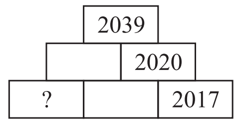
Međunarodno matematičko natjecanje
“Klokan bez granica” 2017. g., II. dio

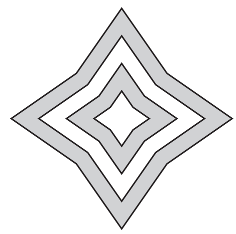
Zadatci za učenike 2. i 3. razreda srednje škole (Juniors)

Pitanja za 3 boda:



1. Svaki broj u tablici zbroj je dva broja ispod njega. Koji broj treba biti u ćeliji označenoj s “?”?

A. 15 **B.** 16 **C.** 17 **D.** 18 **E.** 19



2. Anđela je izradila ukras od sivih i bijelih asteroida. Površine asteroida su 1 cm^2, 4 cm^2, 9 cm^2 i 16 cm^2. Kolika je ukupna površina vidljivog sivog dijela?

A. 9 cm^2 **B.** 10 cm^2 **C.** 11 cm^2 **D.** 12 cm^2 **E.** 13 cm^2

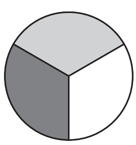
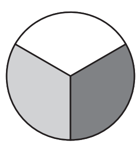
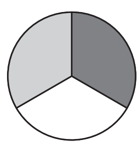
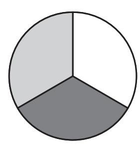
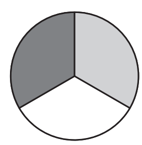
3. Marija ima 24 eura. Svaki od njenih troje braće ima 12 eura. Koliko eura Marija treba dati svakom bratu tako da svi četvero imaju isti iznos?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4 **E.** 6

4. Djevojke su plesale u krugu. Antonija je bila peta slijeva Bjanki i osma zdesna Bjanki. Koliko djevojaka je plesalo u krugu?

A. 11 **B.** 12 **C.** 13 **D.** 14 **E.** 15

5. Krug radijusa 1 kotrlja se po ravnoj liniji od točke K do L, gdje je $|KL| = 11\pi$ (vidi sliku). Kako krug izgleda u krajnjoj poziciji, u točki L?

A.  **B.**  **C.**  **D.**  **E.** 

6. Martin igra šah. Ove sezone odigrao je 15 mečeva i pobijedio u 9 od njih. Treba odigrati još 5 mečeva. Kolika će mu biti stopa uspjeha ako pobijedi u svih 5 preostalih mečeva?

A. 60 % **B.** 65 % **C.** 70 % **D.** 75 % **E.** 80 %

7. Osmina uzvanika na vjenčanju bila su djeca. Tri sedmine odraslih uzvanika bili su muškarci. Koliki dio uzvanika su bile žene?

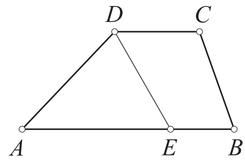
A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{1}{5}$ **D.** $\frac{1}{7}$ **E.** $\frac{3}{7}$

8. Moj nastavnik matematike ima kutiju sa žetonima u boji. U njoj su 203 crvena, 117 bijelih i 28 plavih žetona. Učenici trebaju, jedan po jedan, uzeti žeton iz kutije bez gledanja. Koliko učenika treba uzeti žeton kako bi bili sigurni da su izvučena barem 3 žetona iste boje?

A. 3 **B.** 6 **C.** 7 **D.** 28 **E.** 203

Pitanja za 4 boda:

9. Četverokut $ABCD$ trapez je kojemu su stranice $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$ paralelne, gdje je $|AB| = 50$, $|CD| = 20$. Na stranici $\overline{AB}$ nalazi se točka E sa svojstvom da dužina $\overline{DE}$ dijeli dani trapez na dva dijela jednakih površina. Odredi duljinu dužine $\overline{AE}$.

