

A New Mathematical Basis of *Google Maps*

In the middle of 1990s, *Google* made available world maps which can be zoomed in to the largest scales, with the maps collectively named *Google Maps*. *Google Maps* is primarily intended to facilitate navigation by car, public transport, bicycle, airplane or on foot. Such maps require a conformal or approximately conformal projection because it is important that e.g. perpendicular streets in any city in the world also appear approximately perpendicular on the map. To make orientation easier, it is important that north always points to the same direction on a map. The same requirements apply to maritime and aerial navigation, where advantages of the Mercator projection have been known for almost 500 years. It is difficult to find a better web map service than *Google Maps* for this purpose. If one wishes to get from one point to another by car, *Google Maps* is going to draw one or more routes and indicate the distance in km and time required to get there (Tutić, Frančula 2016).

In order to produce any map, it is necessary to employ a rotational ellipsoid, which is used in geodesy and cartography as an approximation of the irregular Earth's surface. Points from the surface of the rotational ellipsoid have to be mapped onto a plane using one of many map projections. *Google* applied the following procedure to achieve this. The ellipsoid was first mapped onto a sphere, so that geographic coordinates on the sphere are equal geographic coordinates on the ellipsoid, after which the sphere was mapped onto a plane using the normal aspect Mercator projection. The major semi-axis of the widely used ellipsoid WGS84 was taken as the radius of the sphere. *Google* applied this procedure mainly due to simpler formulas for mapping the

sphere, resulting in calculations which are five times faster than those based on direct formulas for mapping an ellipsoid (Zinn 2010).

The described procedure yielded a new map projection close to the Mercator projection, but lacking some of its properties. Therefore, the projection is referred to as the *Web Mercator* projection or *Web Mercator*. It is also sometimes referred to as *Pseudo Mercator*. A significant difference between the two projections is the fact that the *Web Mercator* projection is not conformal, unlike the Mercator projection (Zinn 2010).

The maximum angular distortion in the *Web Mercator* projection is very small, approximately 11 minutes (Bildirici 2015). The disadvantage of the *Web Mercator* projection is evident only in the smallest scales, when the entire world or most of it is visible on the screen. This is when the great distortion of areas is inconvenient, especially in the northern parts of the Earth's sphere. Cartographers often use the example of Greenland, which appears almost as large as Africa, although it is approximately 14 times smaller than Africa. Therefore, cartographers have in recent decades often emphasized that the Mercator projection and all other normal aspect cylindrical projections are not suitable for producing general geographic world maps (Committee on Map Projections 1989).

Many authors have criticized the use of the *Web Mercator* projection for maps in *Google Maps*, *OpenStreetMap* and similar projects. They most commonly state magnitudes of length and area distortions in this projection which are found on a world map without distortion at the equator. (Hecht and Gergle 2011, Strom 2011, Favretto 2014, Kuiper et al. 2014).

Existing literature criticizing the *Web Mercator* projection doesn't put enough emphasis on the importance of the variable graphic scale in *Google Maps* found in the bottom right corner of the screen. Namely, in normal aspect cylindrical projection such as the *Web Mercator* projection, distortion depends only on the latitude. Since in those projections images of meridians are parallel lines which are also parallel with the left and right edges of the screen, and images of parallels are straight lines perpendicular to meridians and also parallel with the top and bottom edges of the screen, map distortion only changes by moving the map in the north-south direction, i.e. up-down on the screen. We checked and determined that the variable graphic scale refers to the parallel which passes through the middle of the screen. The length of this parallel calculated using the variable graphic scale is equal to the length on the ellipsoid, i.e. it was mapped without distortion. The distortion increases by moving away from that parallel. By doing this, measuring using the graphic scale on any section of the map yields smaller distortion than it would be if there was no distortion at the equator, i.e. if the graphic scale is not variable. For example, Alaska resembles a square, if we disregard the peninsula in the south. We selected a section with Alaska in the centre of the screen on *Google Maps*. Using the graphic scale represented on the map, we measured there are approximately 1200 km between the western and eastern parts of the country, the same as there are between the northern and southern parts of the country, making the area of Alaska approximately 1 440 000 km². This area is similar to the one on the ellipsoid (1 477 953 km²).

