

Rogierus Joseph Boscovich / Ruđer Josip Bošković

*De calculo probabilitatum
quę respondent diversis valoribus
summę errorum post plures observationes, quarum
singulę possint esse erroneę certa quadam quantitate.*

Editio princeps Boškovićeva autografa u Bancroft Library u Berkeleyu

Edidit / Priredio Ivica Martinović
ivicamartinovic082@gmail.com

UDK 51-051 Bošković, R. J.
519.1(497.5)"17"
519.2(497.5)"17"
Transkripcija s uvodom
Primljen: 16. 12. 2018.
Prihvaćen: 29. 1. 2019.

Sažetak

Ovdje se objavljuje *editio princeps* Boškovićeva autografa *De calculo probabilitatum quę respondent diversis valoribus summę errorum post plures observationes, quarum singulę possint esse erroneę certa quadam quantitate*, koji je od 1962. godine pohranjen u Bancroft Library u sastavu University of California, Berkeley, u zbirci *Boscovich Papers*, s Truhelkinom oznakom N° 62 iz 1924. godine i sa sadašnjom signaturom: Carton 1, Part 1: no. 62, Folder 1:79.

Transkripcija je popraćena bilješkama i uvodom. U uvodu se pak redom: 1. opisuje rukopis; 2. obrađuje stanje istraženosti, tj. ističe da je rukopis dosad istraživao samo ruski povjesničar znanosti Oskar Šejnin početkom 1970-ih kad je o njemu objavio tri članka; 3. izlaže Boškovićev problem iz teorije pogrešaka i njegovo rješavanje. Na te se prve korake nastavlja istraživanja s ciljem da se: 4. što je preciznije moguće odredi datacija ovoga nedatiranoga Boškovićeva rukopisa; 5. raspravi pitanje o dovršenosti rukopisa; 6. zauzme stav o njegovu značenju unutar Boškovićeva djela i za znanost 18. stoljeća.

Matematički problem, u naslovu Boškovićeva spisa prikazan kao »izračunavanje vjerojatnosti koje odgovaraju različitim vrijednostima zbroja pogrešaka nakon više opažaja« uz uvjet da pojedini opažaji mogu odstupati od točne izmjere »za neku određenu vrijednost«, Bošković je strogo matematički formulirao: 1. izrijekom je pretpostavljeno da su pogreške jednako vjerojatne i poprimaju tri vrijednosti 1, 0,

-1; 2. traži se omjer vjerojatnosti za pojedine zbrojeve pogrešaka koji mogu nastati »nakon danoga broja n opažaja«; 3. podrazumijeva se da se raspon ukupne pogreške kreće od $-n$ do n i da je taj n konačan.

Da bi pripremio rješenje, Bošković je uveo pojam kombinacije r -toga razreda od n elemenata, a zatim je osobito pomno razmotrio prvi slučaj, kad je zbroj pogrešaka jednak nuli i sastavio r -članu formulu za broj svih kombinacija uz uvjet da suma pogrešaka bude 0. Istom metodom sastavio je istovrsne formule za broj kombinacija kad je suma pogrešaka jednaka 1, 2, ..., 8. Potom je u tim formulama izostavio članove koji su jednaki nuli. U zadnjem koraku upotrijebio je svoje formule da izračuna broj kombinacija za različite brojeve opažaja $n = 1, 2, \dots, 8$.

Boškovićev autograf *De calculo probabilitatum* nije datiran, a već je 1970. Oskar Sheynin upozorio da značenje ovoga rukopisa ovisi o njegovoj dataciji, odnosno o njegovoj povezanosti s geodetsko-kartografskom ekspedicijom za izmjeru duljine luka merijanskoga stupnja na rimskome meridijanu. Ali tekstualna analiza rukopisa ne nudi nijedan podatak u prilog takvoj povezanosti niti omogućuje da se rukopis poveže s Boškovićevom statističkom metodom za izravnjanje nesuglasnih opažaja, prvi put primijenjenoj 1757. godine u časopisu bolonjske akademije u članku »De litteraria expeditione per Pontificiam ditionem«, a prvi put objavljenoj 1760. u dopuni »De recentissimis graduum dimensionibus, et figura, ac magnitudine Terrae inde derivanda« uz petu knjigu Stayeva epa *Philosophia recentior*. Radeći godine 1760. na uzorku od pet odabranih, a nesuglasnih geodetskih opažaja, Bošković je formulirao drukčiji problem – problem za pronalaženje ispravaka uz tri drukčija uvjeta: da razlike između izmjerenih stupnjeva budu razmjerne razlikama između vrijednosti *sinus versus* udvostručene širine; »da zbroj pozitivnih ispravaka bude jednak zbroju negativnih; da zbroj svih ispravaka, kako pozitivnih tako i negativnih, bude najmanji od svih koji se mogu dobiti ako su očuvana prva dva uvjeta.«

Dakle, formulacija problema 1760. godine bitno se razlikuje od formulacije problema u rukopisu *De calculo probabilitatis*. Zajedničko im je samo to da je broj n mjerenja konačan, zapravo vrlo malen: u rukopisu *De calculo probabilitatis* dostiže 8 kao najveću vrijednost, a u geodetskim izvješćima u prvoj primjeni 1757. $n = 5$, a 1770. $n = 9$.

Da bi se odredila godina ili bar razdoblje u kojem je Bošković napisao svoj rukopis *De calculo probabilitatum*, u ovom su članku primijenjena dva pristupa, proizašla iz vlastita istraživačkoga iskustva. Prvi je utrt pitanjem: Je li se, kad i kako Bošković susretao s teorijom pogrešaka u geodeziji i geofizici, a ako ne s teorijom pogrešaka, onda barem s postojanjem više različitih mjerenja iste veličine? Jedan odgovor na to pitanje ponudio je sam Bošković kad je 1760. godine podsjetio da je već »od 1738. izražavao sumnju u nepravilnost u mjerenju niza stupnjeva i u obliku Zemlje«. U tom je podsjećanju Bošković uputio na tri svoje rasprave: *Dissertatio de Telluris figura* (1739), *De inaequalitate gravitatis in diversis Terrae locis* (1741) i *De observationibus astronomicis, et quo pertingat earundem certitudo* (1742).

Drugi pristup omogućuju obilježja Boškovićeva rukopisa *De calculo probabilitatum*, koja odudaraju od kasnijega stila Boškovićevih znanstvenih radova. U kolovozu

1740. Bošković je objavio dvije kratke rasprave, koje dokumentiraju lako uočljivu promjenu u njegovu pristupu kompoziciji znanstvenoga teksta. U raspravi *De motu corporum projectorum in spatio non resistente* posljednji je put tekst organizirao kao niz propozicija, uz koje je još istaknuo uvodne leme i sholije. A u raspravi *De circulis osculatoribus* prvi je put numerirao paragrafe, tj. podijelio je tekst rasprave na »brojeve«. Od numeriranja odlomaka vrlo je rijetko odstupao, primjerice u podnescima vladarima ili u člancima za neke časopise. U rukopisu *De calculo probabilitatum* Bošković je primijenio međurješenje, tj. formulirao je problem u obliku propozicije, a potom usredištenim podnaslovima numerirao korake prema njegovu rješenju.

Ta dva pristupa utiru put zaključku: vrijeme u kojem je nastao rukopis *De calculo probabilitatum* treba stegnuti na rano razdoblje 1738–1740. A to znači da uz već uočena dva područja: statističku metodu za izravnjanje nesuglasnih opažaja s prvom primjenom u geodeziji (1757, 1760, 1770) i uporabu vjerojatnosti uz odabrane teme u prirodnoj filozofiji (1754, 1755, 1758, 1763), ovaj rukopis nudi uvid u najraniji Boškovićev pristup teoriji vjerojatnosti, koji najbolje reprezentira formulacija Boškovićeve problema iz teorije pogrešaka na početku rukopisa.

Ključne riječi: Ruđer Bošković, teorija pogrešaka, teorija vjerojatnosti, kombinatorika, nesuglasni opažaji; matematika 18. stoljeća, geofizika, geodezija, astronomija

Boškovićev rukopis *De calculo probabilitatum*

U Bancroft Library u sastavu University of California at Berkeley, u zbirci *Boscovich Papers*, pohranjen je od 1962. godine i Boškovićev autograf *De calculo probabilitatum quę respondent diversis valoribus summę errorum post plures observationes, quarum singulę possint esse erroneę certa quadam quantitate*,¹ dakle spis »o izračunavanju vjerojatnosti, koje odgovaraju različitim vrijednostima zbroja pogrešaka poslije više opažaja«, uz uvjet da pojedini opažaji mogu odstupati od točne izmjere »za neku određenu vrijednost«.

U ovom se prilogu objavljuje transkripcija toga Boškovićeve autografa popraćena bilješkama i uvodom. U uvodu se pak redom:

1. opisuje rukopis;
2. prikazuje stanje istraženosti, tj. ističe da je rukopis dosad istraživao samo ruski povjesničar znanosti Oskar Borisovič Šejnin / Oscar B. Sheynin;
3. izlaže matematički problem, kako ga je formulirao Bošković, i njegovo rješenje.

Na te se prve korake nastavlja istraživanja s ciljem da se:

4. što je preciznije moguće odredi datacija ovoga nedatiranoga Boškovićeve autografa;

¹ Nadalje u tekstu i u bilješkama pod skraćenim naslovom: Bošković, *De calculo probabilitatum*.

5. raspravi pitanje o dovršenosti rukopisa; i, napokon,
6. zauzme stav o njegovu značenju unutar Boškovićeva djela i unutar povijesti znanosti u 18. stoljeću.

Opis rukopisa

Kad je 1924. godine Branimir Truhelka sastavio katalog Boškovićevih rukopisa pohranjenih u gospođe Mare pl. Mirošević-Sorgo u Dubrovniku, on je i za rukopis *De calculo probabilitatum* izradio katalošku jedinicu koju je ispisao i na ovitku unutar kojega je rukopis otada pohranjen.

Truhelkina kataloška jedinica glasi:

»Matematika

Nº 62

De calculo probabilitatum / quę respondent diversis valoribus / summę errorum post plures observationes, quarum / singulę possint esse erroneę certa quadam quantitate

Sadržaj:

- § 1. Propositio problematis, et præparatio ad solutionem s. 1
- § 2. Combinationes pro summa = 0 p. 2
- § 3. Combinationes pro summa = 1 p. 2
- § 4. Combinationes pro summa = 2 p. 2
- § 5. Tabula formularum str. 3
- § 6. Determinatio numeri terminorum utilium cujusvis formulę (str. 3-4)
- § 7. Applicatio formularum pro diversos numeros (str. 5-6)

[M.^s 4.^o B.r. 2^{sn} + 6^{si}«.

Pritom Truhelkine oznake u posljednjem retku, koliko sam mogao odgonetnuti s pomoću uvida u rukopis, znače:

M.^s = *manuscriptum*, rukopis,

4.^o = *quarto*, oznaka za format četvrtinu,

B.r. = Boškovićevom rukom,

2^{sn} = 2 stranice koje se odnose na naslovnici,

6^{si} = 6 ispisanih stranica teksta.

Pri zapisivanju sadržaja Truhelka se začudo poslužio trima kriticama za paginaciju: »s.«, »p.« i »str.«.

Tom Truhelkinu opisu dodajem još podatke o osnovnim obilježjima rukopisa.

1. Fizički opis

Rukopis ima oblik četverolista prošivenoga koncem.

Na licu prvoga lista ispisan je samo naslov rukopisa, a naličje je toga lista neispisano. Prvi list nema nikakvih oznaka.

Tekst rukopisa ispisan je na drugom, trećem i četvrtom listu vrlo malim slovima.

Tekst rukopisa paginiran je od 1 do 6 Boškovićevom rukom, i to na neparnim stranicama u desnom gornjem uglu, a na parnim stranicama u lijevom gornjem uglu.

U skladu s tim obročanje autografa glasi: f. [1]; pp. 1–6.

Listovi rukopisa nemaju oblik pravilnoga pravokutnika: visina lista na lijevom rubu iznosi 266 mm, a na desnom rubu 270 mm, širina lista također varira od 193 do 195 mm.

2. Autorstvo i datacija

Na rukopisu nigdje nije zabilježeno da je autor Bošković.

Truhelka je u svojoj kataložkoj jedinici zabilježio da je rukopis napisan »B.r.«, čitaj: Boškovićevom rukom.

Sa svoje strane, na temelju iskustva, mogu posvjedočiti da je doista riječ o Boškovićevu autografu.

Rukopis nije datiran.

3. Vrsta rukopisa

Promotri li se u cijelosti, rukopis nije čistopis.

Već je u naslovu na f. [1r] precrtana jedna riječ, tako da nije čitljiva.

Na p. 1 u tablici binomnih koeficijenata zapisi u prvom stupcu precrtani su do nečitljivosti, a u prvom retku uz precrtane zapise dodane su riječi i znamenke.

Na p. 2 ima precrtanih redaka i riječi.

Na p. 3 nalazi se prvi oveći odlomak, koji je precrtan, ali tako da je ostao čitljiv.

Na p. 4 uz precrtane retke i riječi nalazi se drugi oveći odlomak, koji je precrtan, ali je u cijelosti čitljiv.

Na p. 5 nalazi se treći oveći odlomak, koji je precrtan, a nekoliko riječi nije čitljivo. Umjesto njega ispisan je desni rubni stupac, ali ne u cijelosti.

Na p. 6 zbrojevi su precrtani da bi u novom zapisu bili poravnati u uspravnom stupcu.

Bošković je dotjerivao, bilo ispravljao bilo dopunjavao, spis od naslova do posljednjega retka, ali s pomnjom da mu pri ovom zapisu da konačni oblik.

4. Identifikatori rukopisa

Incipit: Si in quadam serie observationum supponantur pro singulis ϵ que probabiles errores 1, 0, -1 ; quæritur ratio probabilitatis pro singulis summis, quæ inde oriri possint post datum numerum n observationum.

