

Dr. IVAN PAVLOVIĆ

Docent na Ekonomskom fakultetu u Mostaru

Dr. BRANO MARKIĆ

Docent na Ekonomskom fakultetu u Mostaru

ANALITIČKI HIJERARHIJSKI PROCES U MARKETING ODLUČIVANJU

UDK 517:65.012

Pregledni rad

Primljeno: 30. ožujka 1996.

Sažetak

Analitički hijerarhijski proces je metoda o kojoj se kod nas vrlo malo pisalo i koja se malo primjenjuje. Metoda je pogodna upravo za pripremanje odluke u marketing odlučivanju. Cilj rada je prikazati ovu metodu sa nekim novim objašnjenjima, uključujući uporabu matrica i vektora u većem obujmu, i proširiti njezinu primjenu. Drugi cilj rada je prikazati sveobuhvatnost i širinu metode i mogućnost njezine primjene u promatranoj vrsti problema priprema za donošenje odluka. Ova metoda popunjava jedno dosta prazno područje aplikacija za koje nisu baš pogodne klasične metode operacijskih istraživanja. U matematici je poznat metod utvrđivanja utjecaja jedne varijable na funkciju ako ostale varijable smatramo konstantnim. Ta metoda je u analitičkom hijerarhijskom procesu zapravo proširena u smislu utvrđivanja utjecaja svake "varijable" prema drugoj, promatrano u parovima. Još je značajnije da se u to uspoređivanje ravnopravno uvode i kvalitativni i kvantitativni čimbenici i kriteriji. Donošenje odluke u marketing odlučivanju se mora temeljiti na znanstvenim i stručnim istraživanjima i pripremanje odluke je značajan element cjelokupnog poslovanja tvrtke. U radu smo pokazali mogućnost takvih istraživanja i analitički aparat koji nam kao rezultat daje alternative koje služe kao podloga za donošenje odluka.

Ključne riječi: *analitički hijerarhijski proces, analiza osjetljivosti, marketing odlučivanje, kvantitativne metode.*

1. UVOD

Odlučivanje u marketingu vezano je za kvalitativne i kvantitativne elemente i odnose. Svugdje, pa tako i u marketing odlučivanju, odluke mogu biti zasnovane na rezultatima znanstvenih i stručnih istraživanja na temelju postavljenih ciljeva, ali i na temelju iskustva ili intuicije. Ne možemo zanemariti sposobnost pojedinca da svojim iskustvom, znanjem i intuicijom utječe na odluke u smislu razmatranja ili poboljšavanja, ali nikako ne možemo prihvatiti da se odluke donose samo na osnovu toga. Pripreme za donošenje značajnih, ali i manje značajnih, odluka ne smije se prepustiti slučaju ili intuiciji. Znanstveni i stručni pristup donošenju odluka jedino je jamstvo za uspješno poslovanje i sigurnost u razvoju.

Znamo da je odlučivanje izbor između alternativa i da je izbor odluke temeljen na cilju koji se želi postići. Postavljanje ciljeva je zapravo početak odlučivanja u smislu da odlučivanje smatramo jednim procesom čiji je završetak donošenje odluke. Ciljevi mogu biti veoma različiti i njihovo razvrstavanje se može temeljiti na više principa, a mi ćemo ih za sada podijeliti na kvalitativne i kvantitativne.

Kvalitativni ciljevi su oni ciljevi koje želimo postići a ne možemo ih prikazati pomoću parametara, varijabli i jednadžbi ili nejednadžbi. U marketingu je to na primjer zadovoljstvo potrošača. Kvantitativne ciljeve možemo izraziti jednadžbama ili nejednadžbama sa parametrima i varijablama, možemo ih mjeriti određenim veličinama. Odnos kvalitativnih i kvantitativnih ciljeva, kao i ciljeva općenito, može biti suglasan ili kontradiktoran. Suglasnost se često može odražavati tako da je zapravo kvalitativan cilj posredno određen kao više kvantitativnih ciljeva čije se ostvarenje poklapa sa ostvarenjem promatranog kvalitativnog cilja.

Ako kvalitativne i kvantitativne ciljeve izražavamo čimbenicima, onda su i čimbenici kvalitativni i kvantitativni. Za ostvarenje ciljeva donosimo odluke i svaka odluka uključuje kvalitativne i kvantitativne čimbenike. Zbog toga ne bismo trebali govoriti o suprotnosti kvalitativnih i kvantitativnih ciljeva i čimbenika, nego upravo o njihovom dopunjavanju i međusobnom utjecaju. Ovim smo htjeli reći da su kvalitativni i kvantitativni ciljevi suglasni ili suprotstavljeni kao i svi ostali ciljevi, kvalitativni između sebe i kvantitativni između sebe.

Razmatrajmo sada uvođenje novog informacijskog sustava. Zahtjevi uključuju obje vrste čimbenika, kao na primjer cijena kao kvantitativni i njegova sofisticiranost kao kvalitativni čimbenik. Kada na temelju toga utvrdimo alternative, naravno analizirajući i jedne i druge čimbenike, vršimo konačnu analizu i rezultate predstavimo na način pogodan za uspoređivanje alternativa. Alternative su iskazane kvalitativno i kvantitativno, ali možemo vidjeti da li optimalna alternativa jest ili nije u suprotnosti sa postavljenim kvalitativnim ciljem ili ciljevima. Naravno, ovdje moramo reći da je vrlo važno utvrditi hijerarhiju ciljeva i na temelju toga vršiti vrjednovanje.

Donositelj odluke može izabrati alternativu koja nije kvantitativno najpovoljnija, ali može i iznova razmotriti kvantitativne čimbenike, prikupiti

još podataka i možda naći načina za usuglašavanje ciljeva. Donositelj ili skupina za donošenje odluka ipak ima intuiciju i iskustvo, ali to je sada sve izraženo u alternativni za koju se treba odlučiti.

Klasične metode operacijskih istraživanja su dosta "krute" s obzirom na ovakav odnos čimbenika i ciljeva u marketing odlučivanju. Neke metode su uključile postoptimalnu analizu sa određenim tehnikama mijenjanja parametara za dobivanje novih alternativa. Neke metode su "omekšale" postavljanje ciljeva na taj način da uključuju više ciljeva i određuju razine sa minimalnim odstupanjima. Ali to sve skupa u marketing odlučivanju je još uvijek dosta "tvrd" i do sada nema velike primjene tih metoda.

U tom nepopunjenom prostoru kvantitativnih aplikacija postoji potreba za razvijanjem takvih kvantitativnih metoda koje će više integrirati kvalitativne i kvantitativne ciljeve i čimbenike. Ne odbacujemo mogućnost uporabe klasičnih metoda operacijskih istraživanja, ali moramo naći metode koje će na "mekši" način povezivati kvalitativne i kvantitativne ciljeve i čimbenike. U marketingu, ali i u ostalim područjima, nikada ne postoji samo jedan cilj. Maksimiziranje profita jest jedan cilj, ali marketing odluke su od velike važnosti za svako područje funkcioniranja tvrtke. Skladnost i moral u tvrtki je također cilj kao i zadovoljstvo potrošača. Posljedice marketing odluke su složene i menadžeri uvijek žele postići više ciljeva istodobno. Neki ciljevi mogu biti konfliktni, kao maksimiziranje profita i zadovoljstvo potrošača, pa zbog toga treba dobro razmotriti svaku alternativu sa uvažavanjem svih ciljeva.

U posljednje vrijeme se razvija i primjenjuje kvantitativna metoda za pripremu donošenja odluka koja se zove analitički hijerarhijski proces. Metodu je razvio Thomas Saaty na Wharton School of Business. vrlo je pogodna za marketing odlučivanje a primjenu još više omogućava softverski paket koji je razvijen upravo za tu metodu. Prikaz ove metode temeljit će se na knjizi: AN ANALYTIC APROACH TO MARKETING DECISIONS od autora Robert F. Dyer i Ernest H. Forman, The George Washingtons University.

