

Dr.sc. Đuro Benić

Redoviti profesor

Fakultet za turizam i vanjsku trgovinu Dubrovnik

E-mail: dbenic@ftvt.hr

TEHNIKE PROCJENJIVANJA TROŠKOVA

UDK/UDC: 338.58

JEL klasifikacija/JEL classification: C13, D29

Prethodno priopćenje/Preliminary communication

Primljeno/Received: 02. rujna 2002./September 02, 2002

Prihvaćeno za tisak/Accepted for publishing: 27. siječnja 2003./January 27, 2003

Sažetak

Poznavanje kratkoročnih troškova je korisno u operativnom odlučivanju i neophodno je za donošenje učinkovitih menadžerskih odluka u svezi s određivanjem prodajne cijene i optimalne razine proizvodnje. S druge strane, poznavanje funkcije dugoročnih troškova je korisno u dugoročnom planiranju optimalne veličine postrojenja koja će poduzeće graditi. U procjenjivanju troškova rabe se vremenske serije i regresijska analiza linearne, kvadratne ili kubne funkcije troškova, dok se u analizi dugog roka najčešće koristi regresijska analiza vremenskih presjeka. Osim toga, troškovi se mogu procjenjivati upotrebom Cobb-Douglasove i drugih CES funkcija, inženjerskom tehnikom i tehnikom preživljavanja. U radu se razmatraju poteškoće i problemi u procjenjivanju troškova i analiziraju se mogućnosti navedenih tehnika općenito i na primjerima. Pritom se ukazuje na prednosti i nedostatke pojedine tehnike u odnosu na druge.

Ključne riječi: troškovi, funkcija, procjena, kratak rok, dugi rok.

UVOD

Troškovi su od posebnog značaja za poduzeće uglavnom zbog dvaju osnovnih razloga. Prvo, svako povećanje troškova smanjuje profit proizvođača, pa se posebna pozornost mora posvetiti iznalaženju mogućnosti njihovog sniženja pri zadanom opsegu proizvodnje. Drugo, količina dobra koju su proizvođači spremni ponuditi ovisi o razini njegove tržišne cijene ali i o troškovima njegove proizvodnje. Shodno tome, uz maksimizirajuće profitno ponašanje proizvođača, njegova ponuda ovisi o graničnom trošku bez obzira u kakvom tržišnom stanju se posluje. Uz navedeno, treba imati na umu da veličina troškova ovisi velikim dijelom o tome mogu li se i kako mijenjati inputi u proizvodnji danog outputa pa je potrebno razlikovati troškove u kratkom i troškove u dugom roku.

Upravo stoga izuzetno važnu ulogu u menadžerskom odlučivanju ima poznavanje funkcija kratkoročnih i dugoročnih troškova. Poznavanje funkcije kratkoročnih troškova je korisno u operativnom odlučivanju i neophodno je za određivanje prodajne cijene ali i optimalne razine proizvodnje ostvarene outputom za koji su granični prihod od prodaje i granični trošak jednake veličine (tada se profit maksimizira). S druge strane, poznavanje funkcije dugoročnih troškova je korisno u procesu dugoročnog planiranja, odnosno planiranja optimalne veličine postrojenja koje će poduzeće sagraditi u dugom roku. Tako u situaciji visoke ekonomije opsega i niskih troškova distribucije na povećanje potražnje poduzeće može odgovoriti povećanjem proizvodnje jednog velikog proizvodnog postrojenja, dok u situaciji niske ekonomije opsega i visokih troškova distribucije učinkovita proizvodnja često iziskuje manja postrojenja locirana bliže regionalnim tržištima.

Prema tome, precizno procjenjivanje funkcija kratkoročnih i dugoročnih troškova je od velike važnosti. Postoje različite tehnike njihovog procjenjivanja koje daju informacije neophodne za učinkovito menadžersko odlučivanje. Međutim, treba imati na umu da postoje i različiti problemi u procjenjivanju troškova, vezani za podatke i mjerenja. Tako statističke tehnike procjenjivanja često iskazane računalskim programima, pa tako i nezaobilazna u menadžerskoj ekonomiji najkorisnija i najčešće rabljena tehnika procjenjivanja - regresijska analiza, rabe računovodstvene podatke. Nesavršenosti računovodstvenih metoda ali i pogreške, npr. u svezi s oportunitetnim troškovima uporabe inputa, često vode do pogrešaka u procjenjivanju koje su posljedica uporabe neprilagođenih računovodstvenih podataka. Alternativa takvim tehnikama koje rabe povijesne podatke su inženjerske tehnike koje se u procjenjivanju troškova oslanjaju na fizičke odnose zadane proizvodnom funkcijom za pojedini proizvod. Kako svaka tehnika procjenjivanja ima prednosti i nedostatke često je za uspješno odlučivanje potrebno uspoređivati i kombinirati različite tehnike, odnosno metode.

1. PROCJENJIVANJE KRATKOROČNIH TROŠKOVA

U procjenjivanju kratkoročnih troškova najčešće se rabe vremenske serije i regresijska analiza kojom se troškovi dovode u vezu s proizvodnjom, odnosno outputom, cijenom inputa, uvjetima poslovanja i drugim vezanim činiteljima čiji se učinci na troškove analiziraju za vremensko razdoblje u kojem se veličina postrojenja ne mijenja. Normalno, u model se mogu uključiti samo činitelji odnosno nezavisne varijable koje imaju izravan utjecaj na troškove koji su zavisna varijabla. Višestruka ili multipla regresijska analiza je model koji uključuje dvije ili više nezavisnih varijabli koje nisu u korelaciji jedna s drugom ali simultano određuju vrijednost zavisne varijable. Tako on omogućava izdvajanje učinka promjene svake od nezavisnih

varijabla na troškove.¹ Na taj način se iz povezanosti troškova i proizvodnje jednostavno identificira krivulja ukupnih troškova. Potrebno je istaknuti da se uobičajeno procjenjuju ukupni varijabilni troškovi, odnosno funkcija ukupnih varijabilnih troškova a ne funkcija ukupnih troškova zbog poteškoća u raspoređivanju fiksnih troškova na različite proizvode poduzeća. Funkcija ukupnih troškova poduzeća može se u tom slučaju dobiti jednostavno dodavanjem najbolje ocjene mogućih fiksnih troškova ukupnim varijabilnim troškovima. Iako ovako postavljeno procjenjivanje kratkoročnih troškova izgleda relativno jednostavno, što je i navedeno, ono krije u sebi brojne poteškoće i nameće probleme. Empirijsko procjenjivanje troškova je neizvjestan posao i za poduzeće koje proizvodi samo jedan proizvod.²

1.1. Problemi u specifikaciji i pripremi podataka

Između brojnih poteškoća i problema u procjenjivanju kratkoročnih troškova su i problemi koji se odnose na podatke i mjerenja pa je potrebno je istaknuti sljedeće.³

KONCEPTUALNI PROBLEMI

Većina empirijskih studija o funkcijama troškova se temelje na računovodstvenim podacima koji uobičajeno prikazuju stvarne, eksplicitne troškove nastale i evidentirane u nekom proteklom razdoblju. Međutim, podaci na kojim se temelje analize potrebne za donošenje odluka moraju sadržavati ukupne ekonomske troškove tj. eksplicitne i implicitne troškove. Pritom se moraju obuhvatiti i oportunitetni troškovi, što znači da svaki činitelj koji se koristi u proizvodnji mora biti procijenjen prema eksplicitnom ali i oportunitetnom trošku temeljenom na propuštenom prihodu koji bi se ostvario zapošljavanjem tog činitelja u drugoj najpovoljnijoj alternativi. Nikakav određeni iznos za izravnavanje neće u potpunosti uskladiti ove koncepte (ekonomskih nasuprot računovodstvenih troškova). No, stanovita korekcija se zasigurno može učiniti. Kako je u procjenjivanju troškova najteže riješiti problem koji proistječe iz različitosti koncepata u većini slučajeva je neophodna neka vrsta kompromisa. Kako

-
- 1 Općenito o mogućnostima višestruke regresijske analize vidi udžbenike iz statistike, npr. A. F. Siegel, *Practical Business Statistics*, Second Edition, IRWIN, Burr Ridge, Illinois, 1994, str. 475-479. i I. Šošić, V. Serdar, *Uvod u statistiku*, deveto izdanje, Školska knjiga, Zagreb, 1995., str. 102-107.
 - 2 J. Prager, *Applied Microeconomics - An Intermediate Text*, IRWIN, Homewood, 1993, str. 243.
 - 3 Usp. M. Hirschey, J. L. Pappas, *Fundamentals of Managerial Economics*, Fifth Edition, The Dryden Press, Fort Worth, 1995, str. 300-301.; M. Hirschey, J. L. Pappas, D. Whigham, *Managerial Economics*, European Edition, The Dryden Press, London, 1995, str. 512-516.; P. Keat, P. K. Y. Young, *Managerial Economics: Economic Tools for Today's Decision Makers*, Maxwell Macmillan International Editions, New York, 1992, str. 375-377.

nema definiranog pravila koje bi se moglo primijeniti, problem se samo može istaknuti, a mogu se sugerirati moguća prikladna prilagođavanja. Svaki pojedini slučaj je poseban i to glede raspoloživih podataka i sposobnosti istraživača da napravi ispravke i usaglašavanja.⁴

PROBLEMI ALOCIRANJA TROŠKOVA

Budući da se fiksni troškovi ne mijenjaju u odnosu na output, oni ne utječu ni na prosječne varijabilne troškove ni na granične troškove koji se rabe u donošenju odluka o proizvodnji i/ili cijeni u kratkom roku. Fiksni troškovi se bez ikakve opasnosti za uspješnost poslovanja mogu eliminirati iz procesa procjenjivanja troškova, što većina ekonomista i čini. Međutim, mnoge poteškoće proizlaze iz čestih pogrešaka u specificiranju pojedinih relevantnih kategorija troškova, odnosno iz podjele troškova na fiksne i varijabilne. Točno teorijsko razlikovanje i razdvajanje na fiksne i varijabilne troškove nije uvijek moguće ili pak nije jednostavno u zbilji. Tako postoje troškovi koji rastu ili padaju u ne točno određenoj proporciji s outputom pa su nepromjenljivi za određeni raspon u proizvodnji nakon čega se mijenjaju i ostaju opet jednaki za određeni raspon u proizvodnji - npr. dio troškova administracije, plaća nadglednika, troškova osiguranja i sl. Takvi troškovi se ponekad nazivaju relativno fiksni ili poluvarijabilni troškovi (engl. *semivariable costs*). Bitno je u procjeni kratkoročnih troškova obuhvatiti sve varijabilne i poluvarijabilne troškove.