Explicit: Numerus combinationum ... 6361 xxx 6361

5. Današnji smještaj rukopisa

Truhelkina numeracija rukopisa iz 1924. godine ugrađena je u sadašnju signaturu: *Boscovich Papers*, Carton 1, Part 1: no 62, Folder 1:79. Tako piše na mapi u koju je rukopis uložen.

Posljednja oznaka Folder 1:79 upućuje na redni broj mape u koju je rukopis uložen i na redni broj kutije unutar zbirke *Boscovich Papers* otkako je u Bancroft Library Boškovićeva ostavština obrađena i dostupna istraživačima. U ovom konkretnom slučaju oznaka »Folder 1:79« znači: 79. mapa u 1. kutiji Boškovićeve ostavštine.

Rukopis je uvršten u skupinu Boškovićevih matematičkih spisa, koja je u pomagalu *Finding Aid to the Ruggero Giuseppe Boscovich Papers, 1711–1787*, dostupnom na međumrežju, opisana neprikladno:

»Carton 1, Folder 72–82, Item 60–65 Algebra 1766«²

Zašto neprikladno? Prvo, spis iz teorije vjerojatnosti, a Boškovićev autograf *De calculo probabilitatum* to jest, neprimjereno je svrstati u algebru. Drugo, spis *De calculo probabilitatum* nije datiran; oko njegove se datacije vrijedi i isplati pomučiti, a pomagalo istraživača napućuje kao da je pitanje datacije riješeno. Treće, datacija iz jednoga rukopisa ne smije se protegnuti na cijelu skupinu, pogotovu ako se u toj skupini nalazi rukopis s drukčijom datacijom, a jedan takav je i rukopis *Breve memoria sul lotto di Roma*, koji je u Boškovićevoj posveti datiran u 1765. godinu: »In Bagnaja 26 Luglio 1765.«³

Inventarni broj Boškovićeve ostavštine *Boscovich Papers*: BANC MSS 72/238 cz.

Stanje istraženosti

Boškovićev autograf *De calculo probabilitatum*, koliko je danas poznato, prvi je i jedini dosad proučavao ruski povjesničar znanosti Oskar Borisovič Šejnin / Oscar B. Sheynin. On je »o dvama rukopisima Rudera Boškovića iz

² *Finding Aid to the Ruggero Giuseppe Boscovich Papers, 1711–1787*, <https://oac.cdlib.org/findaid/ark:/13030/kt3p3033v2/> (pristupljeno 6. 12. 2018), u ispisu na p. 5.

³ Ruggiero Giuseppe Boscovich, *Breve memoria sul lotto di Roma presentata a Sua Eminenza il Signor Cardinal Lante nella sua magnifica Villa di Bagnaja* (1765), f. [1v].

teorije vjerojatnosti« prvo objavio članak na ruskom 1970. godine,⁴ a sljedeće je godine taj članak objavio i u srpskom prijevodu u beogradskom časopisu *Dijalektika*.⁵ Kad je pak u časopisu *Archive for History of Exact Sciences* 1973. objavio sintetički rad o Boškovićevu radu u području teorije vjerojatnosti, Šejnin je u njega ugradio sve bitne rezultate iz prethodnih dvaju članaka o rukopisu *De calculo probabilitatum*.⁶ Šejninovo proučavanje Boškovićeva rukopisa *De calculo probabilitatum* izložit ću ukratko prema sintetičkom članku iz 1973. godine, a na članke iz 1970. i 1971. pozvat ću se samo kad je riječ o nosivim tvrdnjama i kad uočim razliku u pristupima.

Šejnin prvo izriče Boškovićev problem u ovom obliku:

»naći vjerojatnost pogreške u zbroju od n pogrešaka opažanja, ako su pojedinačne pogreške jednake 1, 0, -1 .«⁷

⁴ О. Б. Шейнин, «О двух рукописях Р. Бошковича по теории вероятностей», *Труды XIII научной конференции аспирантов и младших научных сотрудников: Секция истории математики и механики* (Москва: Академия наук СССР, Институт истории естествознания и техники, 1970), pp. 65–77.

Nadalje u bilješkama:

Шейнин, «О двух рукописях Р. Бошковича по теории вероятностей» (1970).

Taj je članak uvršten u bibliografiju članka: O.[scar] B. Sheynin, «R. J. Boscovich's Work on Probability», *Archive for History of Exact Sciences* 9/4–5 (1973), pp. 306–324, na p. 323, n. 30, nažalost ne sa svojim izvornim ruskim naslovom:

»Sheynin, 'On two manuscripts of R. Boscovich pertaining to the theory of probability', *Proceedings of the 13th Conference of the Institute of History of Natural Sciences and Technology, History of Mathematics and Mechanics Section* (Moscow, 1970), pp. 65–77 (in Russian).«

⁵ Oskar Borisovič Šejnin, «O dva neobjavljena spisa Ruđera Boškovića iz teorije verovatnoće», *Dijalektika* 6/2 (1971), pp. 85–93; o Boškovićevu rukopisu *De calculo probabilitatum* na pp. 85–87; *errata* objavljena u: »Napomena«, *Dijalektika* 7/2 (1972), p. 84.

Nadalje u bilješkama: Šejnin, «O dva neobjavljena spisa Ruđera Boškovića iz teorije verovatnoće» (1971).

Pri zaključivanju o Šejninovim istraživanjima Boškovićeva rukopisa *De calculo probabilitatum* prije 1973. godine podjednako sam se oslanjao na ruski izvornik Šejninova članka iz 1970. i na njegov srpski prijevod iz 1971. godine.

⁶ Sheynin, «R. J. Boscovich's Work on Probability» (1973), u poglavlju »2. Boscovich's Manuscripts«, pp. 316–320, o rukopisu *De calculo probabilitatum* na pp. 317–318, s korolaram na p. 321 u poglavlju »3. A Glimpse of a Stochastic Reasoning in Boscovich's Physics«.

⁷ Sheynin, «R. J. Boscovich's Work on Probability» (1973), p. 317:

»to find the probability of the error in the sum of n errors of observations, the individual errors being equal to 1, 0, -1 .«

U u ranijim člancima u malo drukčijoj formulaciji: Шейнин, «О двух рукописях Р. Бошковича по теории вероятностей» (1970), p. 66:

»найти вероятность ошибки в вычисленной сумме ошибок n наблюдений, если каждое наблюдение может быть ошибочно на 1, 0 или -1 .«



Pritom mu se potkrada neugodan previd. Šejnin naime tvrdi: »Premda Bošković to izričito ne kaže, ove su moguće vrijednosti mišljene kao jednako vjerojatne.«,⁸ a Bošković u formulaciji problema, čak u prvom retku svoga rukopisa, izrijeком zapisuje da su predmet njegova istraživanja »jednako vjerojatne pogreške« (*aeque probabiles errores*).⁹

Nakon toga Šejnin u četrdesetak redaka izlaže Boškovićevo rješenje, idući od paragrafa do paragrafa. Pritom Boškoviću upućuje dvije važne primjedbe. Prvo, s pravom uočava da »Bošković, premda govori o vjerojatnostima, zapravo izračunava brojeve povoljnih slučajeva«.¹⁰ A nakon izlaganja o Boškovićevu rješenju s ponešto rezignacije upozorava na Boškovićeve 'propuštene prilike':

»Tako Bošković ne postavlja sebi cilj prelaska ni na velike vrednosti n , ni na opšti slučaj diskretne ravnomerne raspodele sa mogućim vrednostima slučajne veličine jednakim $0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm m$, a najzad ni na kontinualnu ravnomernu raspodelu. On takođe ne razmatra pitanje greške aritmetičke sredine od n posmatranja (mjerjenja), koje je nužno u primenama.«¹¹

Šejnin, »O dva neobjavljena spisa Ruđera Boškovića iz teorije verovatnoće« (1971), p. 85:
»naći verovatnoću greške u izračunatom zbiru grešaka n posmatranja, ako svako posmatranje može da bude pogrešno za 1, 0, -1 .«

⁸ Sheynin, »R. J. Boscovich's Work on Probability« (1973), p. 317:

»Although he does not explicitly say so, these possible values are meant to be equiprobable.«

Također i u: Шейнин, »О двух рукопися Р. Бошковича по теории вероятностей« (1970), p. 66:

»(По контексту следует, что эти три значения ошибок равновероятны.)«

Šejnin, »O dva neobjavljena spisa Ruđera Boškovića iz teorije verovatnoće« (1971), p. 85:

»(iz konteksta proizlazi da su te tri vrednosti grešaka podjednako verovatne)«.

⁹ Bošković, *De calculo probabilitatum*, p. 1.

¹⁰ Sheynin, »R. J. Boscovich's Work on Probability« (1973), p. 317:

»Then, though Boscovich speaks about probabilities, he actually calculates chances.«

Također i u: Шейнин, »О двух рукопися Р. Бошковича по теории вероятностей« (1970), p. 66:

»Впрочем, автор фактически вычисляет не вероятности, а соответствующие количества благоприятных случаев.«

Šejnin, »O dva neobjavljena spisa Ruđera Boškovića iz teorije verovatnoće« (1971), pp. 85–86:

»Uostalom, autor u stvari ne izračunava verovatnoće nego odgovarajuće brojeve povoljnih slučajeva.«

¹¹ Šejnin, »O dva neobjavljena spisa Ruđera Boškovića iz teorije verovatnoće« (1971), p. 87.

Vidi ruski izvornik: Шейнин, »О двух рукопися Р. Бошковича по теории вероятностей« (1970), p. 68:

»Таким образом, Бошкович не ставит себе целью перехода ни к большим значениям n , ни к общему случаю дискретного равномерного распределения с возможными значениями случайной величины равными $0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm m$, ни, наконец, к непрерывному равномерному распределению. Он также не рассматривает непосредственно нужного в приложениях



A taj Šejninov prigovor potiče istraživača da iznova razmotri Boškovićeve razloge zašto je u formulaciji problema »dani broj opažaja n « mišljen ili određen kao konačan, a pri izradi rješenja doseže 8 kao svoju najveću vrijednost.

Napokon, Šejnin jasno postavlja problem datacije rukopisa, smatrajući s pravom da o dataciji ovisi konačna ocjena i ukupno značenje Boškovićeve rukopisa »o izračunavanju vjerojatnosti«:

»Kako je rukopis nedatiran, njegova ocjena jedva da je moguća.«¹²

Dodatno, samo u svom sintetičkom članku iz 1973. godine Šejnin razmatra vezu između rukopisa *De calculo probabilitatum* i trećega dijela *Teorije prirodne filozofije*. Pritom po važnosti izdvaja ovaj uvid iz Boškovićeve *Teorije*:

»<...> ona veza, koja postoji među točkama tvari, koje sastavljaju česticu i nošene su otprilike jednakom brzinom, veza koja uzajamnim silama priječi međusobno približavanje i udaljavanje točaka koje sastavljaju česticu, prisiljava cijelu česticu da istodobno drhti jedino onim gibanjem, koje pobuđuje *zbroj nejednakosti* koje se odnose na sve točke, a koji se zbroj sve više približava jednakosti. Naime u *slučajnim okolnostima, bilo da su [točke tvari] nasumice amo i tamo rasute bilo*

вопроса об ошибке среднего арифметического из n наблюдений.«

Istu je ocjenu Šejnin ponovio i 1973. godine. Usp. Sheynin, »R. J. Boscovich's Work on Probability« (1973), p. 318:

»No generalizations are considered: neither the case of a large n , nor the case of the general discrete uniform distribution with possible values of errors being $0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N$, nor lastly, the case of the continuous uniform distribution. Even the arithmetic mean of the errors, the estimator directly needed in practice, is not mentioned.«

Time Šejnin odustaje od pogrešnoga prevoda naslova Boškovićeve rukopisa, kakav se pojavljuje u članku iz 1971. godine, a gdje je Boškovićev izričaj *post plures observationes*, dakle nakon više ili nekoliko opažaja, preveden: nakon »velikog broja posmatranja (mjerenja)«. Usp. Šejnin, »O dva neobjavljena spisa Ruđera Boškovića iz teorije verovatnoće« (1971), p. 85.

Ista se pogreška pojavila i u ruskom izvorniku 1970. godine, usp. Шейнин, »О двух рукописей Р. Бошковича по теории вероятностей« (1970), на р. 66: *накоп »большого числа наблюдений«.*

¹² Sheynin, »R. J. Boscovich's Work on Probability« (1973), p. 318:

»The manuscript under consideration being undated its evaluation is hardly possible.«

Sličan je stav Šejnin zauzeo i u ranijim člancima. Usp. Шейнин, »О двух рукописей Р. Бошковича по теории вероятностей« (1970), p. 68:

»Неизвестна также и дата написания рукописи /9/ и поэтому ее однозначная оценка невозможна.« Usp. Šejnin, »O dva neobjavljena spisa Ruđera Boškovića iz teorije verovatnoće« (1971), p. 87:

»Непознат је и datum kada је spis bio napisan i zato се он не може једнозначно оценити.«

Šejnin је у тим člancima oblikovao dvije pretpostavke за dataciju Boškovićeve rukopisa *De calculo probabilitatum*, ovisno о том је ли napisan u razdoblju 1750–1755. или не. О тим Šejninovim pretpostavkama vidi poglavlje »Datacija rukopisa« u ovom uvodu на pp. 511–519.