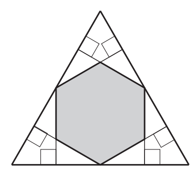


A. 25 **B.** 30 **C.** 35 **D.** 40 **E.** 45

10. Koliko prirodnih brojeva A ima svojstvo da je točno jedan od brojeva A i $A + 20$ četveroznamenkast?

A. 19 **B.** 20 **C.** 38 **D.** 39 **E.** 40

11. Iz polovišta svake stranice jednakostraničnog trokuta povučene su okomice na preostale dvije stranice. Koliki dio površine tog trokuta prekriva dobiveni šesterokut?

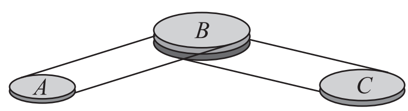


A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{2}{5}$ **C.** $\frac{4}{9}$ **D.** $\frac{1}{2}$ **E.** $\frac{2}{3}$

12. Suma kvadrata tri uzastopna prirodna broja iznosi 770. Odredi najveći od ta tri broja.

A. 15 **B.** 16 **C.** 17 **D.** 18 **E.** 19

13. Sustav pogonskog remenja sastoji se od kotača A, B i C koji rotiraju bez klizanja. Kotač B učini 4 okreta dok kotač A učini 5 okreta. Kotač B učini 6 okreta dok kotač C učini 7 okreta. Odredi opseg kotača A ako opseg kotača C iznosi 30 cm.



A. 27 cm **B.** 28 cm **C.** 29 cm **D.** 30 cm **E.** 31 cm

14. Četiri brata različitih su visina. Tonko je niži od Viktora isto toliko koliko je viši od Petra. Oskar je za istu tu vrijednost niži od Petra. Tonko je visok 184 cm, a prosječna visina sve braće je 178 cm. Koliko je visok Oskar?

A. 160 cm **B.** 166 cm **C.** 172 cm **D.** 184 cm **E.** 190 cm

15. Kišilo je 7 puta tijekom našeg odmora. Ako bi kišilo prijepodne, popodne bi bilo sunčano. Ako bi kišilo popodne, prijepodne bi bilo sunčano. Imali smo 5 sunčanih prijepodneva i 6 sunčanih popodneva. Koliko je dana trajao naš odmor?

A. 7 **B.** 8 **C.** 9 **D.** 10 **E.** 11

16. Marijana je odlučila unijeti brojeve u 3×3 tablicu tako da suma u svakom 2×2 kvadratu bude jednaka. Tri broja već su upisana kao na slici. Koji broj Marijana treba upisati u ćeliju označenu s "?"?

3		1
2		?

A. 5 **B.** 4 **C.** 1 **D.** 0 **E.** Nije moguće odrediti.

Pitanja za 5 bodova:

17. Četvero djece mlađih od 18 godina različite su dobi. Umnožak njihovih godina je 882. Kolika je suma njihovih godina?

A. 23 **B.** 25 **C.** 27 **D.** 31 **E.** 33

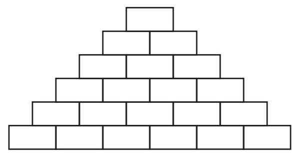
18. Na igraćoj kocki napisani su brojevi: -3, -2, -1, 0, 1, 2. Ako kocku bacimo dva puta i pomnožimo dobivene brojeve, koja je vjerojatnost da je rezultat negativan broj?

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{4}$ **C.** $\frac{11}{36}$ **D.** $\frac{13}{36}$ **E.** $\frac{1}{3}$

19. Moj prijatelj želi koristiti posebnu sedmeroznamenkastu lozinku. Znamenka lozinke ponavlja se točno onoliko puta kolika je vrijednost te znamenke. Iste znamenke uvijek su zapisane jedna do druge (primjerice 4444333 ili 1666666). Koliko takvih lozinki postoji?

A. 6 **B.** 7 **C.** 10 **D.** 12 **E.** 13

20. Pavle želi u svaku ćeliju tablice upisati prirodan broj tako da je svaki broj zbroj dva broja ispod njega. Koliko najviše neparnih brojeva Pavle može upisati u tablicu?



A. 13 **B.** 14 **C.** 15 **D.** 16 **E.** 17

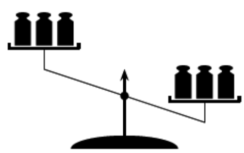
21. Lisa je zbrojila kutove konveksnog poligona. Jedan je kut preskočila i dobila zbroj $2017°$. Kolika je mjera kuta kojeg je preskočila?