Nova matematička osnova *Google Mapsa*

Sredinom 1990-ih godina *Google* je stavio na internet karte svijeta s mogućnošću zumiranja do najkрупnijih mjerila, poznatih pod nazivom *Google Maps*. *Google Maps* je prvenstveno namijenjen snalaženju u prostoru i kretanju od jedne točke do druge automobilom, javnim prijevozom, pješice, biciklom ili zrakoplovom. Za takve karte traži se konformna ili približno konformna projekcija jer je važno da se npr. ulice u bilo kojem gradu svijeta koje se sijeku pod pravim kutom i na karti sijeku pod približno pravim kutom. Radi lakše orijentacije bitno je da je sjever na karti uvijek u istom smjeru. Jednaki zahtjevi postoje i kod pomorske i zračne navigacije gdje su prednosti Mercatorove projekcije poznate već gotovo 500 godina. U tu svrhu teško je pronaći bolju mrežnu kartografsku uslugu. Za kretanje automobilom od jedne točke do druge *Google Maps* nacrtava jednu ili više ruta, za svaku naznači duljinu u kilometrima i potrebno vrijeme (Tutić, Frančula 2016).

Za izradu bilo koje karte, pa tako i spomenutih karata potrebno je točke s plohe rotacijskog elipsoida, kojima se u geodeziji i kartografiji aproksimira nepravilna Zemljina ploha, preslikati u ravninu primjenom neke od mnogobrojnih kartografskih projekcija. *Google* je u tu svrhu primijenio sljedeći postupak. Prvo je elipsoid preslikan na sferu tako da su geografske koordinate na sferi jednake geografskim koordinatama na elipsoidu, a potom sfera u ravninu primjenom uspravne Mercatorove projekcije. Za polumjer sfere uzeta je velika poluos elipsoida WGS84 koji danas ima široku primjenu širom svijeta. Glavni razlog *Googleove* primjene takvog postupka jesu jednostavnije formule za preslikavanje sfere te stoga i pet puta brže računanje nego po direktnim formulama za preslikavanje elipsoida (Zinn 2010).

Opisanim postupkom preslikavanja dobivena je nova kartografska projekcija bliska Mercatorovoj, ali bez svih svojstava Mercatorove projekcije. Stoga je ta projekcija poznata u literaturi kao web-Mercatorova projekcija, na engleskom *Web Mercator projection* ili kraće *Web Mercator*. Upotrebljava se i naziv *Pseudo Mercator*. Bitna razlika između obje projekcije je u tome što web-Mercatorova projekcija nije konformna poput Mercatorove projekcije (Zinn 2010).

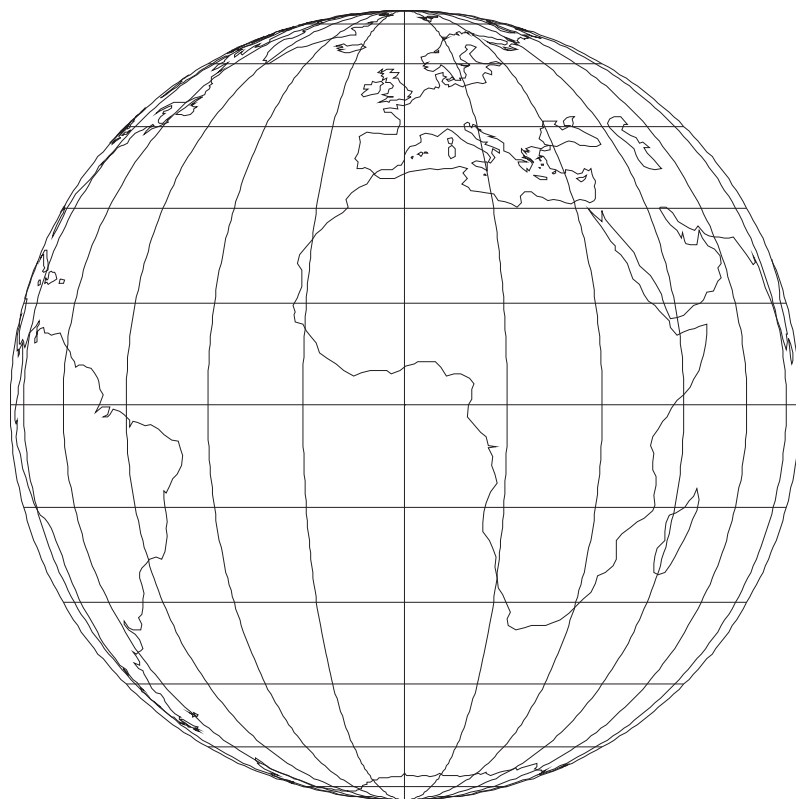
Maksimalne deformacije kutova u web-Mercatorovoj projekciji vrlo su male i maksimalno iznose oko 11 minuta (Bildirici 2015). Nedostatak web-Mercatorove projekcije dolazi do izražaja praktički jedino u najsitnijim mjerilima kada je cijeli svijet, ili najveći njegov dio, vidljiv na ekranu. Tada smetaju velike deformacije površina, posebno u sjevernim dijelovima Zemljine sfere. Kartografi često navode kao primjer Grenland koji je na karti gotovo jednako velik kao Afrika iako je od nje oko 14 puta manji. Stoga su kartografi posljednjih desetljeća često upozoravali da Mercatorova projekcija, ali i ostale uspravne cilindrične projekcije, nisu prikladne za izradu općegeografskih karata svijeta (Committee on Map Projections 1989).