*da se slučajem sudaraju, što se veći broj uzima, to više opada zbroj nepravilnih nejednakosti.*¹³

Šejnin čak pokušava formalizirati Boškovićev uvid o nasumičnosti (*temere*) u rasporedu čestica ili slučajnosti (*casus*) u sudaranju čestica:

»Bošković nije formalizirao ovo zaključivanje, ali je, čini se u suglasju s prevladavajućim idejama u 18. stoljeću, imao na pameti jednakovjerojatnu distribuciju *točaka tvari*, tj. diskretnu distribuciju s jednakovjerojatnim vrijednostima brzina, recimo,

$$v, v \pm \Delta v, v \pm 2\Delta v, \dots, v \pm n\Delta v \quad (3.1.)$$

<...>¹⁴

Što je osobito važno, Sheynin upozorava i na to da bi se Boškovićeva razmišljanja o »vezi koja postoji između točaka tvari koje sastavljaju česticu« (*nexus, qui est inter materiae puncta particulam componentia*), kako je izloženo u n. 481 njegove *Teorije prirodne filozofije*, »moglo smatrati generalizacijom distribucije, koju je Bošković proučavao u jednom od svojih rukopisa«,¹⁵ pri čem dakako cilja upravo na rukopis *De calculo probabilitatum*.

¹³ Rogerius Joseph Boscovich, *Theoria philosophiae naturalis redacta ad unicum legem virium in natura existentium* (Venetiis: Ex Typographia Remondiniana, 1763), p. 223, n. 481:

»<...> is nexus, qui est inter materiae puncta particulam componentia, et aequali ad sensum velocitate delata, qui mutuis viribus cum accessum ad se invicem punctorum particulam componentium, et recessum impediatur, cogit totam particulam simul trepidare eo solo motu, quem inducit *summa inaequalitatum* pertinentium ad puncta omnia, quae summa adhuc magis ad aequalitatem accedit: *nam in fortuitis, et temere hac, illac dispersis, vel concurrentibus casu circumstantiis*, quo major numerus accipitur, eo *inaequalitatum irregularium summa* decrescit magis.«

Emendirao latinski izvornik i modificirao Stipišićev hrvatski prijevod Ivica Martinović. Izričaje u latinskom izvorniku i hrvatskom prijevodu kosopisom istaknuo Ivica Martinović. Nadalje u bilješkama: Boscovich, *Theoria* (1763).

¹⁴ Sheynin, »R. J. Boscovich's Work on Probability« (1973), p. 318:

»Boscovich did not formalize his reasoning, but it seems that in accord with the prevalent ideas of the 18th century he actually had in mind an equiprobable distribution of the velocities of *points of matter*, i.e. a discrete distribution with equiprobable values of velocities being, say,

$$v, v \pm \Delta v, v \pm 2\Delta v, \dots, v \pm n\Delta v <...>.$$

Kosopisom istaknuo Oskar Šejnin.

¹⁵ Sheynin, »R. J. Boscovich's Work on Probability« (1973), p. 321:

»If so, (3.1) could be regarded as a generalization of the distribution which Boscovich studied in one of his manuscripts (see § 2.1.), so that his reasoning just quoted is possibly a qualitative estimation of the behavior of the sum [of] random quantities.«

To dakako nije jedino mjesto u *Teoriji*, gdje Bošković razmatra slučajna ili nasumična događanja među točkama tvari.¹⁶ Niti se tim mjestom, koje je tako ‘blisko’ statističkoj fizici 20. stoljeća, iscrpljuje Boškovićev odnos prema vjerojatnom i slučajnom u njegovu prirodnofilozofskom remek-djelu. Ali je ono potaknulo Šejnina da progovori o ‘mogućoj činjenici’ prema kojoj je ovo razmišljanje u *Teoriji prirodne filozofije* nastalo nakon rukopisa *De calculo probabilitatum*:

»Slijedi zanimljiv korolar: čini se mogućim da je ovo razmišljanje, objavljeno u *Teoriji prirodne filozofije* (1758), formulirano nakon pisanja spisa *De calculo probabilitatum*, gdje je razmotren samo najelementarniji oblik diskretne distribucije s jednakovjerojatnim brzinama

$$v, v \pm \Delta v, v \pm 2\Delta v, \dots, v \pm n\Delta v.$$

Značenje ove moguće činjenice naglašeno je u poglavlju o Boškovićevim rukopisima.¹⁷

Problem i rješenje

Problem iz teorije vjerojatnosti, u naslovu Boškovićeve spisa predstavljen kao izračunavanje »vjerojatnosti koje odgovaraju različitim vrijednostima zbroja pogrešaka nakon više opažaja«, uz uvjet da pojedini opažaji mogu odstupati od točne izmjere »za neku određenu vrijednost«, prvo je trebalo matematički modelirati, a Bošković je to poopćeno izrekao ovako:

»Ako se u nekom nizu opažaja pretpostave jednako vjerojatne pogreške 1, 0, -1 za pojedine opažaje; traži se omjer vjerojatnosti za pojedine zbrojeve, koji odatle mogu nastati poslije danog broja n opažaja.

¹⁶ Usp. Ernest Stipanić, »Les notions de probabilité dans quelques reflexions de Bošković dans sa theorie de la philosophie naturelle«, *Matematički vesnik* 32 (1980), pp. 245–249; Martin Carrier, »Rudjer Boscovich und die induktive Logik«, *Zeitschrift für allgemeine Wissenschaftstheorie* 16/2 (1985), pp. 201–212, na p. 203; Barry Gower, »Boscovich on Probabilistic Reasoning and the Combination of Observations«, u: Piers Bursill-Hall (a cura di), *R. J. Boscovich: Vita e attività scientifica / His Life and Scientific Work* (Roma: Istituto della Enciclopedia Italiana, 1993), pp. 263–279, na pp. 265–272; Dario Škarica, *Spoznaja i metoda u Rudera Boškovića* (Zagreb: Hrvatsko filozofsko društvo, 2000), u dodatku »Carrier o Boškoviću i klasičnom računu vjerojatnosti«, pp. 155–156; Heda Festini, »Što je doista indukcija u Rudera Boškovića?«, *Prilozi za istraživanje hrvatske filozofske baštine* 43 (2017), pp. 417–436, na p. 427.

¹⁷ Sheynin, »R. J. Boscovich’s Work on Probability« (1973), p. 321:

»An interesting corollary follows: it seems possible that this reasoning, published in (8) in 1758, had been formulated after the writing of (6) where only the most elementary form of (3.1) is considered. The meaning of this possible fact is emphasized in § 2.1.«

Zbrojevi [pogrešaka] mogu poprimiti sve vrijednosti od n pa sve do $-n$ za različite kombinacije. Vjerojatnost za bilo koju vrijednost odnosit će se kao broj kombinacija, od kojih nastaje ta ista vrijednost. Da bi se odredio taj broj za pojedine opažaje, neka se nizovi tih pogrešaka postave u tri crte:

- I 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1 etc.
 II 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 etc.
 III -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1 etc.

Tada se traže brojevi kombinacija za pojedine vrijednosti [zbroja pogrešaka] od 0, 1, 2 itd. sve do n . Lako će se pak dobiti brojevi za [zbrojeve pogrešaka] -1 , -2 , -3 itd.; bit će isti kao za [zbrojeve pogrešaka] 1, 2, 3 itd., jer kad se pronađu oni [zbrojevi za pozitivne zbrojeve pogrešaka], dobit će se i ovi [zbrojevi za negativne zbrojeve pogrešaka].¹⁸

Da bi pripremio rješenje, Bošković uvodi pojam kombinacije r -toga razreda od m elemenata uz svoju notaciju $r.m$, koja odgovara suvremenoj notaciji:

$$C_m^{(r)} = \binom{m}{r} = \frac{m(m-1) \dots (m-r+1)}{1 \cdot 2 \dots r} = \frac{m!}{r!(m-r)!}$$

O samom izračunu broja kombinacija Bošković odmah domeće:

»Poznato je da se ti brojevi dobivaju po formuli

$$\frac{m \cdot m-1 \cdot m-2 \text{ itd.}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \text{ itd.}},$$

s tim da za dvojke treba uzeti dva člana, za trojke tri člana itd.

Kako nam se ti brojevi pojavljuju u rješenju, ovdje ćemo postaviti tablicu, koja se posve lako izračuna kako iz same formule tako i iz zbrojeva prethodnih članova.¹⁹

U skladu s tom najavom Bošković prilaže tablicu binomnih koeficijenata za $n=8$ i time čitatelju daje do znanja da n iz formulacije problema ograničava na 8 kao na najveću vrijednost koju će dodijeliti broju n ili koja ga zanima iz nekih neizrečenih istraživačkih razloga. Bošković time dodatno podsjeća da je n , koji je u formulaciji problema »dani broj n opažajā«, konačan broj.

Pri zapisu formule za broj kombinacija Dubrovčanin se mogao osloniti na tri različite tradicije: jedna vuče podrijetlo od njegova redovničkoga subrata iz 17. stoljeća Andréa Tacqueta, koji je u završnom poglavlju svoga djela *Arithmeticae theoria et praxis* uveo pravilo za izračun broja kombinacija r -toga razreda od

¹⁸ Bošković, *De calculo probabilitatum*, p. 1.

¹⁹ Bošković, *De calculo probabilitatum*, p. 2.

m elemenata,²⁰ druga od Pierrea Rémonda de Montmorta, koji je na početku drugoga izdanja svoga djela *Essay d'analyse sur les jeux de hazard* dodao raspravu o kombinacijama sastavljenu pod znatnim Pascalovim utjecajem,²¹ a treća naravno od Jakoba Bernoullija, koji je u drugom dijelu svoga remek-djela *Ars conjectandi* cjelovito izložio »nauk o permutacijama i kombinacijama«. ²² I Montmort i Bernoulli pri početku svoga izlaganja uvode tablicu binomnih koeficijenata, odnosno tablicu kombinacija za konačan broj *n* elemenata, ali je dobivaju na različite načine. Francuz sastavlja tablicu za *n*=13, »zbrajanjem prethodnih članova« gradi Pascalov trokut iznad dijagonale koja je dakako ispunjena jedinicama, a prostor ispod dijagonale ostaje prazan. Štoviše, on tu tablicu i naziva Pascalovom: »Table de M. Pascal pour les combinaisons.« ²³ Švicarac pak svoju tablicu sastavlja za *n*=12, služeći se formulom za broj kombinacija ispunja je brojevima ispod dijagonale, a ništice upisuje iznad dijagonale. Tu tablicu on naziva »Tabula combinationum, seu numerorum figuratorum«, ²⁴ dakle tablicom kombinacija ili oblikovanih brojeva, te potom podrobno izlaže njezina »čudesna svojstva« (*mirificae proprietates*). Premda Bošković poznaje obje metode za dobivanje binomnih koeficijenata: »kako iz same formule tako i iz zbrojeva prethodnih članova«, na temelju već letimičnoga pogleda na Boškovićevu tablicu lako je zaključiti da se Dubrovčanin oslanja na Jakoba Bernoullija ili na nekoga njegova vjernoga sljedbenika.

U paragrafu 2 Bošković traži broj kombinacija kad je zbroj pogrešaka jednak nuli. Taj broj on traži na *r* načina ili, kako se on izražava, u okviru *r*

²⁰ Andreas Tacquet, *Arithmeticae theoria et praxis*. Editio ultima correctior (Bruxellis: Apud Franciscum Foppens, 1683), u poglavlju: »Caput VIII. De combinationibus et permutationibus«, pp. 375–383, na p. 379.

Usp. Edith Dudley Sylla, »Introduction«, u: Jacob Bernoulli, *The Art of Conjecturing* (Baltimore: Johns Hopkins University Press, 2006), translated with an introduction and notes by Edith Dudley Sylla, pp. 1–126, na p. 32, gdje priređivačica upozorava da je Bernoulli u svojim rukopisnim *Meditationes* dokazao Tacquetovo pravilo za broj kombinacija.

²¹ Pierre Rémond de Montmort, *Essay d'analyse sur les jeux de hazard*, seconde edition revûe & augmentée de plusieurs Lettres (A Paris: Chez Jacque Quillau, 1713), napose »Traité des combinaisons«, pp. 1–72, rasprava dodana u drugom izdanju.

Nadalje u bilješkama: Montmort, »Traité des combinaisons« (1713).

²² Jacobus Bernoulli, *Ars conjectandi*, opus posthumum (Basileae: Impensis Thurnisiorum Fratrum, 1713), u drugom dijelu: »Artis conjectandi pars secunda, continens doctrinam de permutationibus et combinationibus.«, pp. 72–137, o kombinacijama i svojstvima tablice kombinacija na pp. 82–97.

Nadalje u bilješkama: Jacobus Bernoulli, *Ars conjectandi* (1713).

²³ Montmort, »Traité des combinaisons« (1713), p. 2.

²⁴ Jacobus Bernoulli, *Ars conjectandi* (1713), p. 87.

mogućih »slučajeva« (*casus*) koji mogu nastupiti:

»Prvi slučaj za taj zbroj je onaj u kojem su svih n članova u crti II; broj je kombinacija 1.

Drugi slučaj je onaj u kojem je jedan član u crti I i jedan član u crti III, a ostali su u crti II. Bilo koji od n članova crte I može se kombinirati s bilo kojim članom crte III osim s onim jednim koji mu odgovara, dakle s $(n-1)$ članova te crte. Stoga je broj kombinacija ovoga slučaja $n \times (n-1)$.

Treći slučaj je onaj u kojem su dva člana u crti I i dva člana u crti III. Bilo koja dvojka crte I može se kombinirati s bilo kojom dvojkom crte III osim onih dviju, koje u njoj odgovaraju toj dvojci. Stoga će kombinacijā u ovom slučaju biti $\dot{2}.n \times \dot{2}.(n-2)$.

Četvrti slučaj je onaj u kojem su tri člana u crti I i tri člana u crti III. Stoga se bilo koja trojka od n brojeva može kombinirati s bilo kojom trojkom $(n-3)$ brojeva i kombinacijā će biti $\dot{3}.n \times \dot{3}.(n-3)$.

r -ti član [glasi] $\dot{r}.n \times \dot{r}.(n-r)$.