Usko povezano s navedenom problematikom je i pitanje amortizacije koja se obično obračunava na vremenskoj osnovi koja često nije povezana sa stvarnom uporabom postrojenja već se obračunava kao pravilo iz područja poreza. U koliko je moguće u procjenu troškova treba uključiti samo amortizaciju obračunatu prema intenzitetu uporabe imovine (funkcionalna amortizacija) imajući na umu da se obračun amortizacije uglavnom bazira na originalnoj cijeni opreme dok je u procjenu troškova potrebno uključiti ekonomsku amortizaciju (*economic depreciation*) zasnovanu na vrijednosti zamjene opreme.

I na kraju, vezano za razmatrane probleme alociranja, ukratko se može istaknuti sljedeće. Za svaku računovodstvenu alokaciju troškova vezana su dva problema. Prvo, fiksne troškove ne bi trebalo alocirati na proizvode i ne bi ih trebalo uključivati u procjenjivanje troškova u kratkom roku. Drugo, točno se moraju utvrditi proporcije kojima se troškovi raspoređuju na pojedine proizvode. Raspoređivanje na bazi obima proizvodnje često nosi

4 Kako je prosječan profit (*normal profit*) onaj iznos profita koji zadržava poduzetnika u odnosnoj gospodarskoj aktivnosti on se kao implicitni trošak u ekonomskoj analizi uobičajeno iskazuje s eksplicitnim troškom u sklopu ukupnog ekonomskog troška - vidi opširnije - Đ. Benić, Osnove ekonomije, treće izdanje, Školska knjiga, Zagreb, 2001., str. 169-170.

pogreške pa je primjerenije i zasigurno ispravnije alocirati troškove na aktivnosti u proizvodnji pojedinog proizvoda.⁵

HOMOGENOST OUTPUTA

Analiza i procjenjivanje troškova su najlakši ako je output relativno homogen, pa je tako u slučaju proizvodnje samo jednog proizvoda u pogonu obračun proizvedene količine jednostavan. Međutim, ako se istovremeno proizvodi nekoliko proizvoda potrebna je aparatura mjerenja kako bi se dobila proizvedena količina. Ako se za mjerenje svakog proizvoda koristi mjerenje troškova ili izravnih činitelja potrebnih za njegovu proizvodnju, tada se na neki način rabe troškovi kako bi se odredio output pa se troškovi tada mjere kao funkcija tog outputa. Drugim riječima, uvodi se ovisnost između troškova i outputa u slučaju da se nastoji odrediti njihov odnos što predstavlja ozbiljan problem koji nije lako riješiti.⁶

VREMENSKA USKLAĐENOST

S jedne strane se susreće problematika točne podjele troškova na različite proizvode koje poduzeće proizvodi, a s druge strane je problem alociranja troškova na razdoblje u kojem je proizvodnja izvršena a ne na razdoblje u kojem su troškovi plaćeni. Bilo da je u pitanju prijevremenost ili zaostajanje u troškovima proizašlim iz odgovarajuće proizvodnje mora se izvršiti vremensko usklađivanje kako bi se postigla pravilna podudarnost troškova i proizvodnje.

Naime, u mnogo slučajeva troškovi i aktivnosti koje su ih proizvele se ne pojavljuju u isto vrijeme. Npr. stroj je u stalnoj upotrebi a održava se periodično. Tako su u razdoblju visoke proizvodnje registrirani troškovi održavanja neuobičajeno niski jer postrojenje radi punim kapacitetom a održavanje se odlaže za kasnije ako je to moguće. Upravo zato, a u cilju izbjegavanja mogućih značajnih pogrešaka u procjeni troškova se mora pažljivo provesti vremensko usklađivanje između proizvodnje outputa i prikaza troškova, pa se troškovi održavanja moraju obračunati za cjelokupno razdoblje upotrebe stroja.

PROBLEM PRILAGOĐAVANJA CIJENA

U procjenjivanju troškova moraju se uzeti u obzir promjene u cijenama inputa i potrebno je rabiti tekuće cijene. Shodno tome i zalihe

5 O ovom problemu i primjerenosti sustava alociranja troškova na bazi aktivnosti - *activity-based cost (ABC) system* - vidi W.F. Samuelson, S.G. Marks, *Managerial Economics*, Second Edition, The Dryden Press, Fort Worth, 1995, str. 267-268.

6 Prema - P. Keat, P. K. Y. Young, isto djelo, str. 376.

koje se koriste u tekućoj proizvodnji moraju se vrednovati prema tekućim cijenama, a ne prema povijesnim troškovima.

Treba imati na umu da s vremenom za različite inpute mogu nastati različite relativne cjenovne promjene što može dovesti do supstitucije činitelja. U procjeni troškova jedino je moguće nadati se da takvi efekti neće biti značajni s obzirom da ih je vrlo teško, ako ne i nemoguće, otkloniti.

Osim navedenog a imajući na umu da se proizvodnja mjeri uobičajenim fizičkim jedinicama a da se troškovi obično mjere novčanim jedinicama različiti se troškovi moraju deflacionirati ili inflacionirati prikladnim indeksom cijena da bi se uklonio utjecaj inflacije ili deflacije.⁷ Kako se cijene inputa mijenjaju po različitim stopama zajednički indeks za prilagođavanje cijena inputa često ne daje zadovoljavajuće rezultate, pa je stoga bolje upotrebljavati poseban indeks za svaku kategoriju inputa.

PROBLEM RAZDOBLJA PROMATRANJA

Uz navedeno je potrebno je odrediti dužinu vremena u kojem će se procjenjivati funkcija troškova. Razdoblje mora biti dovoljno dugo da se istraže promjene proizvodnje i troškova, međutim mora biti dostatno da u njegovom okviru proizvod ostane bitno nepromijenjen i da se ne promijene mogućnosti proizvodnje, odnosno veličina postrojenja. Imajući na umu varijabilnost odnosa trošak/output poželjna su česta promatranja koja pokrivaju uska razdoblja proizvodnje. Iako se optimalno razdoblje promatranja razlikuje od situacije do situacije, često se rabe mjesečni podaci za dvije do tri godine gdje se promjene u outputu uspoređuju s odgovarajućim mjesečnim promjenama različitih kategorija troškova. Tako dobiveni podaci su osnova za realnu statističku analizu, a razdoblje je dovoljno kratko da se u njemu ne mijenjaju ni proizvod ni postrojenja i da sve to ostane u kratkom roku.⁸

7 To je postupak u kojem se nominalni trošak dijeli indeksom cijena da bi se uklonio utjecaj povećanja ili smanjenja cijena. U slučaju inflacije indeks je veći od 100 i provodi se deflacioniranje, a u slučaju deflacije indeks je manji od 100 i provodi se inflacioniranje.

8 Ovdje je potrebno istaknuti da se kratki i dugi rok ne mogu vezivati za određeno vremensko razdoblje, oni su različiti u različitim djelatnostima tako da kratki rok (kao i dugi) u jednoj djelatnosti može trajati nekoliko godina a u drugoj nekoliko tjedana ili dana - vidi primjere u - Đ. Benić, Osnove gospodarstva - mikropriступ, drugo izdanje, Školska knjiga, Zagreb, 1995., str. 58.; W. Boyes, M. Melvin, Microeconomics, Houghton Mifflin Company, Boston, 1991, str. 191. i S. L. Slavin, Microeconomics, Third Edition, IRWIN, Burr Ridge, Illinois, 1994, str. 137-138.