Mnogi su autori u svojim radovima kritizirali primjenu web-Mercatorove projekcije za karte u *Google Mapsu*, *OpenStreetMapu* i srodnim projektima. Pri tome, najčešće, iznose veličine deformacija duljina i površina u toj projekciji kakve postoje na karti svijeta u kojoj nema deformacija na ekvatoru (Hecht and Gergle 2011, Strom 2011, Favretto 2014, Kuiper i dr. 2014).

U postojećoj literaturi u kritikama web-Mercatorove projekcije premalo je naglašena važnost promjenjivog grafičkog mjerila na *Google Mapsu* vidljivog u donjem desnom uglu ekrana. Naime, u uspravnim cilindričnim projekcijama, pa tako i u web-Mercatorovoj projekciji, deformacije ovise samo o

geografskoj širini. Budući da su u tim projekcijama slike meridijana paralelni pravci, ujedno paralelni s lijevim i desnim rubom ekrana, a slike paralela pravci okomiti na meridijane i ujedno paralelni s gornjim i donjim rubom ekrana, to se deformacije na karti mijenjaju samo pomicanjem karte u smjeru sjever-jug, tj. na ekranu gore-dolje. Provjerili smo i utvrdili da se promjenjivo grafičko mjerilo odnosi na paralelu koja prolazi sredinom ekrana. Duljina te paralele izračunana s pomoću promjenjivog mjerila jednaka je duljini na elipsoidu, tj. preslikana je bez deformacija. Deformacije rastu udaljavanjem od te paralele. Time je postignuto da su mjerenjem uz pomoć grafičkog mjerila deformacije na bilo kojem isječku karte manje nego što bi bile da nema deformacija na ekvatoru, tj. da grafičko mjerilo nije promjenjivo. Npr. Aljaska ima, izuzimajući Aljaskin poluotok na jugu, približno kvadratični oblik. Na *Google Mapsu* izabrali smo isječak s Aljaskom na sredini ekrana. S pomoću grafičkog mjerila prikazanog na karti izmjerili smo da približno sredinom te zemlje pružanje zapad-istok iznosi oko 1200 km, a isto toliko i u smjeru sjever-jug što za približnu površinu Aljasko daje 1 440 000 km². Ta površina ne razlikuje se mnogo od površine na elipsoidu (1 477 953 km²).

Jenny (2012) uz kritiku primjene web-Mercatorove projekcije za *Google Maps* i slične projekte predlaže drugačija rješenja. Za različita područja i različita mjerila predlaže različite projekcije. Budući da ista rješenja vrijede za sjevernu i južnu polusferu, autor obrazlaže svoj prijedlog na sjevernoj polusferi. Za karte najkрупnijih mjerila područja između ekvatora i paralele s geografskom širinom $\varphi = 85^\circ$ predlaže Mercatorovu projekciju. Za karte srednjih mjerila područja ograničena paralelama sa širinama $\varphi = 15^\circ$ i $\varphi = 75^\circ$ predlaže Albersovu konusnu ekvivalentnu projekciju, za karte polusfera kosu Lambertovu azimutnu



Slika 1. Poprečna ortografska projekcija.
Fig. 1 Transverse orthographic projection.

Jenny (2012) criticized applying the *Web Mercator* projection to *Google Maps* and similar projects and proposed different solutions, i.e. different projection for different areas and scales. Since the same solutions apply to both hemispheres, the author explains the proposal on the example of the northern hemisphere. He proposes the Mercator projection for maps at the largest scales of areas between the equator and the parallel with the latitude $\varphi = 85^\circ$. He suggests the Albers conical equal-area projection for maps at medium scales of areas bound by parallels with latitudes $\varphi = 15^\circ$ and $\varphi = 75^\circ$, the Lambert azimuthal equal-area projection for maps of hemispheres and the Hammer equal-area projection for world maps. Furthermore, he proposes the Lambert cylindrical equal-area projection for maps at medium scales of the equatorial area up to the parallel with the latitude $\varphi = 15^\circ$ and the normal aspect Lambert azimuthal equal-area projection for maps at medium

scales of areas north of the parallel with the latitude $\varphi = 75^\circ$. The author proposes narrow areas of adjustment for boundaries between various projections, see Figure 9 in the cited paper for more details. It should be noted that these proposals do not only apply to *Google Maps*, but also to other map services which include maps at large and small scales.