Formula za broj svih kombinacija [od n elemenata] za koje je zbroj pogrešaka jednak 0 bit će

..... $n + \dot{2}.n \times (n-2) + \dot{3}.n \times \dot{2}.(n-3) + \dot{4}.n \times \dot{3}.(n-4) + \dots + \dot{r}.n \times \dot{r}.(n-r)$.²⁵

U suvremenoj notaciji ta bi se formula zapisala ovako:

$$C_n^{(0)} + C_n^{(1)} C_{n-1}^{(1)} + C_n^{(2)} C_{n-2}^{(2)} + \dots + C_n^{(r-1)} C_{n-r+1}^{(r-1)} .^{26}$$

U sljedećim dvama paragrafima Bošković istom metodom utvrđuje broj svih kombinacija od n elemenata za koje je zbroj pogrešaka jednak 1 odnosno 2. Taj broj ponovo ima oblik izraza s r članova. U petom paragrafu, koji je naslovio »Tablica formulā« (*Tabula formularum*), Bošković prvo pokušava tekstualno objasniti kako se gradi prvi, drugi, ..., r -ti član za sljedeće formule u kojima zbroj pogrešaka raste od 3 do maksimalnih 8, ali precrtava cijeli odlomak i tablicu najavljuje sažeto – jednom rečenicom:

»Iz postupka usvojenoga u gornjim određivanjima [brojeva kombinacija za zbroj pogrešaka jednak 0, 1, 2] očito je kako napredovati prema ostalim određivanjima. Samo ispitivanje vrijednosti dobivenih u prvim formulama obilno pokazuje vrijednosti koje treba dobiti u sljedećim formulama.«²⁷

²⁵ Bošković, *De calculo probabilitatum*, p. 2.

²⁶ Sheynin, »R. J. Boscovich's Work on Probability« (1973), formula (2.1.1) na p. 317.

²⁷ Bošković, *De calculo probabilitatum*, p. 3.

Uz takvu najavu Bošković prilaže svoju tablicu u kojoj se u devet redaka nižu formule za broj kombinacija od n elemenata za koje je zbroj pogrešaka jednak 0, 1, ..., 8:

Pro Numerus combinationum

$$\begin{array}{l}
 0 \quad 1 + n \times (n-1) + 2.n \times 2.(n-2) + 3.n \times 3.(n-3) + \dots + (r-1).n \times (r-1).(n+1-r) \\
 1 \quad n + 2.n \times (n-2) + 3.n \times 2.(n-3) + 4.n \times 3.(n-4) + \dots + r.n \times (r-1).(n-r) \\
 2 \quad 2.n + 3.n \times (n-3) + 4.n \times 2.(n-4) + 5.n \times 3.(n-5) + \dots + (r+1).n \times (r-1).(n-1-r) \\
 3 \quad 3.n + 4.n \times (n-4) + 5.n \times 2.(n-5) + 6.n \times 3.(n-6) + \dots + (r+2).n \times (r-1).(n-2-r) \\
 4 \quad 4.n + 5.n \times (n-5) + 6.n \times 2.(n-6) + 7.n \times 3.(n-7) + \dots + (r+3).n \times (r-1).(n-3-r) \\
 5 \quad 5.n + 6.n \times (n-6) + 7.n \times 2.(n-7) + 8.n \times 3.(n-8) + \dots + (r+4).n \times (r-1).(n-4-r) \\
 6 \quad 6.n + 7.n \times (n-7) + 8.n \times 2.(n-8) + 9.n \times 3.(n-9) + \dots + (r+5).n \times (r-1).(n-5-r) \\
 7 \quad 7.n + 8.n \times (n-8) + 9.n \times 2.(n-9) + 10.n \times 3.(n-10) + \dots + (r+6).n \times (r-1).(n-6-r) \\
 8 \quad 8.n + 9.n \times (n-9) + 10.n \times 2.(n-10) + 11.n \times 3.(n-11) + \dots + (r+7).n \times (r-1).(n-7-r)
 \end{array}$$

Potom u šestom paragrafu Bošković raspravlja o »određivanju broja korisnih članova« (*determinatio numeri terminorum utilium*) u dobivenim formulama, tj. određuje broj r u tim formulama. Dubrovčanin prvo nudi logično razjašnjenje zašto je r -člani izraz konačan:

»Sve te formule prekidaju se iza nekog broja članova, kad se dospije do broja s naglaskom koji je veći od broja koji ga slijedi, a zatvoren je u zagradama; taj član i svi sljedeći moraju biti jednaki 0.«²⁸

Da bi zaokružio svoje rješenje, Bošković izriče ovaj zadatak:

»Treba dakle za bilo koju formulu odrediti posljednji broj od onih, koji postavljeni u općem r -tom članu ne dopuštaju da broj s drugim naglaskom bude veći od broja u drugoj zagradi.«²⁹

Takav račun on provodi za prve četiri formule, imajući na pameti da r mora biti cijeli broj. On ustanovljava da se vrijednost za $2r$ u njegovim formulama u svakom koraku umanjuje za 1:

$$\begin{array}{l}
 0 \dots 2r = n+2 \\
 1 \dots 2r = n+1 \\
 2 \dots 2r = n \\
 3 \dots 2r = n-1.^{30}
 \end{array}$$

²⁸ Bošković, *De calculo probabilitatum*, pp. 3–4.

²⁹ Bošković, *De calculo probabilitatum*, p. 4.

³⁰ Bošković, *De calculo probabilitatum*, p. 4.

Za posljednji redak, da ga je napisao, dobio bi:

$$8 \dots 2r = n-6.$$

Tu Bošković domeće kratko razmatranje o vrijednosti r ovisno o neparnosti ili parnosti broja n :

»Za neparnu vrijednost n prve dvije formule imat će isti r jednak $\frac{1}{2}(n+1)$, izostavivši $\frac{1}{2}$ u prvoj. Zatim će treća i četvrta imati isti r jednak $\frac{1}{2}(n-1)$, izostavivši $\frac{1}{2}$ u trećoj.

A za parnu vrijednost r prva će formula dati vrijednost r jednaku $\frac{1}{2}n+1$. Zatim će druga i treća formula dati isti r jednak $\frac{1}{2}n$ izostavivši $\frac{1}{2}$ u drugoj jednadžbi. Četvrta i peta dat će isti r jednak $\frac{1}{2}n-1$, oduzevši drugih $\frac{1}{2}$ u četvrtoj formuli.«³¹

Time je Dubrovčanin zaključio rješavanje problema što ga je izvorno oblikovao u prvom paragrafu svoga spisa.

U sedmom paragrafu Bošković primjenjuje svoje rješenje. Prvo je bio nakanio primijeniti ga samo za slučaj $n=6$, čak je i napisao prvu inačicu sedmoga paragrafa i naslovio je »Applicatio ad casum $n=6$ « (»Primjena na slučaj $n=6$ «), ali je onda promijenio mišljenje i precrtao dovršeni tekst.³² Odlučio je naime da će svoje formule primijeniti »na različite brojeve« (*ad diversos numeros*),³³ što, pokazat će se u izvedbi, treba čitati: na sve brojeve opažajā koje je uzeo u razmatranje:

$$n = 1, 2, \dots, 8.$$

Stoga je napisao drugu inačicu sedmoga paragrafa s promijenjenim naslovom »Applicatio formularum ad diversos numeros«. S prvom inačicom svoga uvoda u izračun nije bio zadovoljan te ju je precrtao tako da nije u cijelosti čitljiva, a drugu je inačicu ispisao u desnom rubnom stupcu.

Slijedi li se ta druga i konačna inačica uvoda u sedmom paragrafu. Bošković svoj izračun broja kombinacija strukturira i obrazlaže ovako:

»U prvu ćemo crtu u sredinu postaviti broj opažaja n , na koji se formule primjenjuju.

Zatim ćemo u pojedinim crtama na prvo mjesto postaviti vrijednost zbroja pogrešaka s brojevima koji se odnose na članove formule, koji odgovaraju toj vrijednosti, a na kraju će se nalaziti zbroj tih brojeva; ti su zbrojevi brojevi kombinacija razmjerni vjerojatnostima.

³¹ Bošković, *De calculo probabilitatum*, p. 4.

³² Bošković, *De calculo probabilitatum*, p. 4.

³³ Bošković, *De calculo probabilitatum*, p. 5.

Ispod njih napisat će se zbroj istih brojeva oduzevši prvi, što će biti zbroj kombinacija koje se odnose na sve pozitivne vrijednosti.

Tomu će se u sljedećoj crti dodati prvi broj koji odgovara vrijednosti 0 i ondje će biti sadržani brojevi kombinacija koje se odnose na negativne vrijednosti jednaki brojevima kombinacija koje se odnose na pozitivne vrijednosti zajedno s brojem koji se odnosi na vrijednost 0.

Zbroj tih dviju crta u sljedećoj će crti izložiti zbroj svih kombinacija.

Ispod brojeva, dobivenih iz formula, u dvjema će se crtama nalaziti niz vrijednosti s istim brojevima kombinacija koji označavaju vjerojatnosti, što se izražava preko [tekstualnih oznaka] *Probabilitas pro* (*Vjerojatnost za vrijednost*) i *ut* (*kao*).

U posljednjem će se retku nalaziti natpis *Numerus combinationum* (*Broj kombinacija*), što će odgovarati zbroju koji se dobiva kad se ostane u istom stupcu.«³⁴

Bez takvoga podrobnoga obrazloženja Boškovićev izračun vjerojatnosti jedva bi se razumio. Zato je Bošković i odustao od prve inačice sedmoga paragrafa, gdje je izložio račun za $n=6$ bez ikakva popratnoga teksta. Drugo, Bošković jasno daje do znanja da je račun usmjeren na dobivanje brojeva kombinacija, koji su »razmjerni vjerojatnostima«, odnosno brojnici pri izračunavanju vjerojatnosti, dok se nazivnici, tj. brojevi svih mogućih slučajeva, podrazumijevaju kao lako ustanovljivi. Odnosi između brojeva kombinacija određuju odnose i među vjerojatnostima; utoliko Bošković s pravom može reći da ti brojevi »označavaju vjerojatnosti«. Kad Šejnin prigovara Boškoviću: »Uostalom, autor u stvari ne izračunava vjerojatnosti nego odgovarajuće brojeve povoljnih slučajeva«³⁵, on je formalno u pravu: Bošković doista nije izračunao vjerojatnosti, ali je obavio netrivialan dio računa da bi se ta vjerojatnost numerički dobila. A spoznaja da je Boškovića zadovoljilo to da može uspoređivati vjerojatnosti, a nije mu bilo potrebno izračunati ih, može biti vrijedan pokazatelj u daljnjem istraživanju što je s takvim brojevima kombinacija Bošković htio postići odnosno čemu su mu mogli poslužiti.

Primjerice, za $n=6$, Boškovićev izračun izgleda:

$$n = 6$$

$$0 \dots\dots 1 + 6 \times 5 + 15 \times 6 + 20 \times 1 = 1 + 30 + 90 + 20 = \dots\dots\dots 141$$

³⁴ Bošković, *De calculo probabilitatum*, p. 5.

³⁵ Šejnin, »O dva neobjavljena spisa Ruđera Boškovića iz teorije vjerojatnosti« (1971), pp. 86–87.

Usp. Sheynin, »R. J. Boscovich's Work on Probability« (1973), p. 317: »Then, though Boscovich speaks about probabilities, he actually calculates chances.«

1	$6 + 15 \times 4 + 20 \times 3 = 6 + 60 + 60 =$	126
2	$15 + 20 \times 3 + 15 \times 1 = 15 + 60 + 15 =$	90
3	$20 + 15 \times 2 = 20 + 30 =$	50
4	$15 + 6 \times 1 = 15 + 6 =$	21
5	6	6
6	1	1
Probabilitas pro 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6				435
ut 141, 126, 90, 50, 21, 6, 1				<u>294</u>
Numerus combinationum				729

U prvom je inačici taj izračun zapisan ovako:

0	$1 + 6 \times 5 + 15 \times 6 + 20 \times 1 = 1 + 30 + 90 + 20 =$	141
±1	$6 + 15 \times 4 + 20 \times 3 = 6 + 60 + 60 =$	126
±2	$15 + 20 \times 3 + 15 \times 1 = 15 + 60 + 15 =$	90
±3	$20 + 15 \times 2 = 20 + 30 =$	50
±4	$15 + 6 \times 1 = 15 + 6 =$	21
±5	6	
±6	1	

Probabilitas pro 0, ±1, ±2, ±3, ±4, ±5, ±6
Erit ut 141, 126, 90, 50, 21, 6, 1.

$$2 \times (141 + 126 + 90 + 50 + 21 + 6 + 1) - 1 = 869$$

Rezultati prvoga, precrtanoga izračuna i drugoga, konačnoga znatno se razlikuju. To je presudan razlog zašto je Bošković precrtao prvu inačicu sedmoga paragrafa: promijenio je postupak izračuna, odnosno ispravio svoju pogrešku. Usporede li se ta dva izračuna, lako se dade ustanoviti:

1. U prvom se koraku izračunava broj kombinacija za dani zbroj pogrešaka:
 $n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5, \pm 6.$

U prvom je inačici taj izračun bolje zapisan jer su izričito u račun uključeni i negativni zbrojevi pogrešaka. Pritom se, da bi skratio izračun, služio znakom \pm , od čega je u drugoj inačici neopravdano odustao.³⁶

³⁶ Usp. Šejnin, »O dva neobjavljena spisa Rudera Boškovića iz teorije verovatnoće« (1971), p. 87: »O uračunavanju negativnih grešaka govori se i u ekspozitornom tekstu, ali u Boškovićevim tablicama nema dvostrukih predznaka \pm .«



2. U drugom se koraku drukčije zapisuje već dobiveni odnos među vjerojatnostima. Taj odnos Bošković izrijekom naglašava i u prvoj i u konačnoj inačici, a da bi ga iskazao, pomaže se riječima:

»Vjerojatnosti [da zbroj pogrešaka bude jednak] 0, ± 1 , ± 2 , ± 3 , ± 4 , ± 5 , ± 6 odnose se kao 141, 126, 90, 50, 21, 6, 1.«³⁷

3. U trećem koraku izračunava se ukupan zbroj kombinacija ako je broj opažaja $n=6$. Zbrajaju se brojevi kombinacija ako zbroj pogrešaka ima sljedeće vrijednosti:

$-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

U prvom, precrtanom izračunu Bošković izuzima samo 1 kombinaciju, i to onu kad su svih šest vrijednosti pogreške jednake ničiti, a dva puta računa 141 kombinaciju za koje je ukupan zbroj pogrešaka jednak 0. U drugom izračunu uvodi postupak u kojem se broj kombinacija za koje je zbroj pogrešaka jednak 0 računa, kako i treba, samo jednom.