2. ANALITIČKI HIJERARHIJSKI PROCES

Složenost problema sa mnogo varijabli i parametara može zbuniti analitičara i istraživača. Poteškoće kod utvrđivanja odnosa tih elemenata dosta su velik problem. Ako tome dodamo istodobno promatranje više ciljeva onda možemo zaključiti: više kriterija - veća složenost, viši broj alternativa - veća složenost. Postavlja se problem ograničenja našeg mozga da drži svezu sa svim tim elementima, a da istodobno racionalno bira odluke. Problemi su uglavnom složeni i problem gubljenja kontrole stalno je nazočan. "Ako jedna osoba mora izabrati iz bloka od 20 različitih mogućnosti, ona će dati nesiguran odgovor jer taj rang nadvisuje propusne kanale percepcije. U mnogim slučajevima, sedam mogućnosti je približno

ograničenje kapaciteta kanala percepcije¹. Ovo je rezultat jednog istraživanja i prema njemu čovjek ima ograničenje da istodobno misli na najviše sedam stvari uspoređujući njihove odnose za prihvatljive zaključke. Rezultati tih istraživanja su pokazali upravo to da kapacitet kratkoročne ljudske memorije može držati sedam različitih elemenata.

Ako procjenjujemo međusobne odnose više mogućnosti naš mozak nije u stanju to sve pratiti i procjene će biti podložne trenutnom stanju sa vrlo velikim subjektivnim utjecajem. Ako bismo procjenjivali ili uspoređivali odnos dva elementa ili dvije mogućnosti onda bi rezultat bio neusporedivo bliže realnim odnosima, uključujući u to i naša subjektivna mišljenja. Analitički hijerarhijski proces se temelji na toj pretpostavci, odnosno na svodenje odnosa svih elemenata, kojih može biti jako mnogo, na odnose dvije i dvije alternative ili elementa. Svi odnosi se svode na utvrđivanje ili procjenjivanje odnosno međusobno uspoređivanje alternativa. To je ujedno i jedan element analitičkoga hijerarhijskog procesa.

Svi kriteriji nisu jednako važni pri odlučivanju. Moramo njihovu važnost rangirati procjenjivanjem i uspoređivanjem. To ćemo opet raditi u parovima, dva kriterija međusobno, zapravo svaki sa svakim. Ovo, ali i sva druga uspoređivanja, su pod utjecajem osobe koja vrši uspoređivanje, bez obzira jesu li čimbenici kvalitativni ili kvantitativni. Ne smijemo zaboraviti da se sve ove procjene vrše u suglasnosti s postavljenim ciljevima a to svakako znatno ograničava osobni utjecaj osobe koja to radi. Kriteriji koje razmatramo i koji su određeni kao elementi donošenja odluka mogu jednako biti kvantitativni kao i kvalitativni. To u analitičkom hijerarhijskom procesu ne predstavlja nikakav problem, čak što više, i uspoređivanja mogu biti kvalitativna i kvantitativna. To je jedna od značajnih osobina i prednosti ove metode. Ovo je još jedan element analitičkoga hijerarhijskog procesa.

Sintetiziranje rezultata uz utvrđivanje prednosti za donošenje odluka je sljedeći element analitičkog hijerarhijskog procesa.

2.1. Dekompozicija problema u hijerarhijski odnos

Složeni problemi sa puno komponenti u razmatranjima stvaraju određeno nesnalaženje zbog nemogućnosti istodobnog praćenja njihovih odnosa. Hijerarhijski odnos je vrlo blizak našem razmišljanju. Općenito, klasifikacija po hijerarhiji je značajan metod razmišljanja o iskustvu, promatranjima, entitetima i informacijama. Naše razmišljanje o složenoj strukturi je da to rastavimo u posebne dijelove poredane po nekom redu

1 James Martin, design of Man-Computer Dialogues, Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1973, str. 334.

kako bismo se u datom momentu mogli koncentrirati na pojedine karakteristike nekog dijela.

Osnovna struktura analitičkog hijerarhijskog procesa sastoji se od sljedećih elemenata:

- cilj,
- kriteriji,
- alternative.

U tabeli 1. prikazat ćemo tipove struktura analitičkog hijerarhijskog procesa prema E. Formanu, preuzeto iz: "Decision Support for Executive Decision Makers", Information Strategy, The Executive Journal, tom 1, 1985, str. 4.

Tabela 1.

-
- cilj, kriterij, alternative
 - cilj, kriterij, potkriterij, alternative
 - cilj, scenarij, kriterij (potkriterij), alternative
 - cilj, činitelji, kriterij (potkriterij), alternative
 - cilj, ..., potkriteriji, nizovi intenziteta (mnogo alternativa)
 - cilj, ..., grupe alternativa, alternative (više od nekoliko, manje od mnogo)
-

Iz tabele 1. vidimo da su tipovi struktura prilagođeni složenosti problema. Prvi tip je osnovni tip, a to je cilj, kriterij, alternative. Svaki dalji nivo je za složenije i složenije probleme. U ovom radu koristit ćemo prvi tip, tj. osnovni tip.

Cilj je postavljen u samom problemu, tj. određivanjem problema istodobno smo odredili i cilj. Sve drugo je strukturirano tako da nas vodi ostvarenju tog cilja.

Kriterij je element ili čimbenik strukture u okviru kojega ćemo razmatrati alternative postavljenog cilja.

Alternative su mogućnosti različitog izbora odluke za postizanje postavljenog cilja. Određivanjem alternativa zapravo određujemo različite odluke koje ćemo donijeti nakon utvrđivanja svih elemenata analitičkog hijerarhijskog procesa.

Sa potkriterijima možemo detaljizirati kriterij i imati određene alternative u okviru tog kriterija. Potkriterije uvodimo ako želimo u jednom kriteriju razdvojiti neke različite mogućnosti.

Scenario se nalazi između cilja i kriterija i mogu biti uključeni rezultati različitih tehnika prognoziranja, kao analiza vremenskih nizova ili regresijska analiza.

Činitelji su osobe koje sudjeluju u donošenju odluka. Najčešće su to grupe sa svim elementima grupnog odlučivanja. U teoriji DSS i GDSS je

definirana posebno ova komponenta koja se iz tih metoda prenosi u analitički hijerarhijski proces. Članovi skupine mogu imati različit pristup i svaki kao osoba ima svoje osobine i sposobnosti. Sve češće se grupe organiziraju na principu hijerarhije.

Sve ove elemente poredamo u razine, tako da je prva razina cilj, druga razina kriterij i tako dalje, ovisi o tome za kakvu smo se strukturu opredijelili.

2.2 Utvrđivanje prioriteta na uspoređivanju u parovima

Najznačajnija teorijska pretpostavka i zapravo temelj analitičkog hijerarhijskog procesa je uspoređivanje alternativa u parovima. Drugi značajan element je razvoj kvantitativne tehnike i metoda za obradu tako uspoređenih parova.

Ljudi su skloni uspoređivanju dvaju elemenata ili objekata i dosta precizno uspoređuju njihove odnose, svakako uključujući njihove subjektivne sklonosti. Kod analitičkog hijerarhijskog procesa značajno je da je procjenjivanje odnosa elemenata jednako kod čimbenika koji su kvalitativni kao i onih koji su kvantitativni. Za procjenu odnosa kvantitativnih čimbenika prisutna je veća objektivnost, ali i tada ostaje sloboda osobi koja procjenjuje da u određenom slučaju više daje prednost jednom nego drugom.