We assume the previously cited criticisms of applying the *Web Mercator* projection and especially the paper by B. Jenny (Jenny 2012) prompted *Google* to change the mathematical basis of *Google Maps*. *Google Maps* became available online with a new mathematical basis in the middle of 2018. This is most noticeable on a map at the smallest scale. That map is not a world map in the *Web Mercator* projection, but a map of a hemisphere in the azimuthal projection (Figure 2). The map can be rotated using a mouse, but it is not possible to get the North or South Pole into the center of the screen, unlike *Google Earth*,

where it is possible.

In *Google Maps*, twenty levels of zooming in are possible by clicking on the plus sign. Let us we mark the smallest scale with a zero, and the largest scale with 19. We determined the numerical scales from the graphical scale, while the brackets contain the map scale for levels zero to ten, which are important for determining applied projections:

0. (1 : 80 000 000), 1. (1 : 40 000 000), 2. (1 : 20 000 000), 3. (1 : 10 000 000), 4. (1 : 5 000 000), 5. (1 : 2 500 000), 6. (1 : 1 250 000), 7. (1 : 625 000), 8. (1 : 312 000), 9. (1 : 156 000), 10. (1 : 78 000).

The *Google Maps Help* (2018) manual does not contain any information about applied map projections. Considering that *Google Maps* does not feature a tool for drawing a graticule (unlike *Google Earth*), it is not easy to determine which projections were applied for particular areas and maps of certain scales.

On a screen with a height of 25 cm, it can be seen that maps of the zeroth, first and second level of enlargement were produced in one of the azimuthal projections. We assume the *Web Mercator* projection was used for maps at large scales even in the new mathematical basis because *Google Maps* is primarily used for land-based navigation, for which the normal aspect cylindrical conformal or approximately conformal projection are the most suitable. Furthermore, we assume that this projection was also used to produce equatorial area maps of all other scales except maps at the three or four smallest scales. The same is true for maps of middle latitudes, up to levels at which length and area distortions can be seen with the naked eye.

In normal aspect cylindrical projections, meridians are straight lines parallel with the left and right edges of the screen, and *Google Maps* features a tool which reads geographic coordinates. If the longitude by the right edge of the screen is approximately the same at the top,

ekvivalentnu projekciju i za karte cijeloga svijeta Hammerovu ekvivalentnu projekciju. Nadalje, za karte srednjih mjerila ekvatorskog područja do paralele sa širinom $\varphi = 15^\circ$ predložena je Lambertova cilindrična ekvivalentna projekcija, a za karte srednjih mjerila područja sjeverno od paralele sa širinom $\varphi = 75^\circ$ uspravna Lambertova azimutna ekvivalentna projekcija. Na granici između različitih projekcija autor predlaže uska područja prilagođivanja, detaljnije vidi na slici 9 u citiranom članku. Treba naglasiti da se navedeni prijedlozi ne odnose posebno na *Google Maps* već na kartografske servise koji sadrže karte od krupnih do sitnih mjerila.

Pretpostavljamo da su prethodno citirane kritike primjene web-Mercatorove projekcije i posebno citirani rad B. Jennyja (Jenny 2012) potaknuli *Google* da promijeni matematičku osnovu *Google Mapsa*. Sredinom 2018. *Google Maps* je bio dostupan na internetu u novoj matematičkoj osnovi. Najlakše je to zamjetljivo na karti najsitnijeg mjerila. To više nije karta svijeta u web-Mercatorovoj projekciji, već karta polusfere u azimutnoj projekciji (slika 2). Kartu je moguće mišem rotirati, ali nije moguće kao u *Google Earthu*, sjeverni ili južni pol dovesti u središte ekrana.

U *Google Mapsu* postoji klikom na + dvadeset razina povećanja od najsitnijeg do najkrupnijeg mjerila. Najsitnije mjerilo označimo s razinom nula, a najkrupnije s razinom 19. Brojčana mjerila odredili smo iz grafičkog mjerila, a u zagradi je navedeno mjerilo karte za razine od nulte do desete koje su bitne za određivanje primijenjenih projekcija:

0. (1:80 000 000), 1. (1:40 000 000), 2. (1:20 000 000), 3. (1:10 000 000), 4. (1:5 000 000), 5. (1:2 500 000), 6. (1:1 250 000), 7. (1:625 000), 8. (1:312 000), 9. (1:156 000), 10. (1:78 000).