Pojednostavljeno, premda s više pisanja, traženi ukupni broj kombinacija dobija se ovim zbrajanjem:

Ukupna pogreška		Broj kombinacija
-6 1	1
-5 6	6
-4 $15 + 6 \times 1 = 15 + 6 =$	21
-3 $20 + 15 \times 2 = 20 + 30 =$	50
-2 $15 + 20 \times 3 + 15 \times 1 = 15 + 60 + 15 =$	90
-1 $6 + 15 \times 4 + 20 \times 3 = 6 + 60 + 60 =$	126
0 $1 + 6 \times 5 + 15 \times 6 + 20 \times 1 = 1 + 30 + 90 + 20 =$	141
+1 $6 + 15 \times 4 + 20 \times 3 = 6 + 60 + 60 =$	126
+2 $15 + 20 \times 3 + 15 \times 1 = 15 + 60 + 15 =$	90
+3 $20 + 15 \times 2 = 20 + 30 =$	50
+4 $15 + 6 \times 1 = 15 + 6 =$	21
+5	6
+6	1
Ukupan broj kombinacija za $n = 6$		729

Tu je primjedbu Šejnin izostavio 1973. godine, o čem usp. Sheynin, »R. J. Boscovich's Work on Probability« (1973), p. 318.

³⁷ Bošković, *De calculo probabilitatum*, p. 4, unutar precrtane inačice.

Takav je postupak Bošković primijenio na sve n od 1 do 8 tako da njegovo rješenje za postavljene probleme glasi:

<u>Ukupna apsolutna pogreška</u>	<u>Ukupni broj kombinacija</u>
1	3
2	9
3	27
4	81
5	243
6	729
7	2187
8	6361 ³⁸

Ipak, Šejnin je 1970. i 1971. godine očekivao ili priželjkivao više:

»Na tome se spis završava. Tako Bošković ne postavlja sebi cilj prelaska ni na velike vrednosti n , ni na opšti slučaj diskretne ravnomerne raspodele sa mogućim vrednostima slučajne veličine jednakim $0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm m$, a najzad ni na kontinualnu ravnomernu raspodelu. On također ne razmatra pitanje greške aritmetičke sredine od n posmatranja (merenja), koje je nužno u primenama.«³⁹

Ili u dotjeranijoj, engleskoj inačici iz 1973. godine:

»Nikakva poopćenja nisu razmotrena: ni slučaj velikoga n , ni slučaj opće prekinute jednolike razdiobe s mogućim vrijednostima pogrešaka $0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N$, ni, napokon, slučaj neprekinute jednolike razdiobe. Nije spomenuta čak ni aritmetička sredina pogrešaka, procjena neposredno potrebna u praksi.«⁴⁰

Umjesto za 'propuštenim prilikama', treba se, po mojem mišljenju, izravno okrenuti problemu kako ga je Bošković oblikovao i riješio. Za svrhe, radi kojih ga je oblikovao, očito mu nije trebao n veći od 8. To samo za sebe svjedoči o obzoru unutar kojega Dubrovčanin razmišlja, ali i upućuje na narav potrebe zbog koje on formulira svoj problem iz »računa vjerojatnosti« upravo tako kako

³⁸ Bošković, *De calculo probabilitatum*, pp. 5–6.

³⁹ Šejnin, »O dva neobjavljena spisa Ruđera Boškovića iz teorije verovatnoće« (1971), p. 87. Vidi ruski izvornik: Шейнин, »О двух рукописях Р. Бошковича по теории вероятностей« (1970), p. 68.

⁴⁰ Sheynin, »R. J. Boscovich's Work on Probability« (1973), p. 318:

»No generalizations are considered: neither the case of a large n , not the case of the general discrete uniform distribution with possible values of errors being $0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N$, nor, lastly, the case of the continuous uniform distribution. Even the arithmetic mean of the errors, the estimator directly needed in practice, is not mentioned.«

ga formulira. A da bi se taj znanstveni poticaj prepoznao, treba pomno zaviriti u Boškovićevu znanstvenu radionicu, počevši od njegovih ranih rasprava iz astronomije i geofizike.

Datacija autografa

Boškovićev autograf *De calculo probabilitatum* nije datiran niti, kako sam ustanovio pri njegovoj transkripciji, sadrži neki podatak koji bi mogao pomoći da se odredi kad je napisan. Problem njegove datacije, već sam spomenuo,⁴¹ postavio je Sheynin, i to 1973. godine u ovom konačnom obliku:

»Kako je rukopis koji je predmet razmatranja nedatiran, njegovo je vrednovanje jedva moguće.

Ako je bio napisan u razdoblju 1750–1753, tj. dok je Bošković sudjelovao u mjerenju luka [meridijanskoga stupnja], ili najkasnije prije 1756, Boškovića bi trebalo smatrati prvim koji je koristio kvantitativnu stohastičku metodu u teoriji pogrešaka i stoga pretečom Thomasa Simpsona.

A ako to nije slučaj, rukopis nije od [istraživačkoga] interesa, jer njegova bit ne bi predstavljala ništa novo spram Montmorta ili de Moivre-a čak s početka [18.] stoljeća.«⁴²

U ranijim člancima, objavljenima 1970. i 1971. godine, ruski se povjesničar teorije vjerojatnosti izrazio malo drukčije:

»Ako spis potiče iz vremena od 1750–1753, kada je Bošković učestvovao u merenju ugla,⁴³ ili iz nešto kasnijeg vremena, ali pre 1765.⁴⁴ godine, onda se mora priznati da je Bošković pretekao radove T. Simpsona (18) o probabilističkoj prednosti aritmetičke sredine u odnosu na pojedinačno posmatranje (merenje)

⁴¹ Vidi bilješku 12.

⁴² Sheynin, »R. J. Boscovich's Work on Probability« (1973), p. 318:

»The manuscript under consideration being undated its evaluation is hardly possible.

If it was written in 1750–1753, i.e. during his participation in the arc measurement, or at least before 1756, Boscovich should be regarded as the first to use a quantitative stochastic method in the theory of errors and, thus a precursor of T. Simpson.

If this is not the case, the manuscript is just not interesting, for its essence would have presented nothing new to Montmort or de Moivre even at the beginning of the century.«

⁴³ Treba ispraviti: mjerenju duljine meridijanskoga stupnja.

Usp. ruski izvornik: Шейнин, »О двух рукописях Р. Бошковича по теории вероятностей« (1970), p. 68: »в градусном измерении«.

⁴⁴ Treba ispraviti: 1756. »Napomena« o tiskarskim pogreškama u Šejninovu članku, objavljena u: *Dijalektika* 7/2 (1972), p. 84, upozorava da pogrešno otisnuta 1765. treba zamijeniti 1756. godinom.

Usp. ruski izvornik: Шейнин, »О двух рукописях Р. Бошковича по теории вероятностей« (1970), p. 68: »или к несколько более позднему времени, но до 1756 г., <...>«.

u slučajevima diskretne ravnomerne, kao i diskretne i kontinualne trougaone raspodele.

Ali ako Boškovićev spis potiče iz kasnijeg vremena, onda se mora priznati da on nije od većega interesa.«⁴⁵

Prve procjene uz nastanak Boškovićeve spisa *De calculo probabilitatum* ponovio je Šejnin još jednom – u članku »Finite Random Sums (A Historical Essay)«, koji je objavljen istodobno s člankom »R. J. Boscovich's Work on Probability«, u istom broju časopisa *Archive for History of Exact Sciences* 15. lipnja 1973:

»Značajna su klasična djela u teoriji pogrešaka djela Simpsona (§ 1.2.2), Lagrangea (§ 2) i Laplacea (§ 3), ali ja ću početi s opisom nepoznatoga Boškovićeve rukopisa [3], [36]. U usporedbi s klasičnim djelima Boškovićev rukopis izgleda prilično elementarno, ali, budući da je nedatiran, Bošković ga je mogao napisati za vrijeme svojih mjerenja [meridijanskoga] luka (1750–1753) ili najkasnije prije 1756. godine. Ako je to slučaj, Boškovića treba smatrati pretečom Simpsona i Lagrangea; ako nije, rukopis nije od [istraživačkoga] interesa.«⁴⁶

U svim četirima inačicama Šejninove procjene o dataciji Boškovićeve rukopisa prijelomna je 1756. godina, kad je u *Philosophical Transactions* objavljen članak »On the advantage of a taking the mean of a number of observations, in practical astronomy« Thomasa Simpsona.⁴⁷ Engleski je matematičar svoje

⁴⁵ Šejnin, »O dva neobjavljena spisa Ruđera Boškovića iz teorije verovatnoće« (1971), p. 87. Usp. Шейнин, »О двух рукописях Р. Бошковича по теории вероятностей« (1970), p. 68: »Если рукопись относится к 1750–1753 гг., когда Бошкович участвовал в градусном измерении, или к несколько более позднему времени, но до 1756 г., то придется признать, что Бошкович предвосхитил работы Т. Симпсона /18/ о вероятностном преимуществе среднего арифметического перед отдельным наблюдением в случаях дискретного равномерного, а также дискретного и непрерывного треугольных распределений.

Если же рукопись Бошковича более позднего времени, то придется признать, что она не представляет большого интереса.«

⁴⁶ Oscar B. Sheynin, »Finite Random Sums (A Historical Essay)«, *Archive for History of Exact Sciences* 9/4–5 (1973), pp. 275–305, na p. 279:

»Pertinent classical works in the theory of errors are those of Simpson (§ 1.2.2), La Grange (§ 2) and Laplace (§ 3), but I shall begin with describing an unknown manuscript of Boscovich [3], [36]. When compared with classical works Boscovich's manuscript seems rather elementary, but since it is undated, Boscovich may have written it sometime during the execution of his arc measurements (1750–1753) or at least before 1756. If this is case, Boscovich should be regarded as a precursor of Simpson and La Grange; if not, the manuscript is just not interesting.«

Nadalje u bilješkama: Sheynin, »Finite Random Sums« (1973).

⁴⁷ Thomas Simpson, »A letter to the Right Honorable George Earl of Macclesfield, Presi-

pismo Georgeu Macclesfieldu poslao iz Woolwicha 4. ožujka 1755, a ono je 10. travnja 1755. pročitano na sjednici u Royal Society u Londonu i time postalo javnim znanstvenim dobrom – bar u londonskoj znanstvenoj zajednici.⁴⁸

Uočivši da uporaba sredine nekoliko opažaja nije općenito prihvaćena u astronomiji, Simpson je odlučio »primjenom matematičkih principa« (*by the application of mathematical principles*)⁴⁹ dokazati da uporabi sredine većeg broja opažaja treba dati prednost u odnosu na pojedinačni opažaj s kakvom god brižljivošću on bio izveden. U tu je svrhu smislio i riješio dva zadatka. Prvi njegov stavak glasi:

»Pretpostavi li se da je više izgleda za različite pogreške, koje se mogu dopustiti za bilo koji pojedinačni opažaj, izraženo s pomoću članova progresije

$$r^{-v}, \dots, r^{-3}, r^{-2}, r^{-1}, r^0, r^1, r^2, r^3, \dots, r^v$$

(gdje eksponenti označavaju kolikoće i kakvoće pojedinačnih pogrešaka, a sami članovi odnosne izgleda za njihovo događanje),
odrediti vjerojatnost da pogreška u odnosu na sredinu danoga broja (n) opažaja ne premaši danu kolikoću ($\frac{m}{n}$).«⁵⁰

dent of the Royal Society, on the advantage of a taking the mean of a number of observations, in practical astronomy«, *Philosophical Transactions [of the Royal Society of London]*, Vol. XLIX. Part I. For the Year 1755. (London: Printed for L. Davis and C. Reymers, Printers to the Royal Society, 1756), pp. 82–93.

Nadalje u bilješkama: Simpson, »On the advantage of a taking the mean of a number of observations, in practical astronomy« (1756).

Vidi i drugo, prošireno izdanje članka s promijenjenim naslovom: Thomas Simpson, »An Attempt to shew the Advantage arising by Taking the Mean of a Number of Observations, in practical Astronomy«, u: Thomas Simpson, *Miscellaneous Tracts on Some Curious, and Very Interesting Subjects in Mechanics, Physical Astronomy, and Speculative Mathematics* (London: J. Nourse, 1757), pp. 64–75, s dopunom na pp. 71–75.

⁴⁸ Simpson, »On the advantage of a taking the mean of a number of observations, in practical astronomy« (1756), s rubnom bilješkom uz početak teksta na p. 82: »Read April 10, 1755.«, s nadnevkom pisma na p. 93: »Woolwich, March 4, 1755«.

⁴⁹ Simpson, »On the advantage of a taking the mean of a number of observations« (1756), p. 83.