1.2. Empirijske funkcije kratkoročnih troškova

Ako se u postupku procjenjivanja troškova riješe problemi u svezi sa specificiranjem i pripremom podataka, sljedeći problem s kojim se ekonomisti analitičari sučeljavaju je određivanje odgovarajuće krivulje kratkoročnog troška. Postoje različiti linearni i nelinearni modeli prikladni za regresijsku analizu metodom najmanjih kvadrata. Ponekad postoje teorijski razlozi za upotrebu određenog modela, međutim u zbilji najčešće ne postoji a priori određen razlog za izbor određenog modela a ne drugih. U takvoj situaciji tipična procedura, odnosno metoda izbora uključuje sljedeće.⁹

Na temelju podataka o troškovima i outputu postavlja se više modela (s jednakim nezavisnim varijablama ali s različitom strukturom modela) a izabire se model za koji se utvrdi da je najbolji prema koeficijentu determinacije R^2 . Ako prvi model ima $R^2 = 0,85$ što upućuje na to da objašnjava 85% varijacija u ukupnim varijabilnim troškovima, a drugi ima $R^2 = 0,95$, u procjeni troškova i donošenju odluka rabi će se ovaj potonji. U vrednovanju pogodnosti modela uz R^2 rabi se i prilagođeni koeficijent determinacije R^2 , standardna pogreška ocjene ili standardna devijacija S_e , t-test, F-test, kao i Durbin-Watsonov test-pokazatelj W.D. ili d.¹⁰

1.2.1. Mogući oblici funkcija kratkoročnih troškova

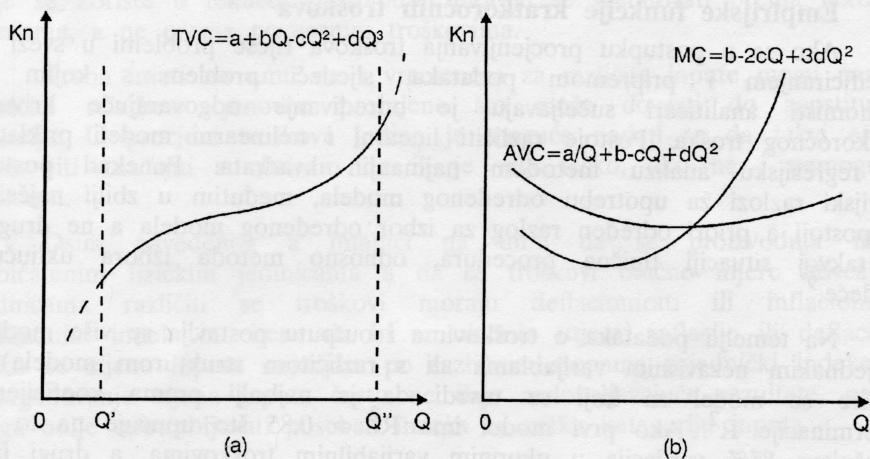
Različite su statističke funkcije koje se mogu koristiti u procjenjivanju troškova (kratkoročnih i dugoročnih). Najčešće se rabi jedna od triju funkcija i to linearna, kvadratna ili kubna.

KUBNA FUNKCIJA TROŠKA

Ekonomska teorija nalaže da krivulja ukupnog varijabilnog troška (TVC) treba imati S oblik (kubni) što se uobičajeno navodi u svim udžbenicima iz područja mikroekonomije (slika 1., dio a). Odgovarajuće krivulje prosječnog varijabilnog troška (AVC) i graničnog troška (MC) imaju U oblik (vidi sliku 1. dio b).

9 Usp. M. Hirschey, J. L. Pappas, D. Whigham, isto djelo, str. 516.

10 Vrednovanje modela na temelju navedenih pokazatelja vidi na primjeru procjenjivanja potražnje u - Đ. Benić, Tehnike procjenjivanja potražnje, Ekonomska misao i praksa, Vol. V., br. 1., Dubrovnik, 1996., str. 66-91. Isto tako o određivanju tipa funkcije iz raspoloživih podataka o varijablama metodom najmanjih kvadrata - vidi L. D. Hoffmann, G. L. Bradley, Calculus for Business Economics, and the Social and Life Sciences, Fifth edition, McGraw-Hill, Inc., New York 1992, str. 563-569.



Slika 1. Kubna funkcija troška - TVC, AVC i MC

U općem obliku jednadžbe tih funkcija su

$$TVC = a + bQ - cQ^2 + dQ^3 \quad (1)$$

$$AVC = TVC / Q = a / Q + b - cQ + dQ^2 \quad (2)$$

$$MC = d(TVC) / dQ = b - 2cQ + 3dQ^2 \quad (3)$$

Kubna funkcija ukupnog varijabilnog troška predočava tri moguća stadija odnosa troškova i outputa (odnosno djelovanja zakona opadajućih prinosa) opadajuće, konstantne i rastuće troškove (kojim odgovaraju rastući, konstantni i opadajući prinosi). Može se procijeniti višestrukim ili multiplim regresijskim modelom s tri nezavisne varijable gdje je $X_1 = Q$, $X_2 = Q^2$ i $X_3 = Q^3$. Dok su Q , Q^2 i Q^3 usko povezani koeficijenti, procjene za svaku varijablu su statistički signifikantne u slučaju da postoje značajne nelinearnosti u relaciji trošak/output.

Tako negativna vrijednost kvadratnog člana u relaciji (1) ima za posljedicu da se ukupan varijabilni trošak najprije povećava po opadajućoj stopi (tada je i granični trošak opadajući, dok je granični proizvod rastući jer se ukupni proizvod povećava po rastućoj stopi). Nakon toga kubni član ima za posljedicu povećanje ukupnog varijabilnog troška po rastućoj stopi (tada je i granični trošak rastući dok je granični proizvod opadajući jer se ukupan proizvod povećava po opadajućoj stopi). Parametar a u relaciji (1) ne može se interpretirati kao fiksni trošak jer se procjenjuje funkcija ukupnog varijabilnog troška. Procijenjenom parametru a ne može se pripisati nikakvo ekonomsko značenje. Naime, teorijski krivulja varijabilnog troška polazi iz ishodišta jer nema varijabilnih troškova ako je proizvodnja nula. Međutim, ako se krivulja statistički procjenjuje ona će najvjerojatnije

sjeći ordinatu u točki različitoj od nule. S istraživačke točke gledišta ovo nije od posebnog značaja budući da većina promatranja uključenih u statističku procjenu (primjerice od Q' do Q'' na slici 1. dio a) neće ni u kojem slučaju biti blizu proizvodnje jednake nuli.¹¹

KVADRATNA FUNKCIJA TROŠKA

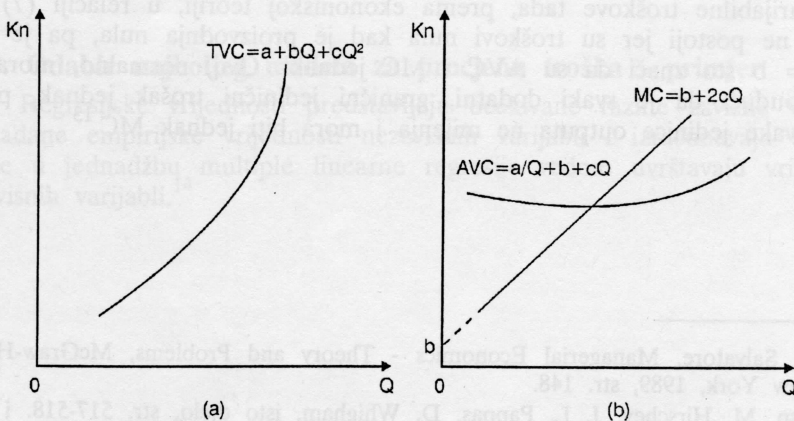
Ako su podaci neprikladni za kubnu funkciju, može se testirati kvadratna funkcija varijabilnog troška sa sljedećim jednadžbama TVC, AVC i MC

$$TVC = a + bQ + cQ^2 \quad (4)$$

$$AVC = a / Q + b + cQ \quad (5)$$

$$MC = b + 2cQ \quad (6)$$

U ovom slučaju krivulja ukupnih varijabilnih troškova je krivulja u cjelosti pozitivnog nagiba prema kojoj se troškovi povećavaju po rastućoj stopi (slika 2. dio a). Stoga nema opadajućeg graničnog troška (odnosno rastućeg graničnog proizvoda) pa je krivulja MC pravac pozitivnog nagiba koji siječe ordinatu u točki s vrijednosti b dok je krivulja AVC oblika U (slika 2. dio b).



Slika 2. Kvadratna funkcija troška - TVC, AVC i MC

11 Prema - P. Keat, P. K. Y. Young, isto djelo, str. 377.

LINEARNA FUNKCIJA TROŠKA

Dok ekonomska teorija nalaže da krivulja TVC ima S oblik (kubni), za određen raspon proizvedenih količina linearna aproksimacija krivulje ukupnog troška bolje se prilagođava točkama koje predstavljaju podatke trošak/output. Jedno moguće objašnjenje za to je sljedeće.¹² Poduzeće ima fiksni iznos kapitala ali u kratkom roku dio strojeva je neiskorišten. Iskorištenost strojeva se povećava kad se zapošljava više rada i povećava proizvodnja, pa odnos kapital - rad i marginalni trošak ostaju isti u kratkom roku.