U priručniku za korisnike (*Google Maps Help* 2018) nema podataka o primijenjenim kartografskim projekcijama. Budući da *Google Maps* ne raspolaže alatom za crtanje mreže meridijana i paralela, kao npr. *Google Earth*, nije lako odrediti koje su projekcije primijenjene za određena područja i karte određenih mjerila.

Na ekranu visine 25 cm vidljivo je da su karte nulte, prve i druge razine povećanja izrađene u nekoj od azimutnih projekcija. Naša je pretpostavka da je za karte krupnih mjerila i u novoj matematičkoj osnovi primijenjena web-Mercatorova projekcija jer *Google Maps* prvenstveno služi za navigaciju na kopnu, a u tu je svrhu najpogodnija uspravna cilindrična konformna ili približno konformna projekcija. Nadalje, pretpostavljamo da su za ekvatorsko područje u toj projekciji izrađene i karte svih ostalih mjerila osim karata najvjerojatnije u tri ili četiri najsitnija mjerila, a za karte srednjih širina sve do razina kada deformacije duljina i površina postaju golim okom zamjetljive.

U uspravnim cilindričnim projekcijama meridijani su pravci paralelni s desnim i lijevim rubom ekrana računala, a *Google Maps* raspolaže alatom za čitanje geografskih koordinata. Ako je geografska dužina uz npr. desni rub ekrana približno ista pri vrhu, u sredini i pri dnu, može se zaključiti da je to uspravna cilindrična, a po našoj procjeni web-Mercatorova projekcija. Tim smo postupkom određivali do kojih mjerila je na kartama primijenjena web-Mercatorova projekcija. Ako geografska dužina na sjevernoj polusferi na srednjim širinama uz rub ekrana od dna prema vrhu raste, zaključak je da je primijenjena uspravna konusna projekcija.

Sva testiranja obavili smo na prijenosnom računalu visine ekrana 15 cm i na stolnom računalu visine ekrana 25 cm. Dobili smo slične rezultate.

Na ekvatorskom području vidljivo je na ekranu visine 25 cm da su karte u nultoj (1:80 000 000), prvoj (1:40 000 000) i drugoj (1:20 000 000) razini u azimutnoj projekciji. Testiranjem smo ustanovili da je i karta u trećoj razini (1:10 000 000) također u azimutnoj projekciji jer su geografske duljine pri vrhu i pri dnu ekrana približno jednake i nešto veće od geografske duljine u sredini ekrana. Nadalje, testiranjem smo ustanovili da su karte svih mjerila od krupnih sve do uključivo mjerila 1:5 000 000 (4. razina) na području omeđenom paralelama s geografskim širinama φ

The Web Mercator projection with a variable scale also plays a key role in solving navigation tasks in the new mathematical basis of Google Maps. These tasks can be solved on maps of large scales, and according to our research, it is evident that Google Maps contains maps of large scales of the entire populated world in the Web Mercator projection. All maps at large scales up to 1 : 312 000 were produced in that projection, even at latitudes between $\varphi = 70^\circ$ and $\varphi = 80^\circ$.

I u novoj matematičkoj osnovi Google Mapsa ključnu ulogu u rješavanju navigacijskih zadataka ima web-Mercatorova projekcija s promjenjivim mjerilom. Ti se zadaci rješavaju na kartama krupnih mjerila, a kako je iz naših istraživanja vidljivo Google Maps sadrži karte krupnih mjerila cijelog naseljenog svijeta u web-Mercatorovoj projekciji. Čak i na širinama između $\varphi = 70^\circ$ i $\varphi = 80^\circ$ sve karte krupnih mjerila do mjerila 1:312 000 izrađene su u web-Mercatorovoj projekciji.

$= 10^\circ$ i $\varphi = -10^\circ$ izrađene u web-Mercatorovoj projekciji. Pružanje u smjeru sjever-jug na karti mjerila 1:5 000 000 je približno 7° ili oko 760 km.