⁵⁰ Simpson, »On the advantage of a taking the mean of a number of observations« (1756), p. 84:

»Supposing that the several chances for the different errors that any single observation can admit of, are expressed by the terms of the progression

$$r^{-v}, \dots, r^{-3}, r^{-2}, r^{-1}, r^0, r^1, r^2, r^3, \dots, r^v$$

(where the exponents denote the quantities and qualities of the particular errors, and the terms themselves the respective chances for their happening):

'tis proposed to determine the probability, or odds, that the error, by taking the Mean of a given number (n) of observations, exceeds not a given quantity ($\frac{m}{n}$).«

A drugi je stavak još više prilagođen svrsi njegova istraživanja:

»Pretpostavi li se da su odnosni izgledi za različite pogreške, koje se mogu dopustiti za bilo koji pojedinačni opažaj, izraženi s pomoću članova reda

$$r^{-v} + 2r^{l-v} + 3r^{2-v} + \dots + \overline{v+1} r^0 + \dots + 3 r^{v-2} + 2r^{v-l} + r^v$$

(pri čem koeficijenti od srednjega $(v+1)$ opadaju na obje strane, kao članovi aritmetičke progresije),

odrediti vjerojatnost da pogreška u odnosu na sredinu danoga broja (t) opažajā ne premaši danu kolikoću $(\frac{m}{t})$.«⁵¹

Uz rješenje ovoga drugoga problema Simpson je uočio: »kad je $r=1$, ono će biti posve isto rješenju za dobivanje broja povoljnih prilika za p točaka, precizno, za n kocaka od kojih svaka ima w stranica«. ⁵² Prepoznavanje je bilo moguće jer je engleski matematičar rješavao problem određivanja različito definiranih povoljnih prilika pri bacanju n kocaka s w stranica u svom prethodnom djelu *The Nature and Laws of Chance (Narav i zakoni slučaja, 1740)*:

»Problem XXIII.

Tijelo ima (m) sličnih i jednakih stranica, od kojih su (f) označene s A, (q) označene s B, (r) označene s C, itd. Koja je vjerojatnost da će se pri bacanju danog broja (n) takvih tijela dobiti dani broj (h) od dodijeljenih vrsta stranica, kao što su A, B, C itd.?«⁵³

⁵¹ Simpson, »On the advantage of a taking the mean of a number of observations« (1756), p. 87:

»Supposing the respective chances, for the different errors which any single observation can admit of, to be expressed by the terms of the series

$$r^{-v} + 2r^{l-v} + 3r^{2-v} + \dots + v + 1 r^0 + \dots + 3 r^{v-2} + 2r^{v-l} + r^v$$

(whereof the coefficients, from the middle one $(v+1)$, decrease, both ways, according to the terms of an arithmetical progression):

'tis proposed to determine the probability, or odds, that the error, by taking the Mean of a given number (t) of observations, exceeds not a given quantity $(\frac{m}{t})$.«

⁵² Simpson, »On the advantage of a taking the mean of a number of observations« (1756), pp. 89–90: »and which, when $r=1$, will be the very same with that exhibiting the number of chances for p points, precisely, with n dice, having each w faces:«

Usp. Sheynin, »Finite Random Sums« (1973), p. 281.

⁵³ Thomas Simpson, *The Nature and Laws of Chance* ([London]: Printed by Edward Cave, 1740), p. 55:

»Problem XXIII.

There is a Solid having (m) similar and equal Faces, whereof (f) are marked A; (q) of them, B; r , C, &c. What is the Probability that in throwing up a given Number (n) of such Solids there shall arise a given Number (h) of assigned Sorts of Faces, as A, B, C, &c.«

Usp. Sheynin, »Finite Random Sums« (1973), p. 278.

Pri završetku članka Simpson je dobiveni opći rezultat za traženu vjerojatnost primijenio na skupinu od šest astronomskih opažaja s najvećom dopuštenom pogreškom od 5" pa potom preporučio »uporabu [svoje] metode ne samo astronomima, nego i svima drugima koji se bave eksperimentima bilo koje vrste (na koje je gornje zaključivanje jednako primjenjivo).«⁵⁴

Prvom pretpostavkom Šejnin vremenski pozicionira Boškovićev doprinos u odnosu na Simpsonov glede primjene kvantitativne stohastičke metode u teoriji pogrešaka. Samo u trećoj stilizaciji, u članku o matematičkim istraživanjima »konačnih zbrojeva slučajnih veličina« u 18. stoljeću – od Montmorta do Laplacea, Šejnin uvodi i vremenski odnos prema Lagrangeovu članku »Mémoire sur l'utilité de la méthode de prendre le milieu entre les résultats de plusieurs observations«,⁵⁵ koji je gotovo sigurno napisan uz poznavanje Simpsonova članka.⁵⁶ Matematičar iz Torina u petom je svesku zbornika *Miscellanea Taurinensia*, službenoga glasila Kraljevskoga društva u Torinu, objavio jedina dva svoja članka iz teorije vjerojatnosti. U prvome, o »koristi metode da se uzme sredina rezultata za više opažaja«, Lagrange je izložio jedanaest problema, a prvi, najjednostavniji pretpostavlja da pri mjerenjima u a slučajeva nema pogreške, a u $2b$ slučajeva pogreške iznose $+1$ ili -1 :

»Pretpostavi li se da svaki opažaj može imati pogrešku do jedne jedinice, kako naviše tako i naniže, ali da se broj slučajeva u kojima opažanje može dati točan rezultat prema broju slučajeva u kojima opažanje može dati pogrešku od jedne jedinice odnosi kao $a : 2b$, traži se koja je vjerojatnost da se dobije točan rezultat ako se uzme sredina pojedinačnih rezultata za n opažaja?«⁵⁷

⁵⁴ Simpson, »On the advantage of a taking the mean of a number of observations« (1756), p. 93: »use of method, not only to astronomers, but to all others concerned in making of experiments of any kind (to which the above reasoning is equally applicable).«

⁵⁵ Joseph-Louis de Lagrange, »Mémoire sur l'utilité de la méthode de prendre le milieu entre les résultats de plusieurs observations, dans lequel on examine les avantages de cette méthode par le calcul des probabilités, et où l'on résout différents problèmes relatifs à cette matière.«, *Mélanges de philosophie et de mathématique de la Société Royale de Turin pour les Années 1770–1773* [*Miscellanea Taurinensia* 5] (À Turin: De l'Imprimerie Royale, s. a.), pp. 167–232.

Uvršteno u: *Œuvres de Lagrange*, publiées par les soins de M. J.-A. Serret, Tome deuxième (Paris: Gauthier-Villars, 1868), pp. 173–234.

Nadalje u bilješkama: Lagrange, »Mémoire sur l'utilité de la méthode de prendre le milieu entre les résultats de plusieurs observations« [1770–1773].

Usp. Bernard Bru, »Lagrange and probability theory«, *Lettera mathematica* 2/1–2 (2014), pp. 67–74, na pp. 68–69.

Nadalje u bilješkama: Bru, »Lagrange and probability theory« (2014).

⁵⁶ Usp. Bru, »Lagrange and probability theory« (2014), p. 68, gdje se spominje pretisak Simpsonova pionirskoga članka u *Miscellanea Taurinensia* 1757. godine.

⁵⁷ Lagrange, »Mémoire sur l'utilité de la méthode de prendre le milieu entre les résultats

Na temelju rješenja prvoga problema:

$$P = \frac{a}{a + 2b},$$

Lagrange je odmah uočio da se njegov prvi problem svodi na sljedeći problem s bacanjem kocaka, koji dakako ima isto rješenje:

»Ima li se n kocaka, od kojih svaka ima a stranica označenih s 0, b stranica označenih s +1 i b stranica označenih s -1, tako da je ukupan broj stranica $a + 2b$, naći vjerojatnost da se dobije 0 ako se sve te kocke bace nasumce.«⁵⁸

Time je i on, nakon Simpsona i vjerojatno sljedeći Simpsona, uspostavio kopču prema tradiciji probablističkih spisa iz prve polovice 18. stoljeća, napose s djelima Montmorta i de Moivre: Pierre Rémond de Montmort u prvom je izdanju svoga glavnoga djela *Essay d'analyse des jeux de hazard* (*Raščlambeni ogled o igrama na sreću*, 1708) ponudio zbirku problema koji se odnose na francuske igre na sreću, pretežito na probleme s igraćim kartama,⁵⁹ a Abraham de Moivre u svojoj je zbirci problema *The Doctrine of Chances: or, A Method of Calculating the Probabilities of Events in Play* (*Nauk o izgledima ili metoda izračunavanja vjerojatnosti za događaje u igri*), koja je od 1711. do 1756. godine doživjela tri izdanja, rješavao i probleme s bacanjem kocke.⁶⁰ Ipak, ni Montmort

de plusieurs observations« [1770–1773], p. 168:

»Problème I.

1. On suppose que dans chaque observation on peut se tromper d' une unité, tant en plus qu' en moins, mais que le nombre des cas qui peuvent donner un résultat exact est au nombre des cas qui peuvent donner une erreur d' une unité comme $a : 2b$; on demande quelle est la probabilité d' avoir un résultat exact en prenant le milieu entre les résultats particuliers d' un nombre n d' observations.«

⁵⁸ Lagrange, »Mémoire sur l' utilité de la méthode de prendre le milieu entre les résultats de plusieurs observations« [1770–1773], p. 169:

»Ayant n dés dont chacun ait a faces marquées d' un zéro, b faces marquées d' une unité positive, et b faces marquées d' une unité négative, ensorte que le nombre total des faces soit $a + 2b$, trouver la probabilité qu' il y a d' amener zéro en jettant tous ces dés au hasard.«
Bru, »Lagrange and probability theory« (2014), p. 68.

⁵⁹ [Pierre Rémond de Montmort], *Essay d'analyse sur les jeux de hazard* (A Paris: Chez Jacque Quillau, 1708).

Vidi i drugo, dopunjeno izdanje: Pierre Rémond de Montmort, *Essay d'analyse sur les jeux de hazard*. Seconde edition revüe & augmentée de plusieurs Lettres (A Paris: Chez Jacque Quillau, 1713), s dodanom raspravom »Traité des combinaisons«, na pp. 1–72. Upravo u toj dodanoj raspravi Montmort obraduje problem s bacanjem kocaka, i to u stavicima X–XVI na pp. 34–59.

⁶⁰ Abraham de Moivre, *The Doctrine of Chances: or, A Method of Calculating the Probabilities of Events in Play*, the 3rd edition, fuller, clearer, and more correct than the former (London: Printed for A. Millar in the Strand, 1756; pretisak: American Mathematical Society, 2000), u »The Introduction« sedam jednostavnih slučajeva na pp. 9–16; u »Solutions of several sorts of

ni de Moivre nisu izričito ustvrdili da su problemi iz teorije igara ekvivalentni temeljnim problemima teorije pogrešaka; to je prvi učinio Simpson, pa tek potom Lagrange, mladi predsjednik *Königliche Akademie der Wissenschaften* u Berlinu za vladavine pruskoga kralja Friedricha Velikoga. ‘Prepoznavanje’ problema zbiljo se kod obojice u smjeru – od teorije pogrešaka prema teoriji igara, a ne obratno. I to se zbiljo zato jer su matematički problemi iz teorije pogrešaka u strogom smislu formulirani mnogo kasnije od problema za igre na sreću, koji su prve velike rješavatelje imali u Galileju, Pascalu i Huygensu.

U svojem je članku Lagrange postavljao sve složenije probleme tako da deseti, pretposljednji glasi:

»Pretpostavi li se da je svaki opažaj podložan svim mogućim pogreškama koje se nalaze između dviju granica p i $-q$ te da je vjerojatnost svake pogreške x , tj. omjer broja slučajeva gdje se pogreška može dogoditi i ukupnog broja slučajeva prikazana nekom funkcijom od x označenom s y , traži se vjerojatnost da se srednja pogreška n opažaja nalazi između granica r et $-s$.«⁶¹

Izriječ desetoga problema ponajbolje zrcali put, koji je mladi Lagrange u svojim poopćenjima prevalio od prvoga do desetoga problema, u kojem se pojavljuje funkcija $y(x)$ definirana na intervalu $[-q, p]$, koja nije ništa drugo nego funkcija koju će Laplace u svom kapitalnom djelu *Théorie analytique des probabilités* (1812) nazvati *fonction génératrice*.

Druga Šejninova pretpostavka u inačicama iz 1970. i 1971. glasi: »ako Boškovićev spis potiče iz kasnijeg vremena« tj. ako je nastao nakon objavljivanja Simpsonova članka, ali se u objema inačicama iz 1973. odnosi na drukčije i duže razdoblje: »ako to nije slučaj«, što treba čitati: ako spis ne potječe iz razdoblja 1750–1753. ili nije bio napisan najkasnije prije 1756. godine. Uz pretpostavku da je napisan izvan razdoblja 1750–1755 Šejnin čak izrijeком tvrdi da *De calculo probabilitatum* »ne bi predstavljao ništa novo spram Montmorta ili de Moivre-a čak s početka 18. stoljeća«, a pritom se poziva na svoj članak »Finite

Problems, deduced from the Rules laid down in the Introduction« na pp. 38–43, s uputnicom na p. 39 da opiše problem s bacanjem kocaka, tzv. *problem of points*, preuzima iz svoga ranijega djela *Miscellanea Analytica* (1731).

⁶¹ Lagrange, »Mémoire sur l'utilité de la méthode de prendre le milieu entre les résultats de plusieurs observations« [1770–1773], p. 200:

»40. On suppose que chaque observation soit sujette à toutes les erreurs possibles comprises entre ces deux limites p et $-q$, et que la facilité de chaque erreur x , c'est-à-dire le nombre des cas où elle peut avoir lieu divisé par le nombre total des cas, soit représentée par une fonction quelconque de x désignée par y ; on demande la probabilité que l'erreur moyenne de n observations soit comprise entre les limites r et $-s$.«

Usp. Bru, »Lagrange and probability theory« (2014), p. 70.

Random Sums (A Historical Essay)«, u kojem je istražio kako su matematičari 18. stoljeća, od Montmorta do Laplacea, pristupali »konačnim zbrojevima slučajnih veličina«. Tu se nameće nekoliko pitanja:

1. Zašto Šejnin 1973. godine drugu pretpostavku, onu koja izriče procjenu kad Boškovićev rukopis nije vrijedan, proteže i na razdoblje prije 1750. godine?
2. Što je u međuvremenu Šejnin istražio pa ga je to ponukalo da drugu pretpostavku izmijeni? Ustanovio je da su i Simpson i Lagrange prepoznali da su problemi iz teorije pogrešaka ekvivalentni problemima s bacanjem kocaka. U kojem se smjeru dogodilo 'prepoznavanje': od igara na sreću prema matematičkoj obradi opažaja ili obratno? U obojice: od teorije pogrešaka prema teoriji igara!
3. Kako dakle treba razumjeti tu Šejninovu modifikaciju druge pretpostavke? Da nisu Monmort i de Moivre možda obrađivali opažajne podatke i u njihovu matematičku obradu uključili vjerojatnost? Ne, oni su se usredotočili na igre na sreću.