A. $37°$ **B.** $53°$ **C.** $97°$ **D.** $127°$ **E.** $143°$

22. U krugu stoji 30 plesača okrenutih licem prema centru. Nakon upute "Lijevo" neki plesači su se okrenuli na lijevo, a svi ostali na desno. Plesači koji su nakon toga bili okrenuti licem u lice rekli su jedan drugom "Zdravo". Bilo je 10 takvih plesača. Zatim su nakon upute "Okret" svi plesači napravili poluokret. Opet su svi plesači koji su nakon toga bili okrenuti licem u lice rekli jedan drugom "Zdravo". Koliko je bilo takvih plesača?

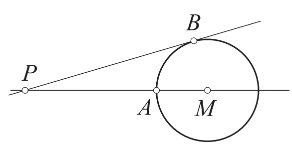
A. 10 **B.** 20 **C.** 8 **D.** 15 **E.** Nije moguće odrediti.

23. Na svaku stranu vage stavljena su nasumično 3 utega različitih masa, a rezultat se vidi na slici. Mase utega su 101, 102, 103, 104, 105 i 106 grama. Koja je vjerojatnost da uteg mase 106 grama stoji na težoj (desnoj) strani?



A. 75 % **B.** 80 % **C.** 90 % **D.** 95 % **E.** 100 %

24. Točke A i B nalaze se na kružnici sa središtem u M. Pravac PB tangenta je na kružnicu u točki B. Udaljenosti $|PA|$ i $|MB|$ prirodni su brojevi i $|PB| = |PA| + 6$. Koliko mogućih vrijednosti može poprimiti $|MB|$?



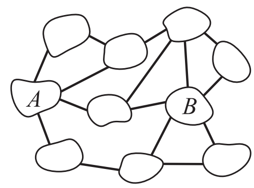
A. 0 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 6 **E.** 8

Pitanja za 3 boda:

1. Berislav se voli igrati svojim HO modelom željeznice. Neke stvari je izradio u HO omjeru $1 : 87$. Izradio je čak i 2 cm visok model svoga brata. Koliko je visok Berislavov brat?

A. 1.74 m **B.** 1.62 m **C.** 1.86 m **D.** 1.94 m **E.** 1.70 m

2. Na slici vidimo 10 otoka povezanih s 15 mostova. Koji je najmanji mogući broj mostova koje možemo eliminirati kako bi bilo nemoguće stići od otoka A do otoka B?

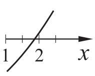


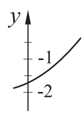
A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4 **E.** 5

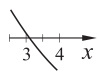
3. Za dva pozitivna broja a i b vrijedi da je 75 % od a jednako 40 % od b. To znači da je

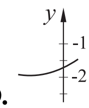
A. $15a = 8b$ **B.** $7a = 8b$ **C.** $3a = 2b$ **D.** $5a = 12b$ **E.** $8a = 15b$

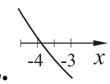
4. Četiri od danih pet isječaka dijelovi su grafa iste kvadratne funkcije. Koji isječak nije dio tog grafa?

A. 

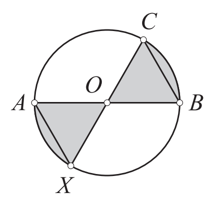
B. 

C. 

D. 

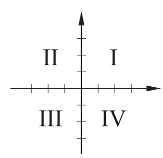
E. 

5. Dan je krug sa središtem u točki O i dijametrima $\overline{AB}$ i $\overline{CX}$ te vrijedi $|OB| = |BC|$. Koliki dio površine kruga je osjenčan?



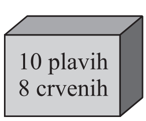
A. $\frac{2}{5}$ **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{2}{7}$ **D.** $\frac{3}{8}$ **E.** $\frac{4}{11}$

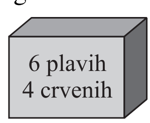
6. U kojem kvadrantu ne leži ni jedna točka grafa linearne funkcije $f(x) = -3.5x + 7$?