Ginzburg i Salmanova (1957) utvrdili su da kod pružanja u smjeru sjever-jug do približno 3500 km ($\Delta\varphi = 32^\circ$) deformacije duljina u uspravnim konformnim konusnim i cilindričnim projekcijama neće biti veće od $\pm 2\%$, a deformacije površina od $\pm 4\%$. Vizualno to su teško uočljive veličine. Budući da se u konformnim projekcijama ograničena okolina dane točke preslikava i po obliku vjerno i da su nadalje pri pružanju područja do $\Delta\varphi = 32^\circ$ deformacije duljina i površina vizualno



Slika 2. Karta najsitnijeg mjerila u *Google Mapsu*.
Fig. 2 Map at the smallest scale in *Google Maps*.

in the middle and at the bottom, it can be concluded the projection is a normal aspect cylindrical projection – by our estimate it is the *Web Mercator* projection. We applied this procedure to determine the scales to which the *Web Mercator* projection was applied in producing maps. If the longitude on the Northern hemisphere at middle latitudes at the edge of the screen increases from the bottom to the top, the conclusion is the normal aspect conical projection was applied.

All testing was done using a laptop and a desktop computer with a screen of height of 15 cm and 25 cm, respectively. We obtained similar results.

In the equatorial area, it can be seen on a 25 cm screen that the maps at the zeroth (1 : 80 000 000), first (1 : 40 000 000) and second (1 : 20 000 000) level are in the azimuthal projection. We determined the map at the third level (1 : 10 000 000) is also in the azimuthal projection because longitudes at the top and

bottom of the screen are approximately the same and somewhat larger than the longitudes in the middle of the screen. Furthermore, we determined that maps of large scales up to the scale 1 : 5 000 000 (4th level) in the area bound by parallels with latitudes $\varphi = 10^\circ$ and $\varphi = -10^\circ$ were produced in the *Web Mercator* projection. Stretching in the north-south direction on a map with the scale 1 : 5 000 000 is approximately 7° or about 760 km.

Ginzburg and Salmanova (1957) determined that for stretching in the north-south direction up to approximately 3500 km, the distortion of length in normal aspect conformal conical and cylindrical projection is not going to be greater than $\pm 2\%$, and area distortion is not going to be greater than $\pm 4\%$. These magnitudes are difficult to detect visually. Since in conformal projections the shape of limited surroundings of a given point are mapped faithfully and that for stretching areas up to do $\Delta\varphi = 32^\circ$ distortion of length and areas are

difficult to detect visually, the entire area can be considered as mapped faithfully in terms of shape in conformal projections. This is why normal aspect conformal conical projections can be recommended for producing various maps of areas between parallels with latitudes $\varphi = 10^\circ - 80^\circ$ which do not stretch more than $\Delta\varphi = 32^\circ$ or 3500 km in the north-south direction. The normal aspect conformal cylindrical (*Merccator*) projection is recommended for the same reason for areas of the same size near the equator. The less stretching by latitude is, the more justified it is to use a conformal projection. For example, if in normal aspect cylindrical and conical conformal projections the stretching by latitude is not greater than 12° or 1300 km, then in such projections distortion of length is not greater than $\pm 0,25\%$, and distortion of areas is not greater than $\pm 0,5\%$. These magnitudes cannot be perceived with the naked eye.

According to the conclusions from the previous section, it can be seen that the use of the *Web Mercator* projection for the equatorial area in *Google Maps* is cartographically justified.

In the area approximately bound by parallels with latitudes $\varphi = 10^\circ$ and $\varphi = 30^\circ$, we determined that maps of all scales up to 1 : 2 500 000 (5th level), in the area bound by parallels $\varphi = 30^\circ$ and $\varphi = 60^\circ$ up to 1 : 1 250 000 (6th level), in the area bound by parallels $\varphi = 60^\circ$ and $\varphi = 70^\circ$ up to 1 : 625 000 (7th level), in the area bound by parallels $\varphi = 70^\circ$ and $\varphi = 80^\circ$ up to 1 : 312 000 (8th level) were produced in the *Web Mercator* projection. All maps of smaller scales up to 1 : 5 000 000 (4th level) were produced in the conical projection. According to recommendations by Ginzburg and Salmanova (1957), this should be the conformal conical projection because the stretching in the north-south direction is not larger than 7° or about 760 km even on a map at the scale 1 : 5 000 000. Four maps at smallest scales (1 : 80 000 000, 1 : 40 000 000,

teško uočljive, može se smatrati da se u konformnim projekcijama čitavo područje preslikalo i po obliku vjerno. To je razlog zbog kojeg se uspravne konformne konusne projekcije mogu preporučiti za izradu raznovrsnih karata područja između paralela s geografskim širinama $\varphi = 10^\circ$ – 80° , a koje u smjeru sjever-jug nemaju veće prostiranje od $\Delta\varphi = 32^\circ$ ili 3500 km. Za područja iste veličine u području ekvatora iz istog razloga preporučuje se uspravna konformna cilindrična (Mercatorova) projekcija. Ako je pružanje po širini još manje, tada je opravdanost primjene konformnih projekcija još veća. Na primjer, ako u uspravnim cilindričnim i konusnim konformnim projekcijama pružanje po širini ne premašuje 12° ili 1300 km tada u tim projekcijama deformacije duljina nisu veće od $\pm 0,25\%$, a deformacije površina od $\pm 0,5\%$. To su golim okom nezamjetljive veličine.