Utvrđivanje odnosa između dva čimbenika ili alternative podrazumijeva određivanje količnika uspoređivanja. Naravno, ne trebamo procjenjivati odnos čimbenika koji su izraženi standardima, kao odnos metra i centimetra, ali ako uspoređujemo nijanse neke boje onda možemo procijeniti da je jedna jednako svijetla kao druga ili da je prva dva ili tri puta svjetlija od druge. I kvantitativne čimbenike i alternative možemo procjenjivati u paru sa elementima jednakoznačnosti i nejednakoznačnosti. Ako su cijene jednog faktora 1.000 Kn a drugog faktora 1.500 Kn, ne znači da će automatski njihov odnos za odlučivanje biti 2:3, jer to opet ovisi od toga što smo postavili kao cilj i kako mi procjenjujemo odnos. Možemo procijeniti da ta dva faktora jednako koštaju do toga da je drugi faktor ekstremno skuplji od prvog faktora.

Procjenjivanje je karakteristično po tome da može biti korišteno za uspoređivanje bilo kakvih čimbenika, uvažavajući karakteristike čimbenika i postavljene ciljeve. Procjenjivanje u parovima vrši osoba ili skupina koja je zadužena za pripremu odluka. Znamo da sklonost osobe ili skupine ima utjecaj na procjenu. Značajno je naglasiti da se te nijanse sklonosti u značajnom iznosu eliminiraju kada imamo više parova u različitim okolnostima, a posebno kod izvođenja zaključaka sa matematičkom obradom. Rezultati su vrlo impresivni kada vidimo da model formiran na ovaj način daje mogućnosti odlučivanja i onda kada su čimbenici i alternative ponekad tako isprepleteni ili zamršeni da osjećamo kako ih

poništava naša subjektivnost, a da je u prvi plan izišla racionalnost razmišljanja i općenito prihvaćene vrijednosti.

Moramo napomenuti da u ovom modelu možemo uspoređivati i subjektivne kvalitete, kao recimo ukuse, i izražavati ih u brojkama. Jedna osoba može voljeti dvaput više jabuku nego mandarinu, a druga osoba baš suprotno - dvaput više voljeti mandarinu nego jabuku. Sve ovo može prihvatiti analitički hijerarhijski proces, analizirati i dovesti do alternativnih odluka.

Proces računanja se zasniva na teoriji matrica sa uključenim elementima računa karakterističnih vrijednosti i karakterističnih vektora. To je za nematematičare novi problem. Ovaj račun ćemo izložiti u radu, ali to neće predstavljati poseban problem za nematematičare, jer ćemo za razumijevanje problema to pokazati na primjeru, a osim toga taj račun je integriran u softverski paket koji je razvijen upravo za analitički hijerarhijski proces. Taj potrební matematički račun prikazat ćemo za one koji hoće detaljnije ući u problem izvođenja prednosti, a ostali taj dio mogu informativno pročitati. Mogli smo taj račun dati u dodatku, ali smatramo da je bolje potpuno ga prikazati u ovom dijelu rada.

2.3. Matrica procjene parova

Pretpostavimo da imamo n mogućnosti. Za svaki kriterij vršimo posebno uspoređivanje alternativa u parovima. Pretpostavimo da imamo m kriterija. Razmatrajmo sada jedan kriterij sa svakom od alternativ.

Princip uspoređivanja u parovima sastoji se od uspoređivanja svake alternative prema svakoj, u parovima, na osnovu tabele 2.

Tabela 2.

SKALA USPOREĐIVANJA PAROVA ZA AHP²

Verbalna procjena	Numerička procjena
Izuzetno dajemo prednost	9
Vrlo jako do izuzetno	8
Vrlo jako dajemo prednost	7
Jako do vrlo jako	6
Jako dajemo prednost	5
Umjereno do jako	4
Umjereno dajemo prednost	3
Jednako do umjereno	2
Jednako dajemo prednost	1

2 Robert F. Dyer & Ernest H. Forman, AN ANALYTIC APPROACH TO MARKETING DECISIONS, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, str. 91.

Iz tabele vidimo da možemo vršiti kvalitativno i kvantitativno uspoređivanje kvalitativnih i kvantitativnih čimbenika i alternativa i da je to po načinu i odnosu jednako. Ako nekoga pitamo koliko više voli jabuke nego mandarine on se može opredijeliti za jedan broj od 1 do 9 ili može verbalno kazati da izuzetno daje prednost jabukama u odnosu na mandarine. Sve verbalne alternative su mu na raspolaganju i može se opredijeliti za bilo koju od njih. Naravno, mi ćemo toj verbalnoj prednosti dodijeliti odgovarajući broj za potrebe nastavka analize i utvrđivanja parametara.

Osim uspoređivanja alternativa na osnovu tabele 2. vršit ćemo uspoređivanje kriterija međusobno, također u parovima. Ako trebamo donijeti odluku o kupnji automobila usporedit ćemo, među ostalim, također po tablici 2. , koliko dajemo prednost cijeni u odnosu na komfor i sve druge kriterije kupnje automobila, koji, recimo, mogu biti potrošnja goriva i druge.

Već smo rekli da promatramo jedan kriterij. Sada promatramo alternativu 1. Odredimo njezinu prednost prema svakoj drugoj alternativni pojedinačno. Dobivene brojeve označimo sa a_{1j} , $j = 2, 3, \dots, n$. Element a_{1k} nam znači datu prednost alternative 1. prema alternativni koju smo označili sa k. Iza toga promatramo alternativu 2. i odredimo njezine prednost prema alternativama 3. do n. Dobivene brojeve označimo sa a_{2j} , $j = 3, 4, \dots, n$. Značenje elemenata a_{2j} je isto kao i elemenata a_{1j} . Nastavimo tako do predzadnje alternative za koju je ostalo još samo da je usporedimo sa zadnjom alternativom. Zadnju mogućnost nemamo s čim uspoređivati.

Praktični problemi se javljaju kada recimo alternativni 2. ne dajemo prednost prema alternativni 5. nego baš suprotno, prednost dajemo alternativni 5. u odnosu na alternativni 2. To riješimo na taj način da odredimo prednost alternative 5. prema alternativni 2. i uzmemo recipročnu vrijednost tog broja.

Ako prihvatimo da je svaka alternativni u prednosti jednaka prema samoj sebi, onda ćemo dobiti brojeve a_{ii} koji su jednaki jedinici za svako i, tj. $a_{ii} = 1$ za svako i.

Dalje razmišljamo da ako je prednost alternative k prema alternativni l jednaka a_{kl} onda je prihvatljivo, i u suglasnosti sa svim razmišljanjima, da je prednost alternative l prema alternativni k jednaka recipročnoj vrijednosti od a_{kl} , tj. da je $a_{lk} = 1/a_{kl}$.

Ovako smo dobili elemente a_{ij} jedne matrice koju ćemo zvati matrica uspoređivanja parova alternativa za jedan kriterij i tu matricu ćemo označiti sa A.

2.4. Karakteristične vrijednosti i karakteristični vektori matrice

Objasniti ćemo elemente teorije matrica i to onoliko koliko je potrebno za razumijevanje ove materije. Nećemo ulaziti u dokaze nego ćemo preuzeti tvrdnje i zaključke koji su u matematici utvrđeni.

Ako imamo kvadratnu matricu A tada jednadžba

$$AX = \lambda X$$

ili $(\lambda I - A)X = 0$

gdje je λ skalar, X je vektor, I je jedinična matrica, 0 je nulvektor, ima važnu ulogu. Ova jednadžba zove se karakteristična jednadžba matrice A , skalar λ se zove karakteristična vrijednost i vektor X se zove karakteristični vektor.

Ako matricu $\lambda I - A$ označimo sa A' a njezine elemente sa a'_{ij} onda će formula za izračunavanje tih elemenata biti

$$a'_{ij} = -a_{ij}, \text{ za } i \text{ različito od } j, \quad a'_{ii} = \lambda - a_{ii}$$

Ako vektor X nije nulvektor, tj. ako mu je barem jedna komponenta različita od nule, onda se karakteristična jednadžba svodi na

$$\lambda I - A = 0$$

Ova jednadžba se naziva karakterističan polinom matrice A .