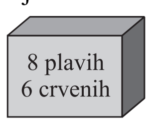


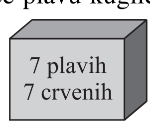
A. I **B.** II **C.** III **D.** IV
E. U svakom se kvadrantu nalazi barem jedna točka grafa.

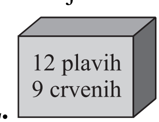
7. Svaka od danih pet kutija sadrži crvene i plave kuglice kao što je na njima označeno. Borna želi uzeti jednu kuglicu iz jedne od kutija ne gledajući. Iz koje kutije Borna treba izvući kuglicu kako bi vjerojatnost da izvuče plavu kuglicu bila najveća?

A. 

B. 

C. 

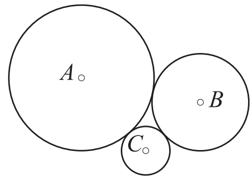
D. 

E. 

8. Graf koje od danih funkcija ima najviše zajedničkih točaka s grafom funkcije $f(x) = x$?

A. $g_1(x) = x^2$ **B.** $g_2(x) = x^3$ **C.** $g_3(x) = x^4$ **D.** $g_4(x) = -x^4$ **E.** $g_5(x) = -x$

Pitanja za 4 boda:



9. Tri kružnice koje se međusobno dodiruju imaju središta u točkama A, B i C te redom radijuse 3, 2 i 1. Kolika je površina trokuta ABC?

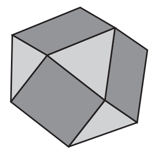
A. 6 **B.** $4\sqrt{3}$ **C.** $3\sqrt{2}$ **D.** 9 **E.** $2\sqrt{6}$

10. Pozitivan broj p manji je od 1, a broj q veći od 1. Koji je od danih brojeva najveći?

A. $p \cdot q$ **B.** $p+q$ **C.** $\frac{p}{q}$ **D.** p **E.** q

11. Dva uspravna valjka A i B imaju isti volumen. Radijus baze valjka B je 10 % veći od radijusa baze valjka A. Koliko je veća visina valjka A od visine valjka B?

A. 5 % **B.** 10 % **C.** 11 % **D.** 20 % **E.** 21 %

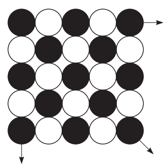


12. Strane poliedra na slici trokuti su ili kvadrati. Svaki kvadrat okružuju 4 trokuta i svaki trokut okružuju 3 kvadrata. Ako kvadrata ima 6, koliko ima trokuta?

A. 5 **B.** 6 **C.** 7 **D.** 8 **E.** 9

13. Imamo četiri simetrične igraće kocke u obliku tetraedra. Na stranama svake od njih su brojevi 2, 0, 1 i 7. Bacimo li sve četiri igraće kocke, kolika je vjerojatnost da možemo sastaviti broj 2017 koristeći točno jedan od tri vidljiva broja sa svake igraće kocke?

A. $\frac{1}{256}$ **B.** $\frac{63}{64}$ **C.** $\frac{81}{256}$ **D.** $\frac{3}{32}$ **E.** $\frac{29}{32}$



14. Julija ima 2017 žetona: 1009 ih je crno, a ostali su bijeli. Složila ih je u uzorak u obliku kvadrata kao na slici tako što je počela s crnim žetonom u gornjem lijevom uglu i alternirala boje u svakom retku i svakom stupcu. Koliko joj je žetona pojedine boje ostalo nakon što je dovršila najveći mogući kvadrat?

A. Nijedan. **B.** 40 svake boje. **C.** 40 crnih i 41 bijeli.

D. 41 svake boje. **E.** 40 bijelih i 41 crni.

15. Dva su uzastopna broja takva da je suma znamenaka svakog od njih višekratnik broja 7. Koliko najmanje znamenki ima manji od ta dva broja?

A. 3 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 6 **E.** 7

16. Titi pokušava biti dobri mali Klokan, ali laganje je prezabavno. Zato je svaka treća njegova izjava laž, a ostatak je istina. (Ponekad Titi počne s lažnom izjavom, a ponekad s jednom ili dvije istinite izjave.) Titi je zamislio dvoznamenkast broj i govori svojoj prijateljici o njemu: "Jedna od njegovih znamenki je 2. Veći je od 50. Paran je broj. Manji je od 30. Djeljiv je s 3. Jedna od njegovih znamenki je 7." Kolika je suma znamenaka broja kojeg je Titi zamislio?

