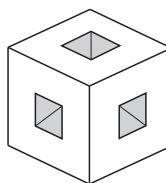


22. Dijana crta pravokutnu mrežu koja se sastoji od 12 kvadrata na papiru na kvadratiće. Neke kvadrate oboji crno. U svaki prazan kvadrat ona upisuje broj crnih kvadratića koji s njim dijele stranicu. Vidi primjer na slici desno. Sada radi istu stvar u pravokutnoj mreži koja se sastoji od 2018 kvadrata. Koliki najviše može biti zbroj svih brojeva upisanih u takvu mrežu?

- A. 1262 B. 2016 C. 2018 D. 3025 E. 3027

1		2	1
0	3		
1		2	1

23. Sedam malih kocaka izrezano je iz $3 \times 3 \times 3$ kocke (kao na slici). Kako će izgledati presjek tog tijela s ravninom koja prolazi središtem kocke okomito na jednu od njegove četiri prostorne dijagonale?



- A. B. C. D. E.

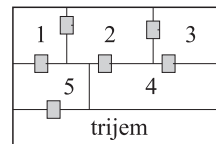
24. Svaki broj iz skupa $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ upisan je u točno jednu ćeliju tablice dimenzija 2×3 . Na koliko se to načina može napraviti uz uvjet da zbroj brojeva u svakom retku i u svakom stupcu bude djeljiv brojem 3?

- A. 36 B. 42 C. 45 D. 48 E. Neki drugi broj.

Zadaci za učenike 4. razreda srednje škole (Student)

Pitanja za 3 boda:

1. Na slici je tlocrt prizemlja Renatine kuće. Renata uđe u kuću s trijema i prođe kroz svaka vrata točno jednom. U kojoj će sobi biti na kraju?



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 E. 5

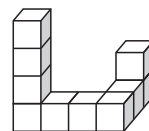
2. Koji od danih izraza ima najveću vrijednost?

- A. $2 - 0 \cdot 1 + 8$ B. $2 + 0 \cdot 1 \cdot 8$ C. $2 \cdot 0 + 1 \cdot 8$ D. $2 \cdot (0 + 1 + 8)$ E. $2 \cdot 0 + 1 + 8$

3. Thor ima sedam kamena i čekić. Svaki put kada Thor čekićem udari kamen on se razlomiti na točno pet manjih kamena. Ovo je napravio nekoliko puta. Koji od danih brojeva može biti broj kamena koje Thor ima na kraju?

- A. 17 B. 20 C. 21 D. 23 E. 25

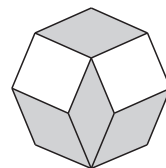
4. Tijelo na slici sastoji se od 10 kocaka koje su zalijepljene jedna za drugu. Tijelo je uronjeno u kantu s bojom koja je potpuno prekrila njegovu površinu. Koliko kocaka će imati obojane točno četiri strane?



- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9 E. 10

5. Sljedeće dvije izjave su istinite: Neki vanzemaljci su zeleni, ostali su ljubičasti. Zeleni vanzemaljci žive isključivo na Marsu. Stoga logički slijedi:

- A. Svi vanzemaljci žive na Marsu.
 B. Samo zeleni vanzemaljci žive na Marsu.
 C. Neki ljubičasti vanzemaljci žive na Veneri.
 D. Svi ljubičasti vanzemaljci žive na Veneri.
 E. Nijedan zeleni vanzemaljci ne živi na Veneri.



6. Četiri sukladna romba i dva sukladna kvadrata spojena su tako da tvore pravilni osmerokut. Odredi mjeru većeg kuta romba.

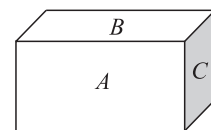
- A. 135° B. 140° C. 144° D. 145° E. 150°

7. U kutiji se nalazi 65 loptica. Osam loptica je bijele boje, a ostale su crne. U jednom se izvlačenju smije uzeti najviše 5 loptica. Loptice se nakon izvlačenja ne vraćaju u kutiju. Koji je najmanji broj izvlačenja potreban kako bi bili sigurni da je izvučena barem jedna bijela loptica?