Jednadžbe TVC, AVC i MC su oblika

$$TVC = a + bQ \quad (7)$$

$$AVC = a / Q + b \quad (8)$$

$$MC = b \quad (9)$$

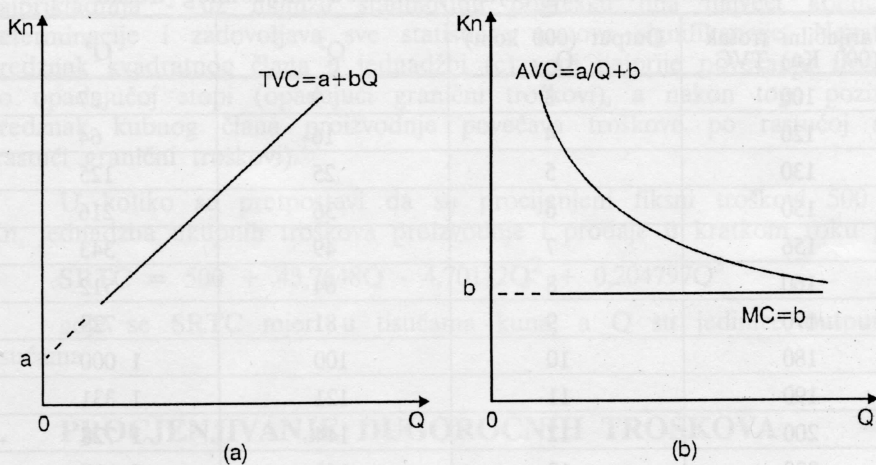
Na slici 3. su krivulje TVC, AVC i MC. Za primijetiti je da u ovom slučaju ne djeluje zakon opadajućih prinosa, te da je svaki dodatni jedinični trošak konstantan i iznosi b . Osim toga, krivulja AVC kontinuirano opada i asimptotski se približava krivulji MC. Prema relaciji (8) razlog ovome je što vrijednost prvog člana a / Q opada kako se Q povećava dok je drugi član b konstantan. S druge strane, ako promatramo čisto varijabilne troškove tada, prema ekonomskoj teoriji, u relaciji (7) prvi član a ne postoji jer su troškovi nula kad je proizvodnja nula, pa je otud $AVC = b$ što znači da su AVC i MC jednaki. Ovo, normalno, mora biti točno budući da je svaki dodatni, granični jedinični trošak jednak, pa se AVC svake jedinice outputa ne mijenja i mora biti jednak MC.¹³

12 D. Salvatore, *Managerial Economics - Theory and Problems*, McGraw-Hill, New York, 1989, str. 148.

13 Usp. M. Hirschey, J. L. Pappas, D. Whigham, isto djelo, str. 517-518. i P. Keat, P. K. Y. Young, isto djelo, str. 379.

U navedene funkcije troškova (kubnu, kvadratnu i linearnu) ne mora se eksplicitno navoditi parametar a i/ili se može uvrstiti slučajna varijabla (uobičajeno se obilježava slovom u) koja uglavnom sadrži utjecaj na troškove svih činitelja koji se eksplicitno ne pojavljuju u funkciji troškova, pa npr. linearna funkcija troška poprma oblik $TVC = bQ + u$ - vidi i usp. A. Koutsoyiannis, *Moderna mikroekonomika*, drugo izdanje, MATE, Zagreb, 1996., str. 138-139.

Sveobuhvatan prikaz, analizu i kritiku statističke analize troškova vidi u - J. Johnston, *Statistical Cost Analysis*, McGraw-Hill, New York, 1960



Slika 3. Linearna funkcija troška - TVC, AVC i MC

1.2.2. Odabir najboljeg modela za procjenu troška - primjer

Regresijske vrijednosti predstavljaju očekivane razine zavisne varijable uz zadane empirijske vrijednosti nezavisnih varijabli i izračunavaju se tako da se u jednadžbu multiple linearne regresije redom uvrštavaju vrijednosti nezavisnih varijabli.¹⁴

14 Vidi - I. Šošić, V. Serdar, isto djelo, str. 107.

Tablica 1.

Podaci za kubnu regresijsku jednadžbu varijabilnog troška

Varijabilni trošak (000 Kn) TVC	Output (000 kom) Q	Q ²	Q ³
100	3	9	27
120	4	16	64
130	5	25	125
150	6	36	216
156	7	49	343
160	8	64	512
170	9	81	729
180	10	100	1 000
190	11	121	1 331
200	12	144	1 728
230	13	169	2 197
260	14	196	2 744
300	15	225	3 375
350	16	256	4 096
400	17	289	4 913
460	18	324	5 832

Pretpostavimo da su nakon provedenog postupka prikupljanja i pripreme podataka, te rješenja problema u svezi s tim, na raspolaganju sređeni empirijski podaci o varijabilnom trošku i outputu danim u tablici 1. Unošenjem podataka u računalo rabeći korak po korak regresiju (*stepwise regression*) mogu se u tri koraka izvesti tri jednadžbe dodajući pri svakom koraku po jednu nezavisnu varijablu. Rezultati se mogu sažeti na sljedeći način:

$$\begin{aligned}
 \text{(a) } VC &= 6,25882 + 20,5706Q & R^2 &= 0,8697 & \text{RMS}_e &= 39,23 \\
 & \quad (9,669) & & & F &= 93,49 & \text{W.D.} &= 0,23 \\
 \text{(b) } VC &= 162,009 - 16,1794Q + 1,75Q^2 & R^2 &= 0,9755 & \text{RMS}_e &= 17,65 \\
 & \quad (-3,237) \quad (7,492) & & & F &= 258,89 & \text{W.D.} &= 0,46 \\
 \text{(c) } VC &= 6,75189 + 43,7648Q - 4,70112Q^2 + 0,204797Q^3 & R^2 &= 0,9985 & \text{RMS}_e &= 4,54 \\
 & \quad (9,525) \quad (-9,824) \quad (13,588) & & & F &= 2672,25 & \text{W.D.} &= 1,48
 \end{aligned}$$

Jednostavni linearni model (a) je statistički signifikantan, međutim koeficijent determinacije u usporedbi s (b) i (c) je najniži, a korijen srednje kvadratne standardne pogreške ocjene ili standardna devijacija su najveći i preveliki za predviđanje. U kvadratnoj regresijskoj jednadžbi (b)

koeficijent Q ima pogrešan (negativan) predznak, a standardna devijacija je skoro četiri puta veća nego u kubnoj regresijskoj jednadžbi (c) koja je najprikladnija - uz najnižu standardnu pogrešku ima najveći koeficijent determinacije i zadovoljava sve statističke testove signifikancije. Negativan predznak kvadratnog člana u jednadžbi (c) vodi najprije povećanju troškova po opadajućoj stopi (opadajući granični troškovi), a nakon toga pozitivan predznak kubnog člana proizvodnje povećava troškove po rastućoj stopi (rastući granični troškovi).¹⁵

U koliko se pretpostavi da su procijenjeni fiksni troškovi 500 000 Kn, jednadžba ukupnih troškova proizvodnje i prodaje u kratkom roku je

$$SRTC = 500 + 43,7648Q - 4,70112Q^2 + 0,204797Q^3$$

gdje se SRTC mjeri u tisućama kuna, a Q su jedinice outputa u tisućama.

2. PROCJENJIVANJE DUGOROČNIH TROŠKOVA

Procjenjivanje krivulja dugoročnih troškova u osnovi je konceptualno slično procjenjivanju krivulja kratkoročnih troškova. Međutim, često je složenije i otud zahtjevnije. Cilj procjenjivanja krivulja dugoročnih troškova je utvrditi jedinične troškove za različite veličine opsega kapaciteta i tako istražiti prinose s obzirom na razmjer. Na taj način se daju odgovori na pitanja: Dovodi li povećanje kapaciteta do rastućeg prinosa i opadajućih troškova (ekonomija opsega)? Gdje i kada poslije određene točke (minimuma troškova - optimalnog opsega kapaciteta) dalje povećanje kapaciteta dovodi do opadajućeg prinosa s obzirom na razmjer i rastućih troškova (disekonomija opsega)? Ostaju li možda troškovi konstantni s povećanjem kapaciteta pokazujući nepostojanje ni ekonomije ni diseconomije opsega? Odgovori na gornja pitanja omogućavaju određivanje optimalne veličine kapaciteta potrebnu izgraditi da bi se minimizirali troškovi anticipirane razine proizvodnje u dugom roku. Osim toga, pitanje kretanja troškova u odnosu na veličinu kapaciteta je važno pri donošenju drugih bitnih odluka u poslovanju. Tako npr. u odlučivanju o mogućem spajanju odnosno integraciji postrojenja, pogona, ili čitavih poduzeća menadžeri se moraju koristiti analizama i procjenama troškova kako bi mogli donijeti ispravnu odluku imajući na umu procjenu sljedećeg: Pokazuje li sinergija dobivena spajanjem moguće smanjenje prosječnih troškova kao funkciju veličine kapaciteta?

15 U koliko bi za jednake podatke procjenjivali kubnu regresijsku jednadžbu bez konstante, dobijena relacija i testovi signifikancije bili bi

$$VC = 46,0997Q - 4,93329Q^2 + 0,211756Q^3 \quad R^2 = 0,9985; \quad RMS_e = 4,41; \quad F = 4255,23; \quad D.W. = 1,49$$

(44,631) (-28,637) (30,922)

Na složenost analize i procjenu ne utječe samo varijabilnost svih troškova u dugom roku nego i činjenica da se u dugom roku mijenjaju i proizvodi koji se proizvode i tehnologija koja se rabi. Upravo se zato krivulje dugoročnih prosječnih troškova (LRAC) procjenjuju regresijskom analizom vremenskih presjeka (*cross-sectional regression analysis*) na temelju podataka o troškovima i outputu određenih poduzeća u zadanoj točki vremena.

Krivulja LRAC se također može procijeniti inženjerskom tehnikom (*engineering technique*) određujući optimalne kombinacije inputa neophodne za proizvodnju različitih razina outputa uz dane cijene inputa i raspoloživu tehnologiju. Ako podaci za inženjersku metodu nisu pri ruci ili su nedovoljni, u procjeni troškova se može rabiti Cobb-Douglasova i CES proizvodne funkcije.¹⁶ Uz navedeno se može rabiti i tehnika preživljavanja (*survival technique*) koja određuje postojanje rastućih, opadajućih ili konstantnih prinosa s obzirom na razmjer ovisno o činjenici da li se udio velikih poduzeća (u odnosu na mala) u outputu odnosne industrije povećava, smanjuje ili ostaje jednak u vremenu.