Karakteristični polinom je jednadžba n -tog reda sa nepoznicom λ . U općem slučaju, ta jednadžba ima n različitih rješenja. Ta rješenja je u općem slučaju teško naći, a osim toga vrijednosti λ mogu biti i kompleksni brojevi. Problem rješenja opće jednadžbe n -tog stupnja je već za $n = 4$ vrlo složeno i nema općih pravila. Problemom rješavanja ovih jednadžbi bavi se jedna posebna teorija u matematici.

Kada bi matrica A bila dijagonalna, tj. da su svi elementi van dijagonale jednaki nuli, karakteristični polinom bi tada izgledao

$$(\lambda - a_{11})(\lambda - a_{22}) \dots (\lambda - a_{nn}) = 0$$

iz čega bi slijedilo da je

$$\lambda_1 = a_{11}, \lambda_2 = a_{22}, \dots, \lambda_n = a_{nn}$$

što je vrlo povoljno i olakšava cijeli račun sa karakterističnim vrijednostima. Tada bi izraz

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n$$

bio jednak zbroju elemenata na dijagonali, a taj zbroj se zove trag matrice.

Jedan poseban skup kvadratnih matrica ima osobinu da se može svesti na dijagonalnu matricu i te matrice zovemo ortogonalne ili ortonormirane matrice. Matrica A je ortonormirana ako je njezina inverzna matrica jednaka transponiranoj matrici, tj. ako je

$$A^T = A^{-1}$$

Iz ove jednakosti slijedi da je

$$A^T A = I \quad \text{i} \quad A A^T = I$$

gdje je I jedinična matrica. Ove dvije jednakosti nam znače da su stupci ($A^T A = I$) i redci ($A A^T = I$) ortonormirani niz vektora.

Sada ćemo promatrati jednu matricu W u sljedećem obliku

$$W = \begin{pmatrix} w1/w1 & w1/w2 & w1/w3 & \dots & w1/wn \\ w2/w1 & w2/w2 & w2/w3 & \dots & w2/wn \\ w3/w1 & w3/w2 & w3/w3 & \dots & w3/wn \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ wn/w1 & wn/w2 & wn/w3 & \dots & wn/wn \end{pmatrix}$$

Možemo uočiti neke osobine ove matrice. To je kvadratna matrica koja na dijagonali ima jedinice i simetrični elementi su inverzne vrijednosti. Jednu osobini ćemo posebno istaknuti a to je da je svaki redak matrice proporcionalan sa prvim retkom. Tako elemente drugog retka možemo dobiti množeći elemente prvog retka sa $w1/w2$ i tako dalje sve ostale retke. Na osnovu toga zaključujemo da je rang ove matrice jednak jedan.

Ako je rang matrice W jednak jedan onda će sve karakteristične vrijednosti biti jednake nuli osim jedne. Trag matrice W bit će jednak vrijednosti lambda koji nije jednak nuli i ta karakteristična vrijednost bit će jednaka n, rang matrice pošto su svi elementi na dijagonali jednaki jedan. Matrica W je strogo konzistentna jer je

$$a_{ik} \cdot a_{kj} = a_{ij} \quad \text{za svako } i, j$$

Ako znamo matricu W a ne znamo vrijednosti $w1, w2, \dots, wn$ tada te vrijednosti, što je zapravo vektor $v = \begin{pmatrix} w1 \\ w2 \\ \dots \\ wn \end{pmatrix}$, možemo izračunati iz jednadžbe

$$\begin{pmatrix} w1/w1 & w2/w2 & w1/w3 & \dots & w1/wn \\ w2/w1 & w2/w2 & w2/w3 & \dots & w2/wn \\ w3/w1 & w3/w2 & w3/w3 & \dots & w3/wn \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ wn/w1 & wn/w2 & wn/w3 & \dots & wn/wn \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w1 \\ w2 \\ w3 \\ \dots \\ wn \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n \cdot w1 \\ n \cdot w2 \\ n \cdot w3 \\ \dots \\ n \cdot wn \end{pmatrix}$$

Rješavanje gornje matricne jednadžbe, ako znamo matricu W, dobit ćemo vektor v. Gornja matricna jednadžba je ustvari karakteristična jednadžba, jer je možemo napisati kao

$$W \cdot v = n \cdot v$$

Vrijednost n je karakteristična vrijednost i to je jedina karakteristična vrijednost različita od nule. Vektor v je karakterističan vektor različit od nulvektora.

Opet na osnovu teorije matrica, ako ulazni elementi u matricu W su malo narušeni onda će i izlazni elementi također biti malo narušeni. Među izlaznim elementima nalazi se i karakteristična vrijednost λ . Tada matrica W neće biti strogo konzistentna. Trag matrice, ili zbroj svih elemenata na dijagonali, neće biti točno jednako n i tako dobivenu vrijednost za λ označit ćemo sa λ_{\max} i karakteristična jednadžba sada će glaziti

$$W \cdot v = \lambda_{\max} \cdot v$$

Vrijednost λ_{\max} bit će blizu jednako n , odnosno u svakom slučaju bit će malo veće ili jednako n .

Odatle, razlika $\lambda_{\max} - n$ može poslužiti kao mjera nekonzistentnosti matrice W . Saaty³ je definirao index konzistencije u sljedećem obliku

$$(\lambda_{\max} - n)/(n - 1)$$

i on predstavlja prosjek ostataka karakteristične vrijednosti. Stroga konzistentnost je postignuta ako je taj koeficijent jednak nuli. Potpuna nekonzistentnost bi bila postignuta kada bi ovaj koeficijent bio jednak jedan.

2.5. Određivanje koeficijenata prioriteta

Matricu A , koju smo dobili kao rezultat uspoređivanja parova alternativa, možemo sada smatrati promatranom matricom W u cilju određivanja koeficijenata prioriteta pojedinih alternativa. Matrica A nije strogo konzistentna, ali je vrlo blizu konzistentnosti. Stroga konzistentnost bi bila postignuta kada bi procjene prednosti bile izvedene iz određenih prednosti samo prve alternative prema ostalih $n-1$ alternativa. To znači, ako smo odredili prednosti prve alternative prema ostalim, tj. odredili smo a_{1j} $j = 2, 3, \dots, n$; onda bi bile određene sve prednosti. Ako bi to bilo tako onda bi matrica A bila upravo matrica W i sve druge prednosti bi bile rezultat uspoređivanja dobivenih prednosti.

Nekonzistentnost uspoređivanja se sastoji u tome da ako smo odredili prednost prve alternative prema drugoj i prve alternative prema trećoj, nismo automatski odredili prednost druge alternative prema trećoj. Prednost druge alternative prema trećoj možemo slobodno odrediti, ali u svakom slučaju to ima veze sa prednošću prve alternative prema drugoj i prema trećoj. Ako bi to bila funkcionalna veza koja bi se izvodila računskim izjednačavanjem, onda bi matrica A bila strogo konzistentna. Konzistentnost se sastoji u tome da se mi držimo principa da ako je prednost prve alternative prema drugoj 2 a prema trećoj 8 tada prednost druge alternative prema trećoj bi morala biti 4. Mi na to ne obvezujemo osobe koje pripremaju odluku, ali odstupanje od principa konzistentnosti bit

3 Robert F. Dyer & Ernest H. Forman, ibidem, str. 113.

će izmjereno koeficijentom i pokazat će koliko smo bili dosljedni. Koeficijent konzistentnosti će kazati koliko smo nasumce i slučajno određivali prednosti.