Prema zaključcima iz prethodnog odjeljka vidljivo je da je za ekvatorsko područje u *Google Mapsu* izbor web-Mercatorove projekcije kartografski opravdan.

Na području približno omeđenom paralelama s geografskim širinama $\varphi = 10^\circ$ i $\varphi = 30^\circ$ ustanovili smo da su karte svih mjerila do mjerila 1:2 500 000 (5. razina), na području omeđenom paralelama $\varphi = 30^\circ$ i $\varphi = 60^\circ$ sve do mjerila 1:1 250 000 (6. razina), na području omeđenom paralelama $\varphi = 60^\circ$ i $\varphi = 70^\circ$ sve do mjerila 1:625 000 (7. razina), a na području omeđenom paralelama $\varphi = 70^\circ$ i $\varphi = 80^\circ$ sve do mjerila 1:312 000 (8. razina) izrađene u web-Mercatorovoj projekciji. Sve karte sitnijih mjerila do mjerila 1:5 000 000 (4. razina) izrađene su u konusnoj projekciji. To bi prema preporukama Ginzburga i Salmanove (1957) trebala biti konformna konusna projekcija jer i na karti mjerila 1:5 000 000 pružanje u smjeru sjever-jug nije veće od 7° ili oko 760 km. Četiri karte najsitnijih mjerila (1:80 000 000, 1:40 000 000, 1:20 000 000 i 1:10 000 000) u azimutnoj su projekciji. Prema preporukama kartografa za karte polusfera najprikladnija je ekvivalentna azimutna



Fig. 3 *Google Maps* in transverse external perspective azimuthal projection.

Slika 3. Poprečna vanjska perspektivna azimutna projekcija.

projekcija (Ginzburg Salmanova 1957). Usporedili smo oblik kontinenta u poprečnoj ekvivalentnoj azimutnoj projekciji s oblikom kontinenta u *Google Mapsu* i ustanovili da nije primijenjena ekvivalentna azimutna projekcija. Oblik kontinenta u poprečnoj ortografskoj projekciji (slika 1) dobro se, ali ne potpuno, poklapa s oblikom kontinenta na *Google Mapsu* (slika 3). Stoga se može zaključiti da su karte u četiri najsitnija mjerila izrađene, kao u *Google Earthu*, u vanjskoj perspektivnoj azimutnoj projekciji, specijalnom slučaju opće perspektivne projekcije.

U zaključku treba reći da i u novoj matematičkoj osnovi *Google Mapsa* ključnu ulogu u rješavanju navigacijskih zadataka ima web-Mercatorova projekcija s promjenjivim mjerilom. Ti se zadaci rješavaju na kartama krupnih mjerila, a kako je iz naših istraživanja vidljivo *Google Maps* sadrži karte krupnih mjerila cijelog naseljenog svijeta u web-Mercatorovoj projekciji. Čak i na širinama između $\varphi = 70^\circ$ i $\varphi = 80^\circ$ sve karte krupnih mje-

rića do mjerila 1:312 000 izrađene su u web-Mercatorovoj projekciji.

Ako je naša procjena nove matematičke osnove *Google Mapsa* točna, onda te karte mogu poslužiti, osim za navigaciju na kopnu, i za mnoge druge namjene, osim onih kada se traži da karta najsitnijeg mjerila treba obuhvatiti cijeli svijet. Smatramo da je karte u četiri najsitnija mjerila trebalo izraditi u ekvivalentnoj azimutnoj umjesto u vanjskoj perspektivnoj azimutnoj projekciji. To što su karte u svim mjerilima, osim četiriju najsitnijih, u konformnim ili blizu konformnim projekcijama s kartografskog staništa dobro je rješenje jer ni na jednoj od tih karata deformacije duljina i površina nisu golim okom zamjetljive. Osim toga *Google Maps* raspolaže alatom za mjerenje duljina i površina kojima se dobivaju vrijednosti na elipsoidu, dakle bez deformacija projekcije.