- A. 11 B. 12 C. 13 D. 14 E. 15

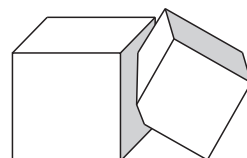
8. Cigla u obliku kvadra ima strane površina A , B i C , kao na slici. Koliki je obujam cigle?

- A. ABC B. \sqrt{ABC} C. $\sqrt{AB + BC + CA}$
 D. $\sqrt[3]{ABC}$ E. $2(A + B + C)$



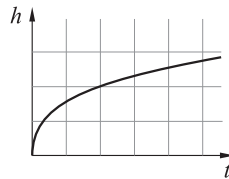
Pitanja za 4 boda:

9. Dvije kocke obujma V i W se sijeku. Dio kocke obujma V koji nije zajednički dvjema kockama iznosi 90% njenoga obujma. Dio kocke obujma W koji nije zajednički dvjema kockama iznosi 85% njenoga obujma. Koja je veza

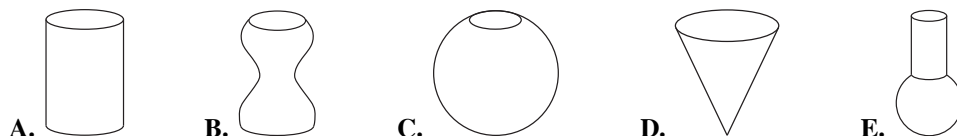


između V i W ?

- A. $V = \frac{2}{3}W$ B. $V = \frac{3}{2}W$ C. $V = \frac{85}{90}W$
 D. $V = \frac{90}{85}W$ E. $V = W$



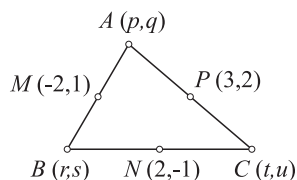
10. Vaza se konstantnom brzinom puni vodom do vrha. Graf prikazuje visinu h vode kao funkciju vremena t . Kakav bi mogao biti oblik vaze?



11. $|\sqrt{17} - 5| + |\sqrt{17} + 5| =$

- A. 10 B. $2\sqrt{17}$ C. $\sqrt{34} - 10$ D. $10 - \sqrt{34}$ E. 0

12. Vrhovi trokuta su $A(p, q)$, $B(r, s)$ i $C(t, u)$, kao na slici. Polovišta stranica trokuta su točke $M(-2, 1)$, $N(2, -1)$ i $P(3, 2)$. Koliko iznosi $p + q + r + s + t + u$?



- A. 2 B. $\frac{5}{2}$ C. 3 D. 5 E. Ništa od navedenog.

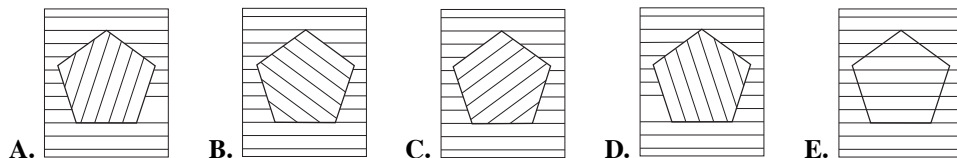
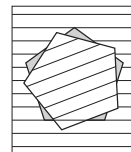
13. Prije nogometne utakmice Real Madrid – Manchester United predviđalo se:

1. Utakmica neće završiti neriješeno.
2. Real Madrid će zabiti gol.
3. Real Madrid će pobijediti.
4. Real Madrid neće izgubiti.
5. Bit će zabijena tri gola.

Koji je bio konačan rezultat ako su se ispunila točno tri od navedenih predviđanja?