Za određivanje koeficijenta prioriteta smatrat ćemo da je matrica A vrlo blizu matrice W . Matrica W ispunjava uvjete normalnosti sa karakterističnim vrijednostima i karakterističnim vektorima. Računanje prioriteta zasnivat će se na tim pretpostavkama, čak što više, vektor v kao vektor prioriteta je zapravo karakteristični vektor matrice W , odnosno A , a vrijednost λ je karakteristična vrijednost matrice W a λ_{\max} je karakteristična vrijednost matrice A . To znači, ortonormirat ćemo stupce matrice A i iz toga odrediti vektor prioriteta, a istodobno ćemo pratiti konzistentnost i utvrđivati jesmo li u dozvoljenim granicama.

Postupak se sastoji od nekoliko koraka koje ćemo sada opisati. Nećemo ih strogo matematički razvijati jer ti koraci proizlaze iz teorije ortonormiranih matrica.

Polazimo s pretpostavkom da imamo matricu A . Prvi stupac ćemo normirati tako da ćemo zbrojiti sve elemente stupca i sa dobivenim brojem dijelimo svaki element tog stupca. Zapravo, izvršit ćemo transformaciju matrice A u matricu A' na sljedeći način:

$$a'_{k1} = a_{k1} / (a_{11} + a_{21} + \dots + a_{n1})$$

Iz prethodne relacije vidi se da je zbroj elemenata prvog stupca matrice A' jednak 1. To je rezultat normiranja prvog stupca. Iza toga normiramo sve ostale stupce i tako dobijemo matricu A' sa elementima a'_{ij}

Sljedeći korak je da transformiramo matricu A' u vektor v koji ima komponente $(v_1 \ v_2 \ \dots \ v_n)$ koje su jednake zbroju svih elemenata odgovarajućeg retka podijeljenog sa brojem n . To vidimo iz sljedeće formule

$$v_k = (a'_{k1} + a'_{k2} + \dots + a'_{kn}) / n$$

Dobiveni vektor v predstavlja prioritete alternativa od 1 do n iskazanih u koeficijentima u rasponu od 0 do 1. Veći koeficijent znači veći prioritet.

2.6. Mjerenje konzistentnosti

Ostaje nam još da izmjerimo konzistentnost. Već smo razmatrali taj problem, a sada ćemo ga još malo dopuniti i pokazati izračunavanje količnika konzistentnosti.

Razlomak konzistentnosti se dobije u nekoliko koraka. Objasniti ćemo korak po korak.

Prvi korak se sastoji u tome da startamo sa originalnom matricom A . Stupce matrice A transformiramo tako da svaki stupac pomnožimo sa odgovarajućom komponentom vektora v . Prvi stupac pomnožimo sa v_1 , drugi sa v_2 i tako do kraja.

Drugi korak se sastoji u tome da u tako dobivenoj matrici, označimo je sa A_p , zbrojimo elemente svakog retka i dobili smo jedan vektor, označimo ga sa c .

Treći korak se sastoji u tome da komponente vektora c dijelimo sa odgovarajućim komponentama vektora v . Dobivene vrijednosti zbrojimo i podijelimo sa brojem n . Tako dobivena vrijednost je karakteristična vrijednost λ_{\max} . Sada računamo koeficijent konzistentnosti kako smo već pokazali. Koeficijent konzistentnosti označimo sa CI i on je jednak:

$$CI = (\lambda_{\max} - n) / (n - 1)$$

Razlomak konzistencije dobit ćemo tako da koeficijent CI podijelimo sa slučajnim indexom koji smo označili sa RI . Slučajni index je index konzistencije od mnogo slučajno generiranih matrica uspoređivanja parova veličine n , i dobiveni su sljedeći podaci:

n	RI
2	0.00
3	0.58
4	0.90
5	1.12
6	1.24
7	1.32
8	1.41

Izvor: Robert F. Dyer & Ernest H. Forman, *ibidem*, str. 95.

Razlomak konzistencije $CR = CI/RI$ nam kaže koliko smo bili konzistentni, dosljedni, u procjenjivanju prednosti parova alternativa. Ovako kako je konstruiran količnik konzistencije smatra se da je konzistentnost u dozvoljenim granicama ako je taj količnik manji od 0.10.

2.7. Konstrukcija općeg prioriteta

Po ranije opisanom postupku odredimo prioritete za svaki kriterij. Tako dobijemo prioritete za sve kriterije pojedinačno. Označimo sa v_1 vektor prioriteta za prvi kriterij, sa v_2 vektor prioriteta za drugi kriterij i tako do broja m , jer smo rekli da imamo m kriterija. Na ovaj način smo dobili m vektora prioriteta.

Odredimo sada prioritete kriterija, jer nam svi prioriteti nisu jednako važni za donošenje odluke. Na isti način kao kod određivanja prioriteta alternativa, odredimo prioritet kriterija po sustavu uspoređivanja parova kriterija. Matematička procedura određivanja prioriteta kriterija je potpuno ista kao određivanje prioriteta alternativa unutar kriterija. Dobiveni vektor prioriteta kriterija označimo sa k , tj. $k = (k_1 \ k_2 \ \dots \ k_m)$.

Formiramo sada finalnu matricu, označimo je sa B , tako da ćemo u prvi stupac staviti vektor prioriteta u odnosu na prvi kriterij, u drugi redak vektor prioriteta u odnosu na drugi kriterij i tako do kraja. Prema tome, stupci matrice B su vektori prioriteta kriterija i ta matrica je dimenzija $n \times m$, tj. ima onoliko redaka koliko imamo alternativa i onoliko stupaca koliko imamo kriterija. Matrica B se može napisati kao $B = (v_1 v_2 \dots v_m)$.

Konačan prioritet dobit ćemo kao vektor, označimo ga sa p , koji dobijemo kao linearnu kombinaciju vektora v_1, v_2, \dots, v_m i komponenti vektora k_1, k_2, \dots, k_m . Vektor p ćemo dobiti prema sljedećoj formuli

$$p = k_1.v_1 + k_2.v_2 + \dots + k_m.v_m = (p_1 p_2 \dots p_n)^T$$

Elementi vektora p su koeficijenti ukupnih prioriteta alternativa, i to p_1 je koeficijent ukupnog prioriteta prve alternative, p_2 je koeficijent ukupnog prioriteta druge alternative i tako do p_n je vektor ukupnog prioriteta n -te alternative.

2.8. Analiza osjetljivosti ili što - ako

Kod određivanja općeg prioriteta značajnu ulogu ima uspoređivanje kriterija, odnosno vektor prioriteta kriterija. Koeficijenti prioriteta pojedinih kriterija se množe sa koeficijentima prioriteta alternativa dobivenih unutar jednog kriterija. Ako je koeficijent prioriteta jednog kriterija 0.45 to znači da smo tom kriteriju u ukupnom odlučivanju dali značaj 45%. To je dosta važno, jer u ukupnom prioritetu taj kriterij sudjeluje sa 45%.

Što ako donositelj odluke zaključi da smo nekom kriteriju, po njegovom mišljenju, dali prevelik ili premalen značaj. Naravno, mogli bismo postupak ponoviti ali postavljamo sebi pitanje da li možemo nekom drugom analizom pokazati variranje koeficijenata ukupnih prioriteta u ovisnosti o smanjenju ili povećanju značaja jednog kriterija, naravno na štetu drugih. Odgovor je potvrđan, to radimo pomoću analize osjetljivosti.

Analiza osjetljivosti se provodi na grafu na kome prikazujemo pojedine kriterije i koeficijente prednosti za taj kriterij i ukupne koeficijente prednosti. Na os apscisa nanosimo prednost promatranog kriterija. U dobivenoj točki podignemo okomicu i na toj okomici nanesimo ukupne prednosti za svaku alternativu. U točki 1 na istoj osi nanesimo okomicu na koju nanesimo prednosti alternativa za taj kriterij. Ove točke spojimo i dobijemo grafove pravce na osnovu kojih možemo donositi zaključke. Nećemo više teorijski objašnjavati jer bi bilo dosta nejasno, ali ćemo to sve pokazati na sljedećem problemu i detaljno ćemo to objasniti.