2.1. Statistička procjena - problemi i mogućnosti

Statističko procjenjivanje dugoročnih troškova regresijskom analizom u zbilji je vrlo često. Uz široke mogućnosti kakve takva analiza pruža, postoji i niz problema u njezinoj primjeni. Ovi su znatno iznad problema i poteškoća kakvi se susreću u empirijskom procjenjivanju krivulja kratkoročnih troškova regresijskom analizom koja koristi vremenske serije podataka. To nikako ne umanjuje značaj i mogućnosti statističke procjene. U njezinoj primjeni treba na umu imati sljedeće.¹⁷

Teorijski, funkcije odnosno krivulje dugoročnih troškova se mogu procjenjivati regresijskom analizom koristeći ili vremenske serije podataka (opažanja o troškovima i količinama proizvodnje za dano poduzeće ili postrojenje tijekom vremena) ili podatke za vremenski presjek (podatke o troškovima i proizvedenim količinama za određeni broj poduzeća u danoj točki vremena).

Iako dugi rok, kao što je navedeno, ovisi o vrsti djelatnosti, može se istaknuti da u nekim slučajevima u dugoročnoj analizi troškova relevantni

16 CES (*constant elasticity of substitution*) funkcije proizvodnje su funkcije proizvodnje s konstantnom elastičnosti supstitucije inputa, a Cobb-Douglasova funkcija je poseban slučaj CES funkcije - vidi opširnije - A. C. Chiang, Osnovne metode matematičke ekonomije, treće izdanje, MATE, Zagreb, 1994., str. 426-430.

17 Usp. M. Hirschey, J. L. Pappas, D. Whigham, isto djelo, str. 523-526.; P. Keat, P. K. Y. Young, isto djelo, str. 384-386. i D. Salvatore, Ekonomija za menadžere u svjetskoj privredi, drugo izdanje, MATE, Zagreb, 1994., str. 303-305.

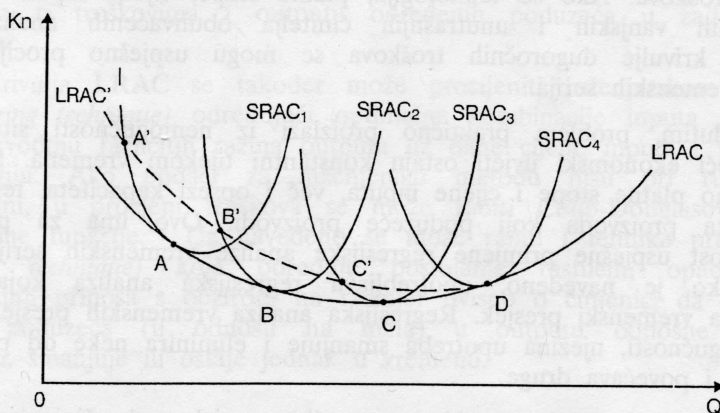
podaci obuhvaćaju mjesečne podatke u vremenskom razdoblju 10 do 15 godina (120 do 180 opservacija) gdje je ukupan trošak zavisna varijabla a nezavisne varijable uključuju output i eventualno neke vanjske ili unutrašnje činitelje utjecaja za koje se misli da su važni i da ih treba uključiti u funkciju troškova. Ako se tehnologija, platne stope, cijena inputa odnosno svih važnih vanjskih i unutrašnjih činitelja obuhvaćenih analizom ne mijenjaju, krivulje dugoročnih troškova se mogu uspješno procijeniti na temelju vremenskih serija.

Međutim, problem praktično proizlazi iz nemogućnosti situacije u kojima opći ekonomski uvjeti ostaju konstantni tijekom vremena. Mijenjaju se ne samo platne stope i cijene inputa, već i opsezi kapaciteta, tehnologija pa i vrsta proizvoda koji poduzeće proizvodi. Ovo ima za posljedicu nemogućnost uspješne primjene regresijske analize vremenskih serija pa se stoga, kako je navedeno, upotrebljava regresijska analiza koja koristi podatke za vremenski presjek. Regresijska analiza vremenskih presjeka daje velike mogućnosti, njezina upotreba smanjuje i eliminira neke od problema, ali otvara i povećava druge.

Prednosti i posebna moć ove analize proizlaze iz činjenice što su opservacije vezane za različita poduzeća u danoj točki vremena pa, kako su različita poduzeća različitih veličina, nezavisna varijabla (količina outputa) može varirati u relativno velikim iznosima. Dalje, kako se opservacije uzimaju u danoj točki vremena (npr. određena godina) tehnologija je poznata i ne mijenja se (ovo ne znači da sva poduzeća rabe istu tehnologiju ili da je rabe na najučinkovitiji način). I na kraju, prilagođavanje različitih troškova inflaciji i drugim cjenovnim promjenama nije neophodno (osim u slučaju hiperinflacije) budući da se podaci za vremenski presjek odnose na jednu točku u vremenu.

S druge strane, regresijska analiza vremenskih presjeka pokazuje nedostatke. Tako problemi nastaju i zbog toga što poduzeća u različitim geografskim područjima na regionalnim tržištima plaćaju različite cijene za inpute pa se cijene inputa moraju uključiti u regresiju kao nezavisne varijable. Osim toga, između različitih poduzeća mogu postojati razlike u načinu računovodstvenog obračuna troškova - npr. obračuna zaliha, amortizacije, plaća i sl. Dalje, vrlo je teško odrediti optimalnu krivulju LRAC odnosno krivulju prema kojoj bi svako poduzeće proizvodilo optimalnu razinu proizvodnje s optimalnom veličinom kapaciteta. Naime, za sva poduzeća može se pretpostaviti da proizvode optimalnu razinu proizvodnje s optimalnom veličinom kapaciteta odnosno postrojenja. Ako je pretpostavka točna empirijski procijenjeni odnos troška i outputa geometrijsko-grafički se prikazuje krivuljom LRAC koja tangira pojedinačne krivulje poduzeća $SRAC_1$, $SRAC_2$, ... Poduzeća posluju s optimalnim opsegom kapaciteta pri optimalnoj razini outputa ako proizvode u točkama na svojim krivuljama $SRAC$ koje formiraju dio krivulje LRAC (na slici 4. u točkama A, B, C i D). Međutim, ako za razliku od pretpostavke neka poduzeća posluju s manjom učinkovitosti tada bi dobivena regresijska

krivulja LRAC' bila iznad LRAC krivulje (prolazila bi točkama A', B', C' i D na slici 4.). U tom slučaju su procijenjeni troškovi viši od dugoročnih prosječnih troškova (optimalnih prema pretpostavci), što znači da je dobijena krivulja LRAC' suboptimalna.



Slika 4. Djelotvornost postupka procjene krivulje LRAC

Uz navedeno, ozbiljan problem je i činjenica da se zakrivljenost krivulje LRAC može izobličiti zbog različitih stopa ekonomske učinkovitosti velikih nasuprot malim poduzećima. Tako se npr. može pretpostaviti da velika poduzeća češće od malih zapošljavaju optimalan opseg kapaciteta. Ako mala poduzeća posluju blizu točke optimalne razine kapaciteta, empirijski procijenjena krivulja LRAC imat će negativan nagib, mnogo strmiji nego optimalna krivulja prema pretpostavkama, a to će dovesti do preuveličavanja značaja ekonomije opsega u toj industriji. Obratno, u koliko su velika poduzeća manje savjesna od malih glede uporabe opsega kapaciteta, procijenjena krivulja LRAC može imati negativan nagib, manje strm nego kod optimalne krivulje, što vodi umanjivanju značaja ekonomije opsega. Slično tome, ekonomija opsega može biti podcijenjena i u slučaju da se mala poduzeća s visokim troškovima ne uključe u analizu.

Zasigurno u potpunosti nema načina da se isprave potencijalna pogreška i odstupanja od optimalnog oblika krivulje LRAC. Mora se izabrati i uvrstiti u analizu poduzeća koja su što je moguće više homogena ali bez trivijaliziranja procjenjivanja izborom malog broja poduzeća sa skoro istim obilježjima. Procjenjivanje troškova može započeti kad se svi mogući izvori pogrešaka svedu na najmanju moguću mjeru.

2.2. Inženjerska tehnika

Kada se analiziraju nove metode proizvodnje ili proizvodnja novih i/ili inoviranih proizvoda povijesni podaci o troškovima i outputu često nam ne

budu na raspolaganju ili ih nema dovoljno. Takve situacije su idealne za primjenu inženjerske tehnike procjenjivanja troškova.

Inženjerska metoda uključuje procjenu očekivanih troškova proizvodnje na temelju fizičkih proizvodnih odnosa i očekivanih troškova inputa neophodnih za proizvodnju određene razine. Prema tome, ova metoda se zasniva na tehničkim odnosima između činitelja i razina proizvodnje sadržanih u proizvodnoj funkciji. Određuju se optimalne kombinacije inputa, odnosno činitelja potrebnih za proizvodnju različitih razina proizvodnje, pa se te tehnički optimalne kombinacije činitelja množe cijenama činitelja kako bi se dobili troškovi odgovarajuće razine proizvodnje. Procjene se baziraju na optimalnoj pretpostavci a to je proizvodnja najvećeg outputa uz danu kombinaciju inputa, odnosno kombiniranje utrošaka činitelja najnižeg troška u proizvodnji outputa određene razine (vidi primjer u dijelu 2.3.).