- A. 3 : 0 B. 2 : 1 C. 0 : 3 D. 1 : 2 E. To nije moguće.

14. Iz papira na crte izrežemo pravilan peterokut. U svakom koraku rotiramo peterokut oko njegova središta za 21° . Na slici je stanje nakon prvog koraka. Što ćemo vidjeti kada pentagon prvi put ponovo stane u izrezanu rupu?

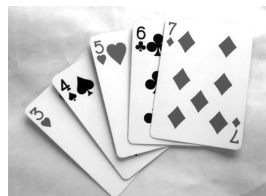


15. Koji od danih brojeva nije djeljitelj broja $18^{2017} + 18^{2018}$?

- A. 8 B. 18 C. 28 D. 38 E. 48

16. Tri od karti na slici podijeljene su Nadiji, a ostatak Rini. Nadija pomnoži vrijednosti svoje tri karte, a Rina pomnoži vrijednosti svoje dvije karte. Suma ta dva produkta je prost broj. Kolika je suma vrijednosti Nadijinih karti?

- A. 12 B. 13 C. 15 D. 17 E. 18



Pitanja za 5 bodova:

17. Neka su m i n rješenja jednadžbe $x^2 - x - 2018 = 0$. Kolika je vrijednost izraza $n^2 + m$?

- A. 2016 B. 2017 C. 2018 D. 2019 E. 2020

18. Četiri brata A , B , C i D različitih su visina. Oni izjavljuju:
 A : Nisam ni najviši ni najniži. B : Nisam najniži. C : Ja sam najviši. D : Ja sam najniži.
 Točno jedan od njih laže. Koji brat je najviši?

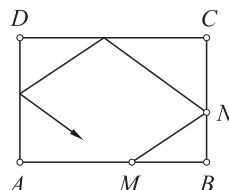
- A. A B. B C. C D. D E. Ne može se odrediti.

19. Neka je f funkcija takva da je $f(x+y) = f(x)f(y)$ za sve cijele brojeve x i y . Ako je $f(1) = \frac{1}{2}$ odredi vrijednost izraza $f(0) + f(1) + f(2) + f(3)$.

- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{15}{8}$ E. 6

20. Na slici je skica biljarskog stola dimenzija $3 \text{ m} \times 2 \text{ m}$. Kugla je ispucana iz točke M na duljoj stranici. Odbija se jednom od svake od preostalih stranica, kao na slici. Na kojoj će udaljenosti od točke A kugla udariti početnu stranicu ako je $|BM| = 1.2 \text{ m}$ i $|BN| = 0.8 \text{ m}$.

- A. 1.2 m B. 1.5 m C. 2 m D. 2.8 m E. 1.8 m

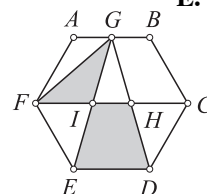


21. Koliko realnih rješenja ima jednadžba $||4^x - 3| - 2| = 1$?

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5 E. 6

22. Dan je pravilan šesterokut $ABCDEF$. G je polovište dužine \overline{AB} . H i I redom su presjeci dužina \overline{GD} i \overline{GE} s \overline{FC} . Koji je omjer površine trokuta GIF i površine trapeza $IHDE$?

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E. $\frac{\sqrt{3}}{4}$



23. U razredu je 40% više djevojčica nego dječaka. Koliko je učenika u tom razredu ako vjerojatnost da se nasumično odabrana delegacija od dvije osobe sastoji od djevojčice i dječaka iznosi $\frac{1}{2}$?

- A. 20 B. 24 C. 36 D. 38 E. To nije moguće.

24. Arhimed je izračunao $15!$. Rezultat piše na ploči. Nažalost, dvije znamenke (druga i deseta) nisu vidljive. Koje su to dvije znamenke?

- A. 2 i 0 B. 4 i 8 C. 7 i 4 D. 9 i 2 E. 3 i 8

1■0767436■000