3. JEDAN PROBLEM ANALITIČKOG HIJERARHIJSKOG PROCESA

3.1. Određivanje problema

Osoba A je dobila zadaću da pripremi odluku za nabavku računalskog sustava za tvrtku. Za to su određeni osnovni elementi koje računalski sustav mora zadovoljavati. Prikupljene su ponude sa svim potrebnim elementima. Razmatranjem ponuda utvrđeno je da tri ponude zadovoljavaju osnovne elemente, označimo ih sa A, B, C.

Za pripremu odluke za nabavku odlučeno je koristiti analitički hijerarhijski proces. Osoba zadužena za pripremu odluke je upoznata sa osnovnim i dopunskim kriterijima i pristupila je poslu za analizu i pripremu odluke.

3.2. Razvoj hijerarhije

Prvo odredimo cilj, zatim kriterije i onda alternative. Odlučili smo se za osnovnu strukturu analitičkog hijerarhijskog procesa, tj. cilj, kriterij, alternative.

Cilj smo zapravo već odredili. To je izbor najboljeg računalskog sustava koji će kupiti za tvrtku.

Kriterije ćemo odrediti s obzirom na elemente koji su značajni za kupnju i rad računalskog sustava. Nakon detaljnog analiziranja odlučili smo se za kriterije i to: cijena, sigurnost rada, mogućnost dogradnje i proširenja, softverska podrška.

Prvi kriterij se odnosi na cijenu sustava. Ponuda A ima cijenu 21.000 USD, ponuda B ima cijenu 25.000 USD i ponuda C ima cijenu 28.000 USD.

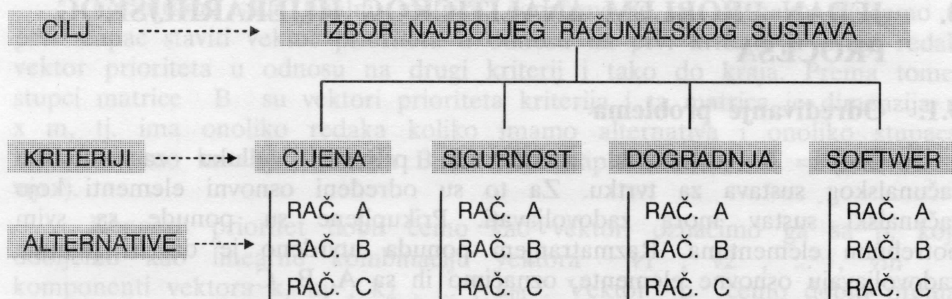
Drugi kriterij se odnosi na sigurnost rada sustava, skupa sa kvalitetom održavanja, broj intervencija i brzinu otklanjanja nedostataka. Ovaj kriterij ćemo dalje zvati samo sigurnost. Osoba zadužena za pripremu odluke izvršila je potrebna istraživanja o svim ponuđenim računalskim sustavima i posjeduje potrebne informacije za svaki sustav.

Treći kriterij se odnosi na mogućnost dogradnje sustava i proširenje kapaciteta za slučaj da bude potrebno s obzirom na razvoj tvrtke i poslove koji se očekuju. Ovaj kriterij ćemo zvati dogradnja.

Četvrti kriterij je softverska podrška, gdje se uključuje i mogućnost korištenja dosadašnjih programa i znanje osoblja vezano za programsku podršku. Ovaj kriterij ćemo zvati softwer. Osoba za pripremu odluke je sve istražila vezano za kriterij tri i četiri i ima sve potrebne informacije.

Alternative su ovim već određene. Imamo ih tri i to su kupnja računalskog sustava A ili B ili C.

Na temelju svega, ukupna struktura izgleda ovako:



3.3. Uspoređivanje parova

Uspoređivanje vršimo sa sljedećim parovima:

- 1) Relativne prednosti tri računala u odnosu na cijenu
- 2) Relativne prednosti tri računala u odnosu na sigurnost
- 3) Relativne prednosti tri računala u odnosu na dogradnju
- 4) Relativne prednosti tri računala u odnosu na softwer
- 5) Relativne prednosti četiri kriterija u odnosu na njihov značaj za izbor najboljeg računalskog sustava

Na temelju svih prikupljenih podataka i informacija, osoba zadužena za pripremu odluke je odredila relativne prednosti za sva četiri kriterija i za sve alternative u tim kriterijima. Sve to prikazat ćemo u sljedećoj tabeli 3.

Tabela 3.

CIJENA	RAČ. A	RAČ. B	RAČ. C
RAČ. A		2	8
RAČ. B			5
RAČ. C			
SIGURNOST			
RAČ. A			
RAČ. B	3		
RAČ. C	5	2	
DOGRADNJA			
RAČ. A			
RAČ. B	5		
RAČ. C	6	2	
SOFRWER			
RAČ. A			4
RAČ. B		3	6
RAČ. C			

Na temelju tabele 3 formiramo odgovarajuće matrice uspoređivanja parova. Imamo 4 takve matrice.

$$A1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 8 \\ 1/2 & 1 & 5 \\ 1/8 & 1/5 & 1 \end{vmatrix}$$

$$a2 = \begin{vmatrix} 1 & 1/3 & 1/5 \\ 3 & 1 & 1/2 \\ 5 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$A3 = \begin{vmatrix} 1 & 1/5 & 1/6 \\ 5 & 1 & 1/2 \\ 6 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$A4 = \begin{vmatrix} 1 & 1/3 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \\ 1/4 & 1/6 & 1 \end{vmatrix}$$

Za svaku matricu izvršit ćemo normiranje stupaca. Radimo to tako da u svakoj matrici zbrojimo elemente jednog stupca i zatim sve elemente tog stupca podijelimo sa dobivenim zbrojem. Račun je jednostavan i mi ćemo prikazati dobivene matrice koje su normirane.

$$A'1 = \begin{vmatrix} 8/13 & 10/16 & 8/14 \\ 4/13 & 5/16 & 5/14 \\ 1/13 & 1/16 & 1/14 \end{vmatrix}$$

$$A'2 = \begin{vmatrix} 1/9 & 1/10 & 2/17 \\ 3/9 & 3/10 & 5/17 \\ 5/9 & 6/10 & 10/17 \end{vmatrix}$$

$$A'3 = \begin{vmatrix} 1/12 & 1/16 & 1/10 \\ 5/12 & 5/16 & 3/10 \\ 6/12 & 10/16 & 6/10 \end{vmatrix}$$

$$A'4 = \begin{vmatrix} 4/17 & 2/9 & 4/10 \\ 12/17 & 6/9 & 6/10 \\ 1/17 & 1/9 & 1/10 \end{vmatrix}$$

Za svaku od ovih matrica izračunamo sada vektore prioriteta. Radimo to tako da svaki redak matrice zbrojimo i podijelimo to sa tri, jer su tri mogućnosti. Pokazat ćemo kako će to izgledati za prvi redak matrice A'1

$$(8/13 + 10/16 + 8/14) / 3 = 0.604$$

Tako smo dobili vektore prioriteta za pojedine kriterije.

$$v_1 = \begin{pmatrix} 0.604 \\ 0.325 \\ 0.071 \end{pmatrix} \quad v_2 = \begin{pmatrix} 0.110 \\ 0.309 \\ 0.581 \end{pmatrix} \quad v_3 = \begin{pmatrix} 0.082 \\ 0.343 \\ 0.575 \end{pmatrix} \quad v_4 = \begin{pmatrix} 0.274 \\ 0.639 \\ 0.087 \end{pmatrix}$$

Na isti način ćemo procijeniti u parovima kriterije jedan u odnosu na drugi. Prikazat ćemo to u sljedećoj tabeli 4.