Zbog Šejninove lapidarnosti čitatelj je uskraćen za odgovore na ta pitanja. Ali odgovore može potražiti iz obzora Šejninovih tvrdnji o Boškoviću i Simpsonu. Ako je Simpsonov članak iz 1756. godine doista prijelomnica, ako Simpson tim člankom uvodi kvantitativnu stohastičku metodu u teoriju pogrešaka, ako dva Simpsonova stavka znače nešto novo u odnosu na Montmortove i de Moivreove zbirke problema, zašto isto mjerilo ne primijeniti i na Boškovićev rukopis?

Da se u svom rukopisu *De calculo probabilitatum* Bošković bavi kvantitativnom stohastičkom metodom u teoriji pogrešaka, nema nikakve dvojbe. Dostatno je pročitati formulaciju Boškovićeve problema. Šejnin to i tvrdi uz naznaku: »prilično elementarno« (*rather elementary*). S pravom, ako se Boškovićev pristup usporedi sa Simpsonovom i Lagrangeovom izvedbom.

Očito, pri kondicionalnoj evaluaciji Boškovićeve spisa iz 1970. godine Šejnin nije razmotrio pretpostavku: što ako *De calculo probabilitatum* potječe iz razdoblja prije 1750. i ako nije izravno povezan s njegovom geodetsko-kartografskom ekspedicijom, ako dakle potječe iz ranijih razdoblja Boškovićeve znanstvenoga rada? Ali u engleskom članku iz 1973. godine, gdje je drugu pretpostavku oblikovao drukčije, gdje je ustvrdio da Boškovićev rukopis, ako je nastao prije 1750. godine, »ne bi predstavljao ništa novo spram Montmorta ili de Moivreova čak s početka 18. stoljeća«, tu promjenu nije obrazložio.

To još više osnažuje potrebu da se datira Boškovićev rukopis *De calculo probabilitatum*. Ako bi se uspjelo dokazati da je spis napisan u razdoblju 1750–1755, Bošković je, to Šejnin izrijekom tvrdi, prvi koji je kvantitativnu stohastičku metodu primijenio u teoriji pogrešaka, prvi – jer je tu metodu

primijenio prije Simpsona, tj. prije objavljivanja Simpsonova članka »On the advantage of a taking the mean of a number of observations« (1756). Isti zaključak dakako vrijedi ako bi se uspjelo dokazati da je Dubrovčanin svoj spis »o računu vjerojatnosti« napisao i prije 1750. godine. Naravno, ako bi se uspjelo dokazati da je *De calculo probabilitatum* napisan poslije 1755. godine, Simpson je prvi koji je kvantitativnu stohastičku metodu primijenio u teoriji pogrešaka. Tako ja modificiram Šejninove pretpostavke o dataciji Boškovičeva rukopisa.

Da bi se odredila godina ili bar razdoblje u kojem je Bošković sastavio svoj rukopis *De calculo probabilitatum*, mogu se, tako mislim na temelju vlastita istraživačkoga iskustva u proučavanju Boškovičeva djela, primijeniti dva pristupa. Prvi je utrt Šejninovim pitanjem: Stoji li Boškovičev rukopis *De calculo probabilitatum* u nekoj tijesnoj povezanosti s geodetsko-kartografskom ekspedicijom duž rimskoga meridijana od Rima do Riminija 1750–1752. i, podrazumijeva se, s Boškovičevom statističkom metodom za izravnjanje nesuglasnih opažaja, koju je Dubrovčanin prvi put primijenio 1757. godine u časopisu bolonjske akademije u članku »De litteraria expeditione per Pontificiam ditionem« (»O znanstvenoj ekspediciji po Papinskoj državi«),⁶² a prvi put objavio 1760. u dopuni uz petu knjigu Stayeva epa *Philosophia recentior* pod naslovom »De recentissimis graduum dimensionibus, et figura, ac magnitudine Terrae inde derivanda« (»O najnovijim izmjerama [meridijanskih] stupnjeva te o obliku i veličini Zemlje koje odatle treba izvesti«)?⁶³ A da se to ustanovi, treba:

⁶² Rogerius Joseph Boscovich, »De litteraria expeditione per Pontificiam ditionem«, u: »Academicorum quorundam opuscula varia«, pp. 1–403, u: *De Bononiensi scientiarum et artium Instituto atque Academia Commentarii*, Tomus quartus (Bononiae: Typis Laelii a Vulpe Instituti Scientiarum Typographi, 1757), pp. 353–396; metoda za izravnjanje nesuglasnih opažaja s pomoću triju uvjeta prvi put primijenjena na pet izmjera meridijanskoga stupnja na pp. 391–392.

Usp. i otisak toga članka sa samostalnom paginacijom: Rogerius Joseph Boscovich, *De litteraria expeditione per pontificiam ditionem: Synopsis amplioris operis editi anno 1755*. Impressa in Commentariis Acad.[emiae] Bon.[oniensi] Tom.[o] IV. auctore P. Rogerio Josepho Boscovich S. J. [Bononiae, 1757], pp. 1–44; metoda za izravnjanje nesuglasnih opažaja primijenjena na pp. 39–40.

Usp. Ivica Martinović, »Ispravci i dopune uz bibliografiju Rudera Josipa Boškovića (1)«, *Prilozi za istraživanje hrvatske filozofske baštine* 21 (1995), pp. 151–219, nn. 39–41, pp. 200–202.

⁶³ Rogerius Joseph Boscovich, »Supplementum ad quintum librum«, u: Benedictus Stay, *Philosophiae recentioris <...> versibus traditae libri X*, Tomus II. (Romae: Typis, et sumptibus Nicolai et Marci Palarini, 1760), pp. 385–472, nn. 286–558, figg. 33–59, u: »§. 5. Ad notam in vers. 667. De recentissimis graduum dimensionibus, et figura, ac magnitudine Terrae inde derivanda.«, pp. 406–426, nn. 351–404, fig. 44. Bošković je svoju metodu za izravnjanje nesuglasnih opažaja izložio u nn. 385–397, na pp. 420–424, fig. 44.

O prvog primjeni i prvog objavi metode vidi: Churchill Eisenhart, »Boscovich and the Combination of Observations«, u: Lancelot Law Whyte (ed.), *R. J. Boscovich, Studies of His Life and Work* (London: George Allen & Unwin Ltd, 1961), pp. 200–212; Stephen M. Stigler, *The History of*

1. pomno proučiti razvoj Boškovićevih gledišta o određivanju oblika i veličine Zemlje počevši od prve rasprave iz 1739. godine; 2. posebno istražiti kako se u svojim znanstvenim istraživanjima Bošković odnosio prema mjerenjima i njihovim pogreškama u dvama područjima: ponajprije u geofizici i geodeziji, a možda i u astronomiji. Osim toga, takvo istraživanje može uroditi uvidima, s pomoću kojih se vrijednost Boškovićeve rukopisa može razmatrati u drukčijim kontekstima negoli je Sheyninova dilema iz 1973. godine »ili unutar razdoblja 1750–1755. ili bez značenja«. Iz te se istraživačke perspektive Šejninovo pitanje može preoblikovati u novo pitanje:

Je li se, kad i kako Bošković, posebno za vrijeme svoje rimske profesure, susretao s teorijom pogrešaka u geodeziji i geofizici, a ako ne s teorijom pogrešaka, onda barem s mjerenjima ili opažajima u čiju je pouzdanost posumnjao?

Drugi pristup omogućuje oblik i sastav Boškovićeve rukopisa *De calculo probabilitatis* koji odudara od stila koji je Bošković primijenio pri pisanju svojih kasnijih znanstvenih radova. Stoga se treba zapitati: Kako je, s kakvom kompozicijom i strukturom, sastavljao svoje rimske disertacije za svečanu obranu na kraju akademske godine u Rimskom kolegiju ili Rimskom sjemeništu? Kako su se mijenjala obilježja njegova znanstvenoga pisma? Na temelju detaljnijih uvida u Boškovićevu znanstvenu radionicu, treba pokušati odgovoriti na sljedeće pitanje:

U kojem je razdoblju nastao ovaj autograf u odnosu na ustanovljene promjene Boškovićeve znanstvenoga stila?

Kad je 1760. godine prvi put izložio svoju statističku metodu, Bošković je zabilježio dragocjeno svjedočanstvo o genezi svojih gledišta u geofizici i geodeziji:

»365. Ja sam već od 1738. godine,⁶⁴ u raspravi o obliku Zemlje, izložio sumnju u nepravilnost u nizu opažanja [= mjerenja duljine meridijanskih] stupnjeva i u obliku Zemlje, čemu sam i razlog, što sam vrsnije mogao prosuditi, naznačio i uz koji sam pristajao kako ondje tako i u drugim dvjema raspravama iz 1741. i 1742. godine, naime odstupanja njihalā, kojima sam se bavio u posljednjem

Statistics: The Measurement of Uncertainty before 1900 (Cambridge, Massachusetts, and London, England: The Belknap Press of Harvard University Press, 1986), u poglavlju »Roger Boscovich and the Figure of the Earth«, pp. 39–50; Anders Hald, *A History of Mathematical Statistics from 1750 to 1930* (New York: John Wiley & Sons, 1999), u poglavlju »6.3. The Method of Least Absolute Deviations by Boscovich, 1757 and 1760«, pp. 97–103; Richard William Farebrother, *Fitting Linear Relationships: A History of the Calculus of Observations 1750–1900* (New York: Springer, 1999), u poglavlju: »Chapter 2: The Methods of Boscovich and Mayer«, pp. 9–22.

⁶⁴ Treba ispraviti: 1739. Vidi bilješku 70.

paragrafu prethodne knjige;⁶⁵ budući da sam u toj raspravi⁶⁶ utvrdio da se još ništa dostatno pouzdano ne tvrdi o obliku Zemlje, nakon što sam samo Maupertuisovo djelo o istom obliku, određenom s pomoću opažanja obavljenih uz polarni krug, prikazao kao presmjelo i neprikladno.⁶⁷

To Boškovićevo svjedočanstvo – a Dubrovčanin je dopune uz drugi svezak Stayeva epa *Philosophia recentior* pisao od kolovoza 1759. u Ceseni do travnja 1760. u Parizu,⁶⁸ dok *aprobationes* za drugi svezak Stayeva epa imaju nadnevke 5. i 6. svibnja 1760.⁶⁹ – upućuje na tri njegove rane rasprave. Prvoj je tema »o obliku Zemlje«, dakle jednoznačno je riječ o raspravi *De Telluris figura (O obliku Zemlje)*, koju je Bošković priredio za kraj akademske godine u kolovozu 1739. godine, i to u Rimskom sjemeništu, a ne u Rimskom kolegiju, jer tada

⁶⁵ Rogerius Joseph Boscovich, »§. 7. Ad notam in vers. 1777. De deviationibus pendulorum ex asperitate superficiei terrestris, et methodo definiendi massam Terrae«, pp. 380–384, nn. 270–285, u: Rogerius Joseph Boscovich, »Supplementum ad quartum librum«, pp. 299–384, nn. 1–285, u: Benedictus Stay, *Philosophiae recentioris <...> versibus traditae libri X*, Tomus II. (Romae: Typis, et sumptibus Nicolai et Marci Palearini, 1760).

Nadalje u bilješkama: Boscovich, »De deviationibus pendulorum ex asperitate superficiei terrestris, et methodo definiendi massam Terrae« (1760).

⁶⁶ U raspravi *De Telluris figura*. Vidi bilješku 70.

⁶⁷ Rogerius Joseph Boscovich, »§. 5. Ad notam in vers. 667. De recentissimis graduum dimensionibus, et figura, ac magnitudine Terrae inde derivanda«, pp. 406–426, nn. 351–404, u: Rogerius Joseph Boscovich, »Supplementum ad quintum librum«, pp. 385–472, nn. 286–558, u: Benedictus Stay, *Philosophiae recentioris <...> versibus traditae libri X*, Tomus II. (Romae: Typis, et sumptibus Nicolai et Marci Palearini, 1760), na p. 411, bez ikakva transkripcijskog zahvata u latinskom izvorniku:

»365. At ego quidem jam ab anno 1738 [sic] in dissertatione de Telluris figura suspicionem irregularitatis in graduum observandorum serie, et figura Telluris, proposui, cujus ipsius et causam, quam potissimam arbitror, indicavi, et quam tum ibi, tum in binis aliis dissertationibus anno 1741, et 1742 persecutus sum, deviationes nimirum pendulorum, de quibus egimus postremo superioris libri §; in qua quidem dissertatione cum affirmassem, nihil adhuc satis certo constare de Telluris figura, post ipsum Maupertuisii opusculum de figura eadem determinata per observationes ad circulum polarem habitas, tanquam audacissimus, et ineptus traductus sum.«

Nadalje u bilješkama: Boscovich, »De recentissimis graduum dimensionibus, et figura, ac magnitudine Terrae inde derivanda.« (1760).

⁶⁸ Usp. pisma Rudera Boškovića bratu Baru s nadnevcima 9. kolovoza 1759. i 31. ožujka 1760, u: Željko Marković, »Boškovićev put u Francusku g. 1759./60.« / »Le voyage de R. Bošković en France en 1759/60«, u: Željko Marković (ur.), *Građa za život i rad Rudera Boškovića II* (Zagreb: JAZU, 1957), pp. 5–244, na pp. 48 i 141.