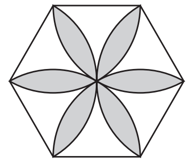
A. 9 **B.** 12 **C.** 13 **D.** 15 **E.** 17

Pitanja za 5 bodova:

17. Koliko prirodnih brojeva ima svojstvo da je broj koji se dobije brisanjem njegove posljednje znamenke jednak $\frac{1}{14}$ početnog broja?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3 **E.** 4

18. Na slici je prikazan pravilan šesterokut sa stranicama duljine 1. Cvijet je konstruiran koristeći odsječke kružnica radijusa 1 sa središtem u vrhovima šesterokuta. Kolika je površina cvijeta?



A. $\frac{\pi}{2}$ **B.** $\frac{2\pi}{3}$ **C.** $2\sqrt{3}-\pi$ **D.** $\frac{\pi}{2}+\sqrt{3}$ **E.** $2\pi-3\sqrt{3}$

19. Niz a_n zadan je rekurzivno: $a_1 = 2017$, $a_{n+1}\frac{a_n - 1}{a_n}$. Odredi a_{2017}.

A. -2017 **B.** $\frac{-1}{2016}$ **C.** $\frac{2016}{2017}$ **D.** 1 **E.** 2017

20. Suma duljina stranica pravokutnog trokuta iznosi 18. Suma kvadrata duljina stranica tog trokuta iznosi 128. Odredi površinu ovog trokuta?

A. 18 **B.** 16 **C.** 12 **D.** 10 **E.** 9

21. U 5 kutija raspoređujete 5 bijelih i 5 crnih kuglica. U svakoj kutiji mora biti barem jedna kuglica. Protivnik izvlači jednu kuglicu iz kutije po izboru i pobjeđuje ako je izvučena kuglica bijele boje. Koji raspored kuglica će vam dati najbolje šanse za pobjedu?

A. U svaku kutiju stavimo jednu bijelu i jednu crnu kuglicu.
B. U tri kutije rasporedimo samo crne kuglice, a u dvije samo bijele kuglice.
C. U četiri kutije rasporedimo samo crne kuglice, a u jednu sve bijele kuglice.
D. U svaku kutiju stavimo po jednu crnu kuglicu, a u jednu dodamo i sve bijele kuglice.
E. U svaku kutiju stavimo po jednu bijelu kuglicu, a u jednu dodamo i sve crne kuglice.

22. Vrijedi $|x| + x + y = 5$ i $x + |y| - y = 10$. Odredi vrijednosti izraza $x + y$.

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4 **E.** 5

23. Koliko postoji troznamenkastih prirodnih brojeva ABC takvih da je $(A + B)^C$ troznamenkast prirodan broj i potencija broja 2?

A. 15 **B.** 16 **C.** 18 **D.** 20 **E.** 21

24. Svaki od 2017 ljudi koji žive na otoku su ili lažovi (koji uvijek lažu) ili iskreni ljudi (koji uvijek govore istinu). Više od 1000 stanovnika otoka sudjelovalo je na banketu gdje su svi sjedili za jednim okruglim stolom. Svaki od njih reče "Od dvoje ljudi koji sjede pored mene jedan je lažov, a jedan iskren čovjek." Koliko iskrenih ljudi može najviše biti na otoku?

A. 1683 **B.** 668 **C.** 670 **D.** 1344 **E.** 1343

Rješenja zadataka "Klokan bez granica" 2017. g.

Juniors

1. B	2. B	3. C	4. C	5. E	6. C	7. A	8. C
9. C	10. E	11. D	12. C	13. B	14. A	15. C	16. D
17. D	18. E	19. E	20. B	21. E	22. A	23. B	24. D

Students

1. A	2. C	3. A	4. C	5. B	6. C	7. B	8. B
9. A	10. B	11. E	12. D	13. B	14. E	15. C	16. D
17. C	18. E	19. E	20. E	21. D	22. A	23. E	24. A