Tabela 4.

KRITERIJ	CIJENA	SIGURNOST	DOGRADNJA	SOFTWER
CIJENA		2	3	2
SIGURNOST			2	
DOGRADNJA				
SOFTWER		2	4	

Na temelju tabele 4. formirat ćemo matricu uspoređivanja parova za kriterije, i matrica će biti u sljedećem obliku:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 1/2 & 1 & 2 & 1/2 \\ 1/3 & 1/2 & 1 & 1/4 \\ 1/2 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Kao i ranije, formirat ćemo vektor prioriteta za kriterije normirajući stupce matrice A, a zatim zbrajati retke i dijeliti sa 4 pošto imamo 4 kriterija. Matrica normiranih stupaca će biti:

$$A' = \begin{pmatrix} 6/14 & 4/11 & 3/10 & 8/15 \\ 3/14 & 2/11 & 2/10 & 2/15 \\ 2/14 & 1/11 & 1/10 & 1/15 \\ 3/14 & 4/11 & 4/10 & 4/15 \end{pmatrix}$$

Vektor prioriteta k izračunat ćemo po poznatoj metodi i on će izgledati:

$$k = \begin{pmatrix} 0.046 \\ 0.183 \\ 0.100 \\ 0.311 \end{pmatrix}$$

3.4. Sinteza - konstrukcija opće prednosti

Formiramo matricu B na način kako smo to već opisali. Prije toga možemo, radi preglednosti, napisati tabelu koja će zorno predočiti sve odnose. To ćemo prikazati u tabeli 5.

Tabela 5.

ALTERNATIVA	KRITERIJ			
	CIJENA	SIGURNOST	DOGRADNJA	SOFTWER
RAČ. A	0.604	0.110	0.082	0.274
RAČ. B	0.325	0.309	0.343	0.639
RAČ. C	0.071	0.581	0.575	0.087

Matrica B , koju smo odredili ranije, izgledat će:

$$B = \begin{pmatrix} 0.604 & 0.110 & 0.082 & 0.274 \\ 0.325 & 0.309 & 0.343 & 0.639 \\ 0.071 & 0.581 & 0.575 & 0.087 \end{pmatrix}$$

Vektor općih prednosti p izračunat ćemo na temelju podataka matrice B , ili vektora v_1, v_2, \dots, v_m i vektora k .

$$p = k_1.v_1 + k_2.v_2 + k_3.v_3 + k_4.v_4$$

$$p = 0.406 \begin{pmatrix} 0.604 \\ 0.325 \\ 0.071 \end{pmatrix} + 0.183 \begin{pmatrix} 0.110 \\ 0.309 \\ 0.581 \end{pmatrix} + 0.1 \begin{pmatrix} 0.082 \\ 0.343 \\ 0.575 \end{pmatrix} + 0.311 \begin{pmatrix} 0.274 \\ 0.639 \\ 0.087 \end{pmatrix}$$

$$p = \begin{pmatrix} 0.359 \\ 0.421 \\ 0.220 \end{pmatrix}$$

Iz ukupne prednosti vidimo da je najbolje računalo B jer ima ukupni koeficijent najveći, 0.421. Iza njega dođe računalo A sa koeficijentom prednosti 0.359 i zadnje je računalo C sa koeficijentom prednosti 0.220.

3.5. Izračunavanje količnika konzistentnosti

Startamo sa matricama A_1 , A_2 , A_3 , A_4 , A i vektorima prednosti v_1 , v_2 , v_3 , v_4 i k . Transformiramo ove matrice na sljedeći način: prvi stupac matrice A_1 pomnožimo sa prvom komponentom vektora v_1 , drugi stupac te matrice pomnožimo sa drugom komponentom istog vektora i to isto sa trećim stupcem i težom komponentom. Sve to uradimo sa svim matricama i odgovarajućim komponentama. Na taj način ćemo dobiti matrice:

$$A''1 = \begin{pmatrix} 0.604 & 0.650 & 0.568 \\ 0.302 & 0.325 & 0.355 \\ 0.076 & 0.065 & 0.071 \end{pmatrix} \quad A''2 = \begin{pmatrix} 0.110 & 0.103 & 0.116 \\ 0.330 & 0.309 & 0.290 \\ 0.550 & 0.618 & 0.581 \end{pmatrix}$$

$$A''3 = \begin{pmatrix} 0.082 & 0.068 & 0.096 \\ 0.410 & 0.343 & 0.287 \\ 0.492 & 0.686 & 0.575 \end{pmatrix} \quad A''4 = \begin{pmatrix} 0.274 & 0.213 & 0.348 \\ 0.822 & 0.639 & 0.522 \\ 0.068 & 0.106 & 0.087 \end{pmatrix}$$

$$A'' = \begin{pmatrix} 0.406 & 0.366 & 0.300 & 0.622 \\ 0.203 & 0.183 & 0.200 & 0.155 \\ 0.135 & 0.091 & 0.100 & 0.078 \\ 0.203 & 0.366 & 0.400 & 0.311 \end{pmatrix}$$

Sada za svaku dobivenu matricu zbrojimo retke i podijelimo sa brojem redaka. Dobivenu vrijednost podijelimo sa odgovarajućom prednošću za tu alternativu u tom kriteriju. Za dobivene vrijednosti izračunamo aritmetičku sredinu i dobili smo λ_{\max} čiju vrijednost sada uvrstimo za izračunavanje koeficijenta CI. To ćemo pokazati samo za prvi kriterij, a ostale ćemo samo unijeti iz urađenog računa.

Prvi kriterij:

$$\text{RAČ. A} \quad 1.822$$

$$\text{RAČ. B} \quad 0.982$$

$$\text{RAČ. C} \quad 0.212$$

Kada podijelimo sa njihovim koeficijentima imamo:

$$\text{RAČ. A} \quad 1.822/0.604 = 3.016$$

$$\text{RAČ. B} \quad 0.982/0.325 = 3.021$$

$$\text{RAČ. C} \quad 0.212/0.071 = 2.968$$

$$\text{Aritmetička sredina je } (3.016 + 3.021 + 2.968) / 3 = 3.008$$

$$CI = (3.008 - 3)/2 = 0.004$$

$$CR = CI/RI = 0.004/0.58 = 0.0069$$

i dobili smo razlomak konzistentnosti za kriterij cijena. Na potpuno isti način dobijemo količnike konzistentnosti za ostale kriterije i oni iznose:

$$\text{Za kriterij sigurnost } CR = 0.002$$

$$\text{Za kriterij dogradnja } CR = 0.022$$

$$\text{Za kriterij softver } CR = 0.043$$

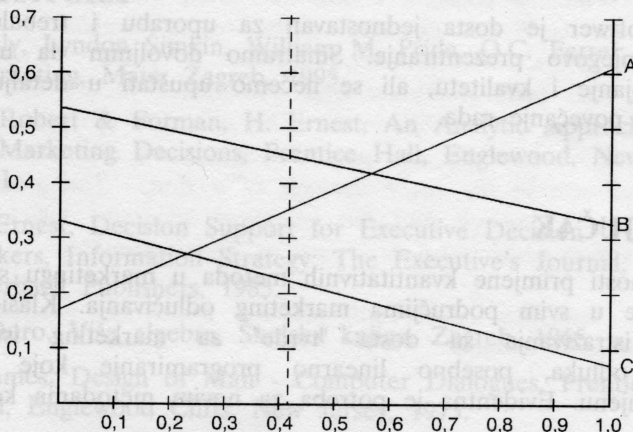
a razlomak konzistentnosti za kriterije, koji je izračunat na isti način iznosi

$$CR = 0.034$$

Ako ćemo malo komentirati ove rezultate onda vidimo da smo u procjenjivanju i uspoređivanju bili vrlo konzistentni jer je svaki razlomak manji od 0.10.