Nedjeljko Frančula ■

1 : 20 000 000 and 1 : 10 000 000) were produced in the azimuthal projection. According to recommendations by cartographers, the most suitable projection for maps of hemispheres is the equal-area azimuthal projection (Ginzburg and Salmanova 1957). We compared the shape of continents in the transverse equal-area azimuthal projection with the shape of continents in *Google Maps* and determined the equal-area azimuthal projection was not applied. Shapes of continents in the transverse orthographic projection (Figure 1) are a good match, but not complete, with *Google Maps* (Figure 3). Therefore, it can be concluded that maps at the four smallest scales were produced, as in *Google Earth*, in external per-

spective azimuthal projection, special case of general perspective projection.

In conclusion, the *Web Mercator* projection with a variable scale also plays a key role in solving navigation tasks in the new mathematical basis of *Google Maps*. These tasks can be solved on maps of large scales, and according to our research, it is evident that *Google Maps* contains maps of large scales of the entire populated world in the *Web Mercator* projection. All maps at large scales up to 1 : 312 000 were produced in that projection, even at latitudes between $\varphi = 70^\circ$ and $\varphi = 80^\circ$.

If our evaluation of the new mathematical basis of *Google Maps* is correct, then these maps can be used not only for land-based navigation,

but also for many other purposes, except when a map of the smallest scale needs to encompass the entire world. We think maps at the four smallest scales should have been produced in the equal-area azimuthal projection instead of the external perspective azimuthal projection. Since maps at all scales except the four smallest ones are in conformal or approximately conformal projection is good from a cartographic point of view because they make it so that distortion of lengths and areas cannot be noticed with the naked eye. In addition, *Google Maps* features a tool for measuring lengths and areas which yields values on the ellipsoid, i.e. without distortion of the projection.

References / Literatura

- Bildirici I O (2015) The Web Mercator Projection: A Cartographic Analysis. In Proceedings of the 1st ICA European Symposium on Cartography, edited by G. Gartner, and H. Huang, 221–231. Vienna: Research Group Cartography, Vienna University of Technology. https://publik.tuwien.ac.at/files/PubDat_242921.pdf (15 Dec 2018)
- Committee on Map Projections (1989) Geographers and Cartographers Urge End to Popular Use of Rectangular Maps, *The American Cartographer*, 3, 222–223
- Favretto A (2014) Coordinate Questions in the Web Environment, *Cartographica* 3, 164–174
- Ginzburg G A, Salmanova T D (1957) Atlas dlja vybora kartografičeskijh projekcij. Trudy CNIIGAIK, Bd. 110, Moskva
- Google Maps Help (2018) How to use Google Maps. <https://support.google.com/maps/answer/144349?hl=en> (15 Dec 2018)
- Hecht B, Gergle D (2011) A Beginner's Guide to Geographic Virtual Communities Research. In Handbook of Research on Methods and Techniques for Studying Virtual Communities: Paradigms and Phenomena, edited by B. K. Daniel, 333–347 http://brenthecht.com/papers/bhecht_GeographicalVCRsearch_preprint.pdf (15 Dec 2018)
- Jenny B (2012) Adaptive Composite Map Projections, *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 12, 2575–2582
- Kuiper J A, Ayers A J, Holm M E, Nowak M J (2014) Python Coding of Geospatial Processing in Web-based Mapping Applications, Proceedings of the 13th Python in Science Conference (SciPy 2014), 41–47, <http://conference.scipy.org/proceedings/scipy2014/> (14 Dec 2018)
- Tutić D, Frančula N (2016) Google Maps – State of the Art of the Online Road Map / Google Maps – suvremena internetska autokarta. *Kartografija i geoinformacije* 15, 26, 110–113. <http://hrcak.srce.hr/179807> (15 Dec 2018)
- Strom T E (2011): Space, Cyberspace and Interface: The Trouble with Google Maps. *M/C Journal* 11 (3). <http://www.journal.media-culture.org.au/index.php/mcjournal/article/viewArticle/370> (15 Dec 2018)
- Zinn N (2010) Web Mercator: Non-Conformal, Non-Mercator, [http://www.hydrometronics.com/downloads/Web%20Mercator%20-%20Non-Conformal,%20Non-Mercator%20\(notes\).pdf](http://www.hydrometronics.com/downloads/Web%20Mercator%20-%20Non-Conformal,%20Non-Mercator%20(notes).pdf) (14 Dec 2018)

Nedjeljko Frančula ■