Prednost inženjerske tehnike u odnosu na regresijsku analizu vremenskog presjeka je činjenica da se tehnologija drži konstantnom. Naime, inženjerska tehnika se temelji na sadašnjoj tehnologiji za razliku od analize vremenskog presjeka u kojoj različita poduzeća koriste različitu (staru i tekuću) tehnologiju. Za razliku od regresijske analize vremenskih presjeka, ovdje se ne javlja problem različitih cijena inputa u različitim geografskim područjima, odnosno na različitim regionalnim tržištima. Osim navedenih prednosti, u ovoj tehnici (kao i u analizi vremenskih presjeka) nema problema prilagođavanja troškova inflaciji, a eliminirani su i problemi vezani za promjenu proizvoda koji se proizvode.

Međutim, i u primjeni ove tehnike uočavaju se problemi. Prvo, procjenjivanje troškova za različite razine proizvodnje mora se pažljivo provoditi jer procjene često odražavaju udžbeničke koncepte funkcija proizvodnje i krivulja troškova a ne učinke različitih stopa proizvodnje na troškove u određenom razdoblju. Osim toga, procjene predstavljaju stavke koje inženjeri i istraživači smatraju troškovima a ne neophodno i ono što će trošak biti. Tu nastaje problem jer se u procjeni najviše istražuju i analiziraju tehnički aspekti proizvodnje i procjenjuju se izravni troškovi proizvoda, a ne uzimaju se u obzir administracijski, financijski i troškovi prodaje. Više se istražuje proizvodnja u idealnim nego u stvarnim uvjetima, temelji se na tekućoj raspoloživoj tehnologiji koja može brzo zastarjeti, a uz to, općenito gledano, inženjeri su poznati kao optimisti glede troškova koje procjenjuju.

Uz navedeno, velik nedostatak inženjerskih istraživanja je podcjenjivanje troškova postrojenja velikog opsega. Naime, inženjerska istraživanja i analiza troškova uobičajeno se temelji na pilot programima i postrojenjima malog opsega, a kad se utvrđeni odnosi činitelj - proizvodnja - trošak iz pilot programa prenesu na velika postrojenja i poslovanje s punim kapacitetima čest su rezultat značajne pogreške u procjeni troška. Općenito se može reći da inženjerske procjene troškova često pokazuju opadajuće prosječne troškove do određene točke dok je iza te točke pri višim razinama proizvodnje krivulja LRAC znatno ravnija pa se moguće

postojanje disekonomije opsega obično ne uzima u obzir. Prema tome, inženjerske tehnike daju korisnu i upotrebljivu alternativu statističkoj procjeni troškova. Međutim, ako se troškovi žele točno procijeniti njih se mora primjenjivati s velikim oprezom.

2.3. Izvođenje krivulja dugoročnih troškova iz putanje ekspanzije poduzeća - primjer

Inženjerskom tehnikom, odnosno metodom, procjenjuje se krivulja dugoročnih prosječnih troškova (LRAC) utvrđivanjem optimalne kombinacije inputa neophodnih za proizvodnju različitih razina outputa uz dane cijene inputa i raspoloživu tehnologiju. Iz teorije proizvodnje poznato je da je putanja ekspanzije poduzeća u dugom roku linija koja spaja točke tangencije izokvanti i izotroškovnih pravaca (uz konstantne cijene inputa), te da ona pokazuje optimalne kombinacije inputa u proizvodnji različitih razina outputa.¹⁸ Upravo to omogućava da se iz putanje ekspanzije poduzeća izvede krivulja dugoročnih troškova (LRTC) koja pokazuje minimalne ukupne troškove za različite razine proizvodnje. Iz krivulje LRTC se izvede krivulje LRAC i LRMC (dugoročni granični trošak). Prema tome, ako su poznati proizvodna funkcija i cijene inputa, odnosno izokvante i izotroškovni pravac moguće je procijeniti dugoročne krivulje troškova na sljedeći način (slika 5.).¹⁹

Na slici 5. dio (a) prikazana je putanja ekspanzije poduzeća u dugom roku (LRE). Krivulja LRE pokazuje optimalne kombinacije činitelja proizvodnje (u ovom primjeru rada - L i kapitala - K) za proizvodnju različitih razina proizvodnje i to 1Q, 2Q, 4Q, 6Q i 8Q. Cijene inputa su dane i ne mijenjaju se, tako da je cijena uzimanja kapitala u zakup (r) po jedinici proizvodnje 5 Kn, a nadnica za rad (w) je također 5 Kn po jedinici proizvodnje. Točka A na dijelu slike (a) pokazuje da su minimalni ukupni troškovi za proizvodnju 1Q jednaki

$$4L \cdot 5 \text{ Kn} + 4K \cdot 5 \text{ Kn} = 40 \text{ Kn}$$

18 O optimizaciji u teoriji proizvodnje vidi u - Đ. Benić, Osnove ekonomije, ... str. 173-191.; R. H. Frank, Microeconomics and Behavior, McGraw-Hill, Inc., New York, 1991, str. 253-283. i H. R. Varian, Intermediate Microeconomics - A Modern Approach, Second Edition, W. W. Norton & Company, New York, 1990, str. 299-309. i 329-335.

19 Procjenjivanje troškova inženjerskom tehnikom u dva stadija i to prvom koji uključuje procjenu proizvodne funkcije odnosno tehnički odnos između činitelja i proizvodnje, te drugom stadiju u kojem se procjenjuje krivulja troškova iz tehničkih informacija koje je pružila tehnička proizvodna funkcija i to biranjem nejefтинije kombinacije činitelja za svaku razinu proizvodnje - vidi na primjeru u - A. Koutsoyannis, isto djelo, str. 143-146.

i na dijelu slike (b) gdje apscisa mjeri proizvodnju a ordinata ukupne troškove prikazani su točkom A'.²⁰

Tablica 2.

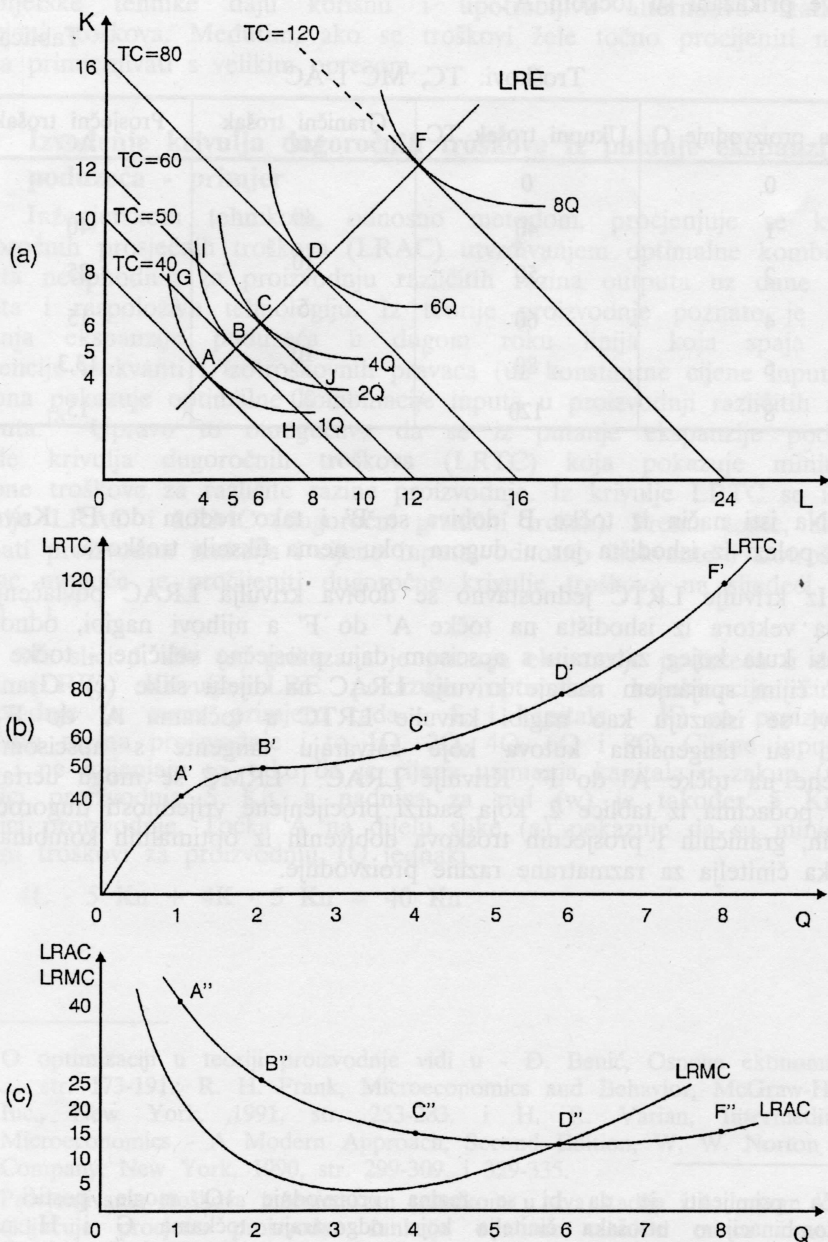
Troškovi: TC, MC i AC

Razina proizvodnje Q	Ukupni trošak TC	Grafični trošak MC	Prosječni trošak AC
0	0		
1	40	40	40
2	50	10	25
4	60	5	15
6	80	10	13,3
8	120	20	15

Na isti način iz točke B dobiva se B' i tako redom do F'. Krivulja LRTC polazi iz ishodišta jer u dugom roku nema fiksnih troškova.