⁶⁹ Usp. »Aprobationes«, u: Benedictus Stay, *Philosophiae recentioris <...> versibus traditae libri X*, Tomus II. (Romae: Typis, et sumptibus Nicolai et Marci Palearini, 1760), p. [xv]. Odobrenja za tisak potpisali su Michelangelo Giacomelli i Pietro Lazzari.

još nije bio profesor u Rimskom kolegiju.⁷⁰ A koje su »druge dvije rasprave iz 1741. i 1742. godine« u kojima izriče svoju »sumnju u nepravilnost« (*irregularitatis suspicio*), to treba ustanoviti tekstualnom analizom pet rasprava, koje je Bošković objavio u tom razdoblju. Rasprava iz 1741. godine očito je rasprava *De inaequalitate gravitatis in diversis Terrae locis (O nejednakosti sile teže na različitim mjestima Zemlje)*, javno branjena 1. kolovoza 1741,⁷¹ a rasprava iz 1742. mogla bi i po sadržaju i po naslovu biti rasprava *De observationibus astronomicis, et quo pertingat earundem certitudo (O astronomskim opažajima i o tom kako postići njihovu pouzdanost)*, pripremljena za javnu obranu 28. kolovoza 1742. u Rimskom sjemeništu.⁷² Naslove tih drugih dviju rasprava, kako sam naknadno ustanovio, priopćio je sâm Bošković, kad je u prvom latinskom izvješću o geodetsko-kartografskoj ekspediciji po Papinskoj državi upozorio na svoju zamisao da nejednake izmjere stupnjeva i nejednake duljine izokronih njihala velikim dijelom ovise o nejednakom i nepravilnom ustroju unutrašnjih dijelova Zemlje:

»te sam mnogo toga što se toga tiče izložio u raspravi *De Telluris figura (O obliku Zemlje)* već od 1738. godine, drugo u raspravi *De inaequalitate gravitatis in diversis Terrae locis (O nejednakosti sile teže na različitim mjestima na Zemlji)* 1741. godine, a drugo opet u raspravi *De observationibus astronomicis (O astronomskim opažajima)* 1742. godine. Neka se nitko ne čudi ako se nikakvim pouzdanim zakonom ne uspije dostatno točno očuvati nejednakost bilo stupnjeva bilo sile teže.«⁷³

⁷⁰ [Rogerius Joseph Boscovich], *Dissertatio de Telluris figura* habita in Seminario Romano Soc.[ietatis] Jesu a Josepho Passi, Ludovico Malfatti [et] Dominico de Angelis, academicis redivivis, Seminarii Romani convictoribus. Die ___ Augusti Anno MDCCXXXIX (Romae: Typis Antonii de Rubeis in via Seminarii Romani, 1739).

Nadalje u bilješkama: Boscovich, *De Telluris figura* (1739).

⁷¹ [Rogerius Joseph Boscovich], *De inaequalitate gravitatis in diversis Terrae locis* dissertatio habita in Seminario Romano Soc.[ietatis] Jesu a Marchione Carolo Molinari academico redivivo, Comite Josepho Candiani academico redivivo [et] Marchione Corradino Cavriani, Seminarii Romani convictoribus. Die 1. Augusti Anno 1741. (Romae: Typis Antonii de Rubeis in via Seminarii Romani, 1741), pp. I–XIX, figg. 1–8.

Nadalje u bilješkama: Boscovich, *De inaequalitate gravitatis in diversis Terrae locis* (1741).

⁷² [Rogerius Joseph Boscovich], *De observationibus astronomicis, et quo pertingat earundem certitudo* dissertatio habita in Seminario Romano Societatis Jesu a Petro Canevari academico redivivo, Andrea Giovanelli [et] Benedicto Giovanelli S. R. I. comitatibus, eiusdem Seminarii convictoribus Anno MDCCXLII. mense Augusti die XXVIII. (Romae: Typis Antonii de Rubeis in via Seminarii Romani, 1742), pp. I–XXIV, nn. 1–74, figg. 1–10.

Nadalje u bilješkama: Boscovich, *De observationibus astronomicis* (1742).

⁷³ Rogerius Joseph Boscovich, »Opusculum primum: Litterariae per Pontificiam ditionem expeditionis commentarius historicus, ac physicus«, u: *De litteraria expeditione per Pontificiam ditionem ad dimetiendos duos meridiani gradus et corrigendam mappam geographicam* iussu, et auspiciis Benedicti XIV. Pont.[ificis] Max.[imi] suscepta a Patribus Societ.[atis] Jesu Chri-

Kako se Bošković u trima ranim raspravama izrazio o točnosti mjerenja ili opažanja, odnosno o pogreškama u tim postupcima? U raspravi *De Telluris figura* Dubrovčanin prvo osporava Newtonovu pretpostavku da je Zemlja eliptični sferoid:

»Odatle prema Newtonovim načelima Zemlja ne može biti sferoid koji nastaje vrtnjom elipse, nego druge krivulje koju je vrlo teško odrediti. Da bi se otkrila pogreška, evo Newtonova i Hermannova razlaganja.«⁷⁴

Teorijsko ga razlaganje dovodi do toga da uvede dva problema:

- »1. izmjeriti dva meridijanska stupnja;
2. ako su dana dva meridijanska stupnja, odrediti oblik Zemlje.«⁷⁵

U sholiju uz te probleme Bošković popisuje rezultate mjerenja u dotadašnjim geodetskim ekspedicijama kao i naknadne matematičke ispravke dobivenih izmjera:

1. Pierre Louis Maupertuis u Laponiji (*in Lapponia*);
2. Cassini Sin u sjevernoj Francuskoj između Parisa i Dunkerquea (*in Gallia Boreali inter Parisiorum et Dunkerckae*);
3. Jean Picard uzduž pariškoga meridijana od južnoga pariškoga predgrađa Malvoisine do Amiensa (*inter Ambiami et Malvoisine*);

stophoro Maire et Rogerio Josepho Boscovich. (Romae: In Typographio Palladis / Excudebant Nicolaus, et Marcus Palarini, 1755), pp. 1–120, nn. 1–215, na p. 23, n. 45, s rubnim podnaslovom »Auctoris opinio de inaequali textu partium Terrae.«, bez ikakva transkripcijskog zahvata u latinskom izvorniku:

»ac multa, quae eo pertinent, proposui in dissertatione de Telluris figura jam ab anno 1738. alia in dissertatione de Inaequalitate gravitatis in diversis Terrae locis anno 1741. alia in dissertatione de Observationibus Astronomicis anno 1742; quod si accidat, nemo mirabitur, si nullam certam legem satis accurate servet vel graduum, vel gravitatis inaequalitas.«

U hrvatskom prijevodu naslove Boškovićevih rasprava kosopisom istaknuo Ivica Martinović. Usp. prikaze ovih triju Boškovićevih rasprava u: Željko Marković, *Ruđer Bošković I* (Zagreb: JAZU, 1968), pp. 86–90, 100–104, 107–111.

⁷⁴ Boscovich, *De Telluris figura* (1739), p. XI:

»hinc in Newtonianis principiis non posset Tellus esse sphaerois elliptica, sed alterius curvae difficillime determinandae.

Igitur ad errorem detegendum, en Newtoni et Hermannii discursum.«

O pogrešci uz Newtonovu pretpostavku o Zemljinu obliku vidi i p. XVII:

»Verum haec omnis theoria, quae assumit figuram Telluris ut ellipticam, videtur posse errorem parere omnino incredibilem, si elliptica non sit.«

Sve navode iz rasprave *De Telluris figura* transkribirao je Ivica Martinović.

⁷⁵ Boscovich, *De Telluris figura* (1739), p. XIII:

»Haec autem theoria importat duo problemata:

1. mensurare duos meridiani gradus;
2. datis duobus meridiani gradibus figuram Telluris determinare.«

4. Maupertuis s korekcijama Picardove izmjere po tri osnove;
5. Cassini Otac na temelju izmjera po južnoj Francuskoj (*ex mensuris per Galliam Australem*);
6. Richard Norwood u Engleskoj (*in Anglia*);
7. Willebrord Snel u Belgiji (*in Belgio*);
8. Pieter van Musschenbroek s korekcijama Snelove izmjere (*correctis ejusdem observationibus*).⁷⁶

Razlike među izmjerama, podsjeća Bošković, urodile su žestokim rasprama među znanstvenicima:

»Prevelike su prepirke koje još plamte među vrlo učenim muževima.«⁷⁷

U završnom korolaru svoje rasprave Dubrovčanin sažima svoje nalaze:

- »1. ako je dano i nekoliko stupnjeva, ne može se odrediti kolika je razlika među promjerima niti postoji li uopće ikakva razlika među osima;
2. iz čistih se opažaja ne može odrediti meridijanski stupanj [čitaj: njegova duljina], bilo zbog lomova za koje se samo hipotezom pretpostavlja da ih nema na samom vrhu, bilo jer opažanje ovisi od smjera sile teže, a taj se smjer sav oslanja na [tri] hipoteze o sili teži, bilo jer opažaji, premda vrlo točni, ne dostižu toliku [čitaj: zahtijevanu] finoću; <...>.«⁷⁸

Boškovićevi zaključci, koje on i dodatno obrazlaže, zvuče obeshrabrujuće za motritelje i mjeritelje, ali su njega samoga ponukali da počne razmišljati u drugom smjeru kad geodetske izmjere nisu dostatne da bi se teorijski izmodelirao i napokon pronašao Zemljin oblik. Jedno je rješenje Dubrovčanin kasnije pronašao unutar statističke obrade podataka – u metodi za izravnjanje nesuglasnih izmjera (1757–1760).

U raspravi *De inaequalitate gravitatis in diversis Terrae locis* (1741) Bošković razlaže »glavne osnove« (*fundamenta praecipua*) za metode kojima bi se ustanovio razlog nejednakosti sile teže na različitim mjestima Zemlje.⁷⁹ Među tim metodama on kao najbolju preporučuje metodu određivanja duljine

⁷⁶ Boscovich, *De Telluris figura* (1739), pp. XXI–XXII.

⁷⁷ Boscovich, *De Telluris figura* (1739), p. XXII:

»Maximae inde inter doctissimos viros, quae adhuc fervent contentiones.«

⁷⁸ Boscovich, *De Telluris figura* (1739), p. XXIII:

»Patet igitur: primo, datis etiam aliquot gradibus non posse determinari quanta sit diameterum differentia nec omnino an ulla sit axium differentia; secundo, non posse ex puris observationibus definiri meridiani gradum tum ob refractiones, quas esse nullas in vertice ipso tantum per hypothesim assumitur; tum quia pendet observatio a directione gravium, quae tota innititur hypothesibus de gravitate; tum quia observationes licet accuratissimae ad tantam subtilitatem non pertingunt; <...>«.

⁷⁹ Boscovich, *De inaequalitate gravitatis in diversis Terrae locis* (1741), p. III, n. 2.

izokronoga njihala u srednjem vremenu:

»Ništa se u toj vrsti [= među tim metodama] ne može točnije i savjesnije pronaći od onoga što je g. *Mairan* predložio u časopisu *Pariške akademije za 1735. godinu*, gdje prikazuje svoje opažaje i izriče nevjerojatan oprez pred svakom vrstom pogrešaka.«⁸⁰

Bošković prigovara Newtonu što je oblik Zemlje aproksimirao eliptičnim sferoidom:

»Uistinu, ta je ekvipolencija oblikā [Zemlje i eliptičnoga sferoida] nama prilično sumnjiva i još nije sigurno dokazana. Možda bi mogla postojati krivulja s njezinom naravi da razlika između Zemlje i elipsoida bude podložna pogrešci, koja se može zanemariti glede cijele sile teže, ali ne i glede prirasta sile teže.«⁸¹

U tom smjeru ustraje Dubrovčanin i dalje kad osporava Newtonov izvod da se prirasti sile teže odnose kao kvadrati sinusa širine, dobiven uz pretpostavku da je Zemlja sastavljena od homogene tekućine:

»To se pak također dokazuje odatle što je nepoznat ustroj unutrašnjih dijelova Zemlje. <...> Što ako se ustanovi da je Zemlja, budući da je najvećim dijelom čvrsta, negdje mnogo gušća nego drugdje? <...> Što pak ako je na drugom mjestu, blizu površine, dugačija gustoća Zemlje, ako se negdje nalaze ogromne podzemne šupljine i drugo što takvoga?«⁸²

Kritičko propitivanje pretpostavaka, dokaza i pogrešaka vodi Boškovića prema novom istraživačkom geslu:

»Treba dokazati da učinak ne može potjecati od drugud nego upravo od toga uzroka, što se u fizici prerijetko događa. Hipoteze se ne smiju prodavati za do-

⁸⁰ Boscovich, *De inaequalitate gravitatis in diversis Terrae locis* (1741), p. X, n. 17:

»Nihil eo in genere accuratius ac religiosius excogitari potest, quam id, quod *D. Mairan* proposuit in *Comment. [ariis] Academ. [iae] Paris. [iensis] ad annum 1735*, ubi recenset suas observationes ac praecautiorem incredibilem contra omne errorum genus.«

Autora i časopis kosopisom istaknuo Ruder Bošković.

⁸¹ Boscovich, *De inaequalitate gravitatis in diversis Terrae locis* (1741), p. XIV, n. 26:

»Verum haec aequipollentia figurarum [Telluris et sphaeroidis ellipticae] nobis satis suspecta est, et certe nondum demonstrata. Posset fortasse eius naturae esse curva, ut differentia ipsius ab ellipsoide pareret errorem, qui contemni quidem possit respectu totius gravitatis, non autem respectu incrementi ipsius gravitatis.«

⁸² Boscovich, *De inaequalitate gravitatis in diversis Terrae locis* (1741), p. XV, n. 27:

»Idem autem etiam evincitur ex eo, quod incerta sit internarum Terrae partium structura. <...> Quid si, cum maxima ex parte sit solida, alicubi multo densior deprehendatur quam alibi? <...> Quid tamen, