Rješenje nagradnog natječaja br. 220

Dani su pozitivni realni brojevi a, b, c i

$$A = 3 + (a+b+c) + \left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right) + \left(\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}\right),$$

$$B = \frac{3(a+1)(b+1)(c+1)}{abc+1}.$$

Dokaži da je $A \geq B$. Kada vrijedi jednakost?

Rješenje. Najprije

$$3(a+1)(b+1)(b+1) = 3abc + 3(a+b+c) + 3(ab+bc+ca) + 3. \tag{1}$$

S druge strane,

$$\begin{aligned}(abc+1)A &= 3abc + 3 + (a^2bc + ab^2c + abc^2) + (a+b+c) + (ab+bc+ca)\\ &\quad + (a^2c + ab^2 + bc^2) + \left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right) + \left(\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}\right).\end{aligned}$$

Sada grupiranjem i korištenjem A-G nejednakosti

$$a^2bc + \frac{b}{c} \geq 2ab, \quad ab^2c + \frac{c}{a} \geq 2bc, \quad abc^2 + \frac{a}{b} \geq 2ac$$

$$a^2c + \frac{1}{c} \geq 2a, \quad ab^2 + \frac{1}{a} \geq 2b, \quad bc^2 + \frac{1}{b} \geq 2c.$$

Dakle, $(abc+1)A \geq 3abc + 3(a+b+c) + 3(ab+bc+ca) + 3$, a to je desna strana od 1. Iz korištenih A-G nejednakosti odmah slijedi da jednakost vrijedi ako i samo ako je $a = b = c = 1$.

Danica Petolas

Knjigom M. Bašić, Ž. Hanjš, I. Kokan, *Matematička natjecanja 2016./2017.*, Element, Zagreb, nagrađeni su rješavatelji:

1. *Adma Medošević* (3), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, BiH;
2. *Danica Petolas* (1), Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb.

Riješili zadatke iz br. 1/269

(Broj u zagradi označava razred–godište srednje–osnovne škole.)

a) Iz matematike: *Valentina Babić* (4), Srednja škola Zlatar, Zlatar, 3603, 3606, 3607; *Hamza Begić* (3), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, 3604; *Berina Biberović* (4), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, 3608; *Hana Ćatić* (2), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, 3595; *Maja Drmač* (2), XV. gimnazija, Zagreb, 3595–3597; *Selma Džebo* (3), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, 3601; *Ahmedin Hasanović* (3), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, 3599, 3604; *Adna Medošević* (3), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, 3697; *Alen Mrdović* (3), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, 3603; *Sandro Paradžik* (1), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, 3600, 3602, 3605; *Muamer Parić* (4), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, 3598; *Emina Peniz* (3), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, 3603; *Danica Petolas* (1), Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb, 3595–3598, 3605; *Admir Pozderac* (3), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, 3607; *Nejla Subašić* (3), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, 3601, 3604; *Amir Šubić* (4), Gimnazija Zlatar, Zlatar, 3595, 3606; *Faik Tahirović* (2), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, 3596; *Armin Žunić* (4), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, 3606.

b) Iz fizike: *Borna Cesarec* (8), OŠ Augusta Cesarca, Krapina, 426–429; *Lorena Ivaniševć* (8), OŠ Horvati, Zagreb, 426–429; *Laura Jurašić* (8), OŠ Horvati, Zagreb, 426–429; *Lovro Mišak* (8), OŠ Horvati, Zagreb, 426–429; *Fran Vidović* (8), OŠ Horvati, Zagreb, 426–429; *Filip Vuletić-Antić* (8), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 426–429.

Nagradni natječaj br. 222

Površina konveksnog četverokuta $ABCD$ jednaka je $12\ \text{cm}^2$. Na stranicama $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ i $\overline{DA}$ dane su točke K, L, M i N takve da je: $|AK| : |KB| = 2 : 1$, $|BL| : |LC| = 1 : 3$, $|CM| : |MD| = 1 : 1$ i $|DN| : |NA| = 1 : 5$. Kolika je površina šesterokuta $AKLCMN$?

SVIM SURADNICIMA

U Matematičko fizičkom listu objavljuju se članci iz matematike, fizike i informatike, s malim prilogom iz astronomije, zadatci i rješenja, prikazi natjecanja i ljetnih škola iz matematike i fizike, zanimljivosti u obliku članaka i zadataka od učenika, profesora i ostalih matematičara, novosti iz znanosti, prilozi o državnoj maturi i nagradni natječaj.

Prilozi trebaju biti napisani računalom (Word, Tex, Latex) ili pisaćim strojem.

Slike trebaju biti jasno nacrtane na posebnom papiru i pogodne za presnimavanje ili pošaljite slike crtane računalom (eps, tif, gif, jpg, png i sl.).

Članci neka ne budu dulji od osam stranica, a ako je to potrebno neka budu napisani u nastavcima.

Pozivaju se učenici da pošalju članak o nekoj zanimljivoj temi, originalne zadatke s rješenjima ili prikaze nekih manifestacija (ljetne škole, susreti učenika, rad školske grupe).

Kako se rukopisi ne vraćaju, sačuvajte original, a pošaljite kopiju na papiru formata A-4.

Svi rukopisi podliježu recenziji redakcije ili neke stručne osobe za određeno područje.

Prilozi se šalju na adresu ovog časopisa koja je na početku lista.

RJEŠAVATELJIMA ZADATAKA

Svako rješenje neka bude napisano na **posebnom** papiru i to samo na **jednoj** strani papira. Uz svako rješenje na vrhu papira treba potpuno ispisati tekst zadatka. Svako rješenje treba čitljivo potpisati (ime i prezime), naznačiti razred, školu i mjesto. **Rješenja se mogu slati i e-poštom na adresu glavnog urednika:** `hanjs@math.hr`

Matematičko fizički list na Facebooku

Možete pronaći MFL i na Facebooku na stranici

`https://www.facebook.com/MatFizL`

Uz razno-razne podatke o MFL-u moći ćete naći i nove zadatke za rješavanje.