3.6. Analiza osjetljivosti ili što - ako

Prikazat ćemo samo jednu analizu osjetljivosti i to analizu u odnosu na cijenu računala. To ćemo nacrtati na sljedeći način: na osi x nanijet ćemo skalu od 0 do 1 u podjeljcima po 0.1. U točki 0 i točki 1 podignemo okomicu i na te dvije okomice nanesimo istu skalu kao i na osi x. Na okomici u točki 1 nanesimo prednosti alternativa u odnosu na kriterij cijena (to su vrijednosti za rač. A 0.604 za rač. B je 0.325 i za rač. C je 0.071). Prednost cijene u odnosu na druge kriterije nanesimo na os x (to je 0.406) i toj točki podignemo okomicu. Na toj okomici nanesimo opće, konačne prednosti alternativa (za rač. A to je 0.359, za rač. B je 0.421 i za rač. C je 0.220). Spojimo odgovarajuće točke koje smo označili za alternative i dobijemo tri pravca.



Analiziramo graf i vidimo da ako pomjerimo okomicu koja odgovara prednosti cijena udesno do sjecišta pravaca rač. A i rač. B, a to je približno ravno prednosti cijena od 0.56 ili 56%, još uvijek bi računalo B bilo u većoj prednosti nego računalo A. Ako bismo povećavali postotak značaja kriterija cijena dalje, odnosno pomicali okomocu dalje desno, računalo B bi izgubilo prednost i tada bi računalo A imao bolju preferencu od računala B. Računalo C ni u kom slučaju ne bi imalo prednost bolju od drugih računala ako bismo okomicu kriterija cijena pomicali ulijevo, tj. smanjivali postotak značaja cijene u odnosu na druge kriterije. Samo bi u jednom momentu, kod prednosti cijene od približno 0.28, računalo C imalo bolju prednost u odnosu na računalo A ali i dalje bi bilo u lošijem odnosu prema računalu B.

Možemo vidjeti još neke karakteristike sa grafa. Ako se značaj cijene umanjuje opća prednost računala A opada a računala B i računala C raste, a pravac računala B je stalno povrh pravca računala C. Pored toga, graf nam pokazuje da su odnosi vrlo isprepleteni i da uspoređivanje u parovima daje vrlo zanimljive rezultate.

Ostaje nam još da konstruiramo grafove analize osjetljivosti za ostale kriterije, ali to ovdje nećemo uraditi nego to ostavljamo čitatelju da sam uradi i analizira sve te odnose.

4. **SOFTWARERSKI PAKET - EXPERT CHOICE**

Za veći broj alternativa i kriterija, a posebno za složenije strukture analitičkog hijerarhijskog procesa, ova sva izračunavanja predstavljaju dosta veliki problem. Računala su za to vrlo pogodna da nam olakšaju ovaj dio posla. Upravo za potrebe ovih izračunavanja razvijen je program koji se zove expert choice i potpuno je prilagođen ovim problemima. Posebnu kvalitetu ovaj program ima u tome što je izuzetno razvio mogućnosti analize osjetljivosti.

Ovaj softwer je dosta jednostavan za uporabu i trebalo bi dosta prostora za njegovo prezentiranje. Smatramo dovoljnim da ukažemo na njegovo postojanje i kvalitetu, ali se nećemo upuštati u detalje jer bi to tražilo znatno povećanje rada.

5. **ZAKLJUČAK**

Mogućnosti primjene kvantitativnih metoda u marketingu su poznate i primjenjuju se u svim područjima marketing odlučivanja. Klasične metode operacijskih istraživanja su dosta "tvrde" za marketing istraživanja i pripremanje odluka, posebno linearno programiranje koje nije našlo značajnu primjenu. Evidentna je potreba za novim metodama koje su bolje

primjerene pripremanju odluka u području marketinga. Jedna od tih metoda je analitički hijerarhijski proces, koji je obrađen u ovom radu.

Mislimo da je pokazano kako se ova metoda, analitički hijerarhijski proces, može uspješno primijeniti na ovakav problem kao što je izbor između alternativa kod nabavke opreme i uopće značajnijih dobara. Značajna novina koja je u ovoj metodi korištena jest da se složenost problema nastoji analizom rastaviti u najmanje detalje uspoređivanjem jedan prema jedan, a onda preciznim matematičkim aparatom obraditi dobivene podatke. U radu smo citirali značajna mišljenja stručnjaka koji se bave ovim problemom, i to posebno u svezi s mogućnošću ljudskog razmišljanja da istodobno razmatra odnose više elemenata. Sposobnost uočavanja odnosa jedan prema jedan ovdje je maksimalno iskorištena uz sve ograde o sklonostima pojedinaca da u to sve unesu svoje subjektivne osobine i stajališta. Smatramo da se to pokazalo kao zanemarujućim problemom, jer rezultati analitičkog hijerarhijskog procesa nisu baš previše osjetljivi na trenutačno djelomično odstupanje od principa konzistentnosti. Osim toga, mogućnosti analize osjetljivosti su vrlo velike i sve naknadno možemo razmotriti i usporediti.

Računski dio posla nije poseban problem, koliko god to na prvi pogled izgledalo teško. Osim toga, nematematičari koji imaju namjeru baviti se analitičkim hijerarhijskim procesom ne moraju ulaziti duboko u matematički dio modela stoga što je sama tehnika računanja pojednostavljena a i sam softverski paket expert choice rješava uglavnom sve te probleme.

Rezultati rješavanja problema su pokazali da je u ovom slučaju moguća primjena metode analitički hijerarhijski proces. Smatramo još da smo ovim radom doprinijeli u budućnosti većoj uporabi ove metode i time doprinijeli njezinom populariziranju.

LITERATURA

1. Dibb, Saaly, Lyndon Simkin, William M. Pride, O.C. Ferrel; Marketing, Mate, Zagreb, 1995.
1. Dyer, F. Robert & Forman, H. Ernest, An Analytic Approach to Marketing Decisions, Prentice Hall, Englewood, New Jersey, 1991.
3. Forman, Ernest, Decision Support for Executive Decision Makers, Information Strategy: The Executive's Journal, Tom 1., Averbach Publishers, 1985.
4. Kurepa, Đuro, Viša algebra, Školska knjiga, Zagreb, 1965.
5. Martin, James, Design of Man - Computer Dialogues, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1973.

6. Saaty, L. Thomas , The Analytic Hierarchy Process,
RWS Publications, Pittsburg, 1988.
7. Turban, Efraim, Decision Support and Expert Systems:
Managerial Perspectives, Macmillan, New York, 1988.

Ivan Pavlović, PhD, Brano Markić, PhD

Assistant Professors

Faculty of Economics, Mostar

THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS IN MARKETING DECISIONS

Summary

The hierarchal analytical process is a method rarely come across in our written literature and which is rarely applied. The method is well-suited for the preparations of marketing decisions.

The aim of this article is to present this method with some new explanations, including the greater use of matrices and vectors and the extension of its' application. The second aim of the article is to show the all-encompassment and extent of the method and the possibility of its' application in studying the kind of problems encountered in preparations for decision-making. This method completes a relatively empty field of applications, to which classical methods of operational research are not well adapted. In mathematics, the method of establishing the influence of one variable on a function if the other variables are considered constant is known. This method, in the hierarchal analytical process, is in fact extended in the way of establishing the influence of every "variable" towards another, observed in pairs. Even of greater significance is that both qualitative and quantitative factors and criteria are equally introduced in this comparison. The adoption of marketing decisions has to be based on scientific and professional research and decision-making is a significant element in the entire dealings of a firm. The article shows the possibilities of such research and the analytical apparatus which as a result gives us alternatives which serve as a base in decision-making.

Key words: *analytical hierarchal process, sensitivity analysis, marketing decisions, quantitative methods.*