Iz krivulje LRTC jednostavno se dobiva krivulja LRAC povlačenjem radijusa vektora iz ishodišta na točke A' do F' a njihovi nagibi, odnosno tangensi kuta kojeg zatvaraju s apscisom daju prosječne veličine - točke A'' do F'' čijim spajanjem nastaje krivulja LRAC na dijelu slike (c). Grafični troškovi se iskazuju kao nagibi krivulje LRTC u točkama A' do F', a jednaki su tangensima kutova koje zatvaraju tangente s apscisom a povučene na točke A' do F'. Krivulje LRAC i LRMC se mogu ucrtati i prema podacima iz tablice 2. koja sadrži procijenjene vrijednosti dugoročnih ukupnih, grafičnih i prosječnih troškova dobivenih iz optimalnih kombinacija utrošaka činitelja za razmatrane razine proizvodnje.

20 Za primijetiti je da bi se razina proizvodnje 1Q mogla postići i kombinacijom utrošaka činitelja koje odgovaraju točkama G i H na izokvanti 1Q, međutim to ne bi predstavljalo traženu najjeftiniju kombinaciju činitelja jer bi njihov trošak bio 50 Kn (jednako za razinu proizvodnje 2Q točke I i J predstavljaju kombinacije utrošaka većeg troška - 60 Kn - od minimalnog troška - 50 Kn).



Slika 5. Izvođenje krivulja LRTC, LRAC i LRMC iz dugoročne putanje ekspanzije poduzeća

2.4. Procjena upotrebom Cobb-Douglasove funkcije proizvodnje

Kad podaci za inženjersku tehniku procjenjivanja dugoročnih troškova nisu raspoloživi ili su nedovoljni, što je već navedeno, troškovi se mogu procijeniti pomoću Cobb-Douglasove proizvodne funkcije. U nastavku se daju matematički prikaz i objašnjenje.²¹

Moguće je odrediti količine inputa koje minimiziraju troškove i dugoročnu funkciju troška za opću Cobb-Douglasovu funkciju $Q = AK^\alpha L^\beta$ na način da se riješi problem minimiziranja troška poduzeća ovisno o općoj Cobb-Douglasovoj proizvodnoj funkciji. Prema tome, problem se svodi na pronalaženje

$$\min TC = wL + rK \quad (10)$$

uz uvjet

$$Q = AK^\alpha L^\beta \quad (11)$$

Da bi odredili iznose kapitala i rada, čijom bi uporabom poduzeće minimiziralo troškove proizvodnje outputa Q , formira se Lagrangeova funkcija

$$F = wL + rK - \lambda(AK^\alpha L^\beta - Q) \quad (12)$$

Funkciju treba derivirati po varijablama L , K , i λ , te izjednačiti s nulom

$$\partial F / \partial L = w - \lambda(\beta AK^\alpha L^{\beta-1}) = 0 \quad (13)$$

$$\partial F / \partial K = r - \lambda(\alpha AK^{\alpha-1} L^\beta) = 0 \quad (14)$$

$$\partial F / \partial \lambda = -AK^\alpha L^\beta + Q = 0 \quad (15)$$

Iz (13) dobiva se

$$\lambda = w / A\beta K^\alpha L^{\beta-1} \quad (16)$$

a uvrštavajući (16) u (14)

$$r - w / A\beta K^\alpha L^{\beta-1} [\alpha AK^{\alpha-1} L^\beta] = 0 ,$$

odnosno

$$rA\beta K^\alpha L^{\beta-1} = w\alpha AK^{\alpha-1} L^\beta \quad (17)$$

i otud

$$L = \beta r K / \alpha w \quad (18)$$

21 Usp. B. R. Binger, E. Hoffman, *Microeconomics with Calculus*, Second Edition, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1998, str. 276-279. i R. S. Pindyck, D. L. Rubinfeld, *Microeconomics*, Macmillan Publishing Company, New York, 1989, str. 243-244.

Sada se relacijom (18) eliminira L iz relacije (15),

$$-AK^{\alpha}(\beta rK / \alpha w)^{\beta} + Q = 0,$$

pa je

$$Q = AK^{\alpha} \beta^{\beta} r^{\beta} K^{\beta} / L^{\beta} w^{\beta} \quad (19)$$

a otud

$$K^{\alpha+\beta} = QL^{\beta} w^{\beta} / A \beta^{\beta} r^{\beta},$$

odnosno

$$K^{\alpha+\beta} = (\alpha w / \beta r)^{\beta} Q / A \quad (20)$$

i konačno

$$K = [(\alpha w / \beta r)^{\beta/(\alpha+\beta)}] (Q / A)^{1/(\alpha+\beta)}. \quad (21)$$

Relacijom (21) određena je količina kapitala kojom se minimizira trošak. Količina rada kojom se minimizira trošak određuje se uvrštavanjem (21) u (18),

$$L = [(\beta r / \alpha w)^{\alpha/(\alpha+\beta)}] (Q / A)^{1/(\alpha+\beta)}. \quad (22)$$

Prema tome, minimiziranjem troška uz Cobb-Douglasovu proizvodnu funkciju kao ograničavajući uvjet, određena je optimalna kombinacija kapitala i rada. Sada je potrebno odrediti funkciju ukupnog troška poduzeća.

Ukupan trošak proizvodnje bilo kojeg outputa Q može se dobiti jednostavnim uvrštavanjem relacija (21) za K i (22) za L u jednadžbu $TC = wL + rK$,

$$TC = w(\beta r/Lw)^{\alpha/(\alpha+\beta)} (Q/A)^{1/(\alpha+\beta)} + r(\alpha w/\beta r)^{\beta/(\alpha+\beta)} (Q/A)^{1/(\alpha+\beta)},$$

odnosno

$$TC = \{1/A[(\beta/\alpha)^{\alpha} + (\alpha/\beta)^{\beta}]\}^{1/(\alpha+\beta)} (r)^{\alpha/(\alpha+\beta)} (w)^{\beta/(\alpha+\beta)} (Q)^{1/(\alpha+\beta)}, \quad (23)$$

što se može izraziti logaritmima

$$\begin{aligned} \log TC = & -1/(\alpha+\beta)\{\log A[(\alpha-\beta)(\log \beta - \log \alpha)]\} + \alpha/(\alpha+\beta)\{\log r\} + \\ & + \beta/(\alpha+\beta)\{\log w\} + 1/(\alpha+\beta)\{\log Q\}. \end{aligned} \quad (24)$$

- 22 Valja primijetiti da će poduzeće rabiti više kapitala a manje rada ako nadnica za rad w raste u odnosu na cijenu kapitala u zakupu r , a ako, primjerice, tehnološke promjene dovedu do povećavanja A (što ima za posljedicu mogućnost proizvodnje većeg outputa s jednakim inputima) i K i L će se smanjiti.

Relacija (24) se može procijenjivati rabeći podatke o troškovima, cijeni inputa i outputu.

Na kraju je potrebno naglasiti da dobivena funkcija troškova s jedne strane pokazuje kako se mijenjaju troškovi kad se mijenjaju cijene inputa, a s druge strane također pokazuje kako se povećavaju ukupni troškovi TC kad se povećava razina outputa Q . Kad je $\alpha + \beta = 1$ troškovi se povećavaju proporcionalno s outputom što znači da se radi o konstantnom prinosu na opseg. U slučaju kad je $\alpha + \beta > 1$ u pitanju su rastući prinosi na opseg (opadajući troškovi), a kada je $\alpha + \beta < 1$ radi se o opadajućim prinosima (rastućim troškovima). Međutim, svrstavajući podatke u različite raspone proizvodnje i procjenjujući odvojeno relacije, može se za rezultat dobiti da određeni proces proizvodnje u određenim rasponima proizvodnje ima rastuće prinose, u drugim konstantne, a zatim nastavljajući proizvodnju opadajuće prinose čime se ukazuje na zone ekonomije i disekonomije opsega.

2.5. Tehnika preživljavanja

Američki ekonomist G. J. Stigler²³ nastojeći izbjeći probleme u svezi s mjerenjem troškova razvio je posebnu neizravnu metodu mjerenja koja omogućava procjenu dugoročnih troškova, poznatu pod nazivom tehnika preživljavanja. Naime, uvidjevši da upotreba računovodstvenih podataka sa svim poteškoćama, problemima i prilagođavanjima čini upitnom valjanost procjene troškova na takvim padacima, G. J. Stigler razvija metodu na sljedećim polazištima.²⁴

Konkurencija između poduzeća različitih veličina u nekoj industriji u dugom roku omogućava samo tehnički efikasnijim poduzećima da prežive. Takva poduzeća s relativno niskim prosječnim troškovima tijekom vremena ne samo da preživljavaju već i napreduju dok, nasuprot tome, poduzeća s relativno visokim prosječnim troškovima podliježu konkurentskom pritisku i nestaju s tržišta. Otud obilježja poduzeća koja preživljavaju pokazuju prirodu funkcije dugoročnih troškova odnosno industrije. Tako se, istražujući broj i veličinu poduzeća kao i nastale promjene u nekoj industriji tijekom vremena, može u njoj odrediti priroda odnosa troškova i outputa. Ako u dugom roku u industriji opstaju poduzeća različitih veličina može se pretpostaviti da nema ekonomije i disekonomije opsega, ako preživljavaju

23 George Joseph Stigler (1911-1991) je bio profesor na Sveučilištu Chicago, a 1982. godine je dobio Nobelovu nagradu za doprinose na području istraživanja industrijskih struktura, funkcioniranja tržišta, te uzroka i učinaka javne regulacije.

24 Vidi - G. J. Stigler, The Economies of Scale, The Journal of Law and Economics, October 1958, str. 54-71.

samo velika poduzeća tada postoji ekonomija opsega, a ako preživljavaju samo mala postoji disekonomija opsega.

Prema tome, postupak procjenjivanja dugoročnih troškova tehnikom preživljavanja provodi se promatranjem i analiziranjem jedne industrijske grane tijekom vremena. Poduzeća se kategoriziraju i svrstavaju po veličini (mjerenoj kao postotak od ukupnog industrijskog kapaciteta ili outputa) i utvrđuje se njihov tržišni udio u promatranom vremenskom razdoblju. Ako udio određene vrste (kategorije) opada zaključak je da je ona relativno neefikasna, što znači da ima visoke troškove. Obratno, ako se tržišni udio povećava, poduzeća te vrste su efikasna i imaju niske prosječne troškove. Upravo su se tehnikom preživljavanja istraživali prinosi na opseg karakteristični za neke industrijske grane.²⁵

Iako je tehniku preživljavanja relativno jednostavno primijeniti, u njezinoj primjeni postoje ozbiljna ograničenja. Prvo, treba naglasiti da nije od pomoći u procjenjivanju troškova za ciljeve planiranja. Ona samo ukazuje na veličinu poduzeća koja imaju izgleda da bude najučinkovitija, odnosno na ispunjenosti pretpostavke na kojim se zasniva, pokazuje samo grub oblik dugoročne krivulje troškova ali ne i stvarnu veličinu ekonomije i disekonomije opsega. Drugo, nedostatak spomenute tehnike je što ona pretpostavlja da je preživljavanje izravno povezano s minimiziranjem dugoročnih prosječnih troškova koji na to odlučujuće utječu, iako npr. uspješna diferencijacija proizvoda često utječe ne samo na preživljavanje malih poduzeća nego i na njihov napredak. Dalje, implicitno pretpostavlja da poduzeća posluju u visoko konkurentnim tržišnim uvjetima, iako vladine mjere, tajni sporazumi i/ili prepreke slobodnom ulazu poduzeća u odnosnu granu ih mogu štiti od konkurencije, a neefikasnim poduzećima omogućiti preživljavanje. Isto tako, pretpostavka je da poduzeća teže istim ciljevima i posluju u sličnim okruženjima tako da nema lokacijskih ili drugih prednosti, (a poznato je da npr. visoki, ili niski, transportni troškovi i te kako mogu utjecati na preživljavanje). I na kraju, u dugom razdoblju promatranja, tehnološke promjene i moguća inflacija mogu utjecati na iskrivljenost dobivenih rezultata.

25 Vidi tabelarne prikaze Stiglerovog istraživanja o broju poduzeća i njihovom tržišnom udjelu na primjeru proizvodnje čelika u blokovima u Sjedinjenim Državama 1930., 1938. i 1951. (objavljenog u gore navedenom radu), te komentare u svezi procjene troškova u - A. Koutsoyiannis, isto djelo, str. 147. i G. S. Maddala, E. Miller, *Microeconomics - Theory and Applications*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1989, str. 216-217.

ZAKLJUČAK

Procjenjivanje funkcija kratkoročnih i dugoročnih troškova od velike je važnosti u menadžerskom odlučivanju. S jedne strane, poznavanje funkcije kratkoročnih troškova je korisno u operativnom odlučivanju i neophodno je za donošenje učinkovitih odluka u svezi s određivanjem prodajne cijene i optimalne razine proizvodnje. S druge strane, poznavanje funkcije dugoročnih troškova je korisno u dugoročnom planiranju, u prvom redu veličine postrojenja koja će poduzeće graditi, ali i za donošenje drugih odluka bitnih za poslovanje - npr. da li se integrirati ili ne integrirati s drugim poduzećem.

U procjenjivanju kratkoročnih troškova najčešće se rabe vremenske serije i regresijska analiza kojom se troškovi dovode u vezu s proizvodnjom, cijenom inputa, uvjetima poslovanja i drugim vezanim činiteljima čiji se učinci na troškove žele analizirati. Osnovni problemi koji se pri tom javljaju su obračun oportunitetnih troškova, pravilno alociranje, vremensko usklađivanje i cjenovno prilagođivanje raspoloživih računovodstvenih podataka, te pravilno određivanje duljine vremena za koju će se funkcija troškova procjenjivati.

U procjenjivanju kratkoročnih troškova (ponekad i dugoročnih) najčešće se rabi jedna od triju funkcija i to linearna, kvadratna ili kubna. Ekonomska teorija polazi od S (kubnog) oblika krivulje ukupnih varijabilnih troškova, iako ponekad linearna aproksimacija daje bolju empirijsku prilagodbu.

Procjenjivanje dugoročnih troškova često je složenije i zahtjevnije od procjenjivanja kratkoročnih troškova, kako zbog varijabilnosti svih troškova u dugom roku tako i zbog činjenice da se u dugom roku mijenjaju i proizvodi koji se proizvode i tehnologija koja se rabi. Upravo zato krivulja dugoročnih prosječnih troškova najčešće se procjenjuje regresijskom analizom vremenskih presjeka na temelju podataka o troškovima i outputu određenih poduzeća u danj točki vremena. Međutim, isto tako mogu se rabiti i neke druge tehnike, u prvom redu inženjerska, upotrebom Cobb-Douglasove i drugih CES proizvodnih funkcija, te tehnika preživljavanja. Svaka tehnika ima određenih prednosti i nedostataka u odnosu na druge.

LITERATURA

- Đ. Benić, Osnove ekonomije, treće izdanje, Školska knjiga, Zagreb, 2001.
- Đ. Benić, Osnove gospodarstva - mikropristup, drugo izdanje, Školska knjiga, Zagreb, 1995.
- Đ. Benić, Tehnike procjenjivanja potražnje, Ekonomska misao i praksa, Vol. V., br. 1., Dubrovnik, 1996.

- B. R. Binger, E. Hoffman, *Microeconomics with Calculus*, Second Edition, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1998
- W. Boyes, M. Melvin, *Microeconomics*, Houghton Mifflin Company, Boston, 1991
- A. C. Chiang, *Osnovne metode matematičke ekonomije*, treće izdanje, MATE, Zagreb, 1994.
- R. H. Frank, *Microeconomics and Behavior*, McGraw-Hill, Inc., New York, 1991
- M. Hirschey, J. L. Pappas, *Fundamentals of Managerial Economics*, Fifth Edition, The Dryden Press, Fort Worth, 1995
- M. Hirschey, J. L. Pappas, D. Whigham, *Managerial Economics*, European Edition, The Dryden Press, London, 1995
- L. D. Hoffmann, G. L. Bradley, *Calculus for Business, Economics, and the Social and Life Sciences*, Fifth Edition, McGraw-Hill, Inc., New York, 1992
- J. Johnston, *Statistical Cost Analysis*, McGraw-Hill, New York, 1960
- P. Keat, P. K. Y. Young, *Managerial Economics: Economic Tools for Today's Decision Makers*, Maxwell Macmillan International Editions, New York, 1992
- A. Koutsoyiannis, *Moderna mikroekonomika*, drugo izdanje, MATE, Zagreb, 1996.
- G. S. Maddala, E. Miller, *Microeconomics - Theory and Applications*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1989
- R. S. Pindyck, D. L. Rubinfeld, *Microeconomics*, Macmillan Publishing Company, New York, 1989
- J. Prager, *Applied Microeconomics - An Intermediate Text*, IRWIN, Homewood, 1993
- D. Salvatore, *Managerial Economics - Theory and Problems*, McGraw-Hill, New York, 1989
- D. Salvatore, *Ekonomija za menedžere u svjetskoj privredi*, drugo izdanje, MATE, Zagreb, 1994.
- W.F. Samuelson, S.G. Marks, *Managerial Economics*, Second Edition, The Dryden Press, Fort Worth, 1995
- A. F. Siegel, *Practical Business Statistics*, Second Edition, IRWIN, Burr Ridge, Illinois, 1994
- S. L. Slavin, *Microeconomics*, Third Edition, IRWIN, Burr Ridge, Illinois, 1994
- G. J. Stigler, *The Economies of Scale*, *The Journal of Law and Economics*, October 1958

- I. Šošić, V. Serdar, Uvod u statistiku, deveto izdanje, Školska knjiga, Zagreb, 1995.
- H. R. Varian, Intermediate Microeconomics - A Modern Approach, Second Edition, W. W. Norton & Company, New York, 1990

Đuro Benić, Ph.D.

Professor

Faculty of Tourism and Foreign Trade, Dubrovnik

COST ESTIMATION TECHNIQUES

Summary

Knowledge of short-run costs is useful in operational decision-making. It is also indispensable in effective managerial decision-making relating to the determination of selling price and optimum production level. On the other hand, knowledge of long-run costs function is useful in the long-term planning of the optimum size of plants to be built. Time series and regression analyses of linear, square and cube cost functions are applied in cost estimates, whereas regression analysis of time sections is most often used in the long run analysis. Costs may also be estimated by applying Cobb-Douglas and other CES functions, engineering and survival technique. The paper examines difficulties and problems relating to cost-estimates and analyses the said techniques' options, both in general terms and on the basis of examples, pointing out the advantages and disadvantages of each individual technique in relation to others.

Key words: costs; function; estimation; short run; long run

JEL classification: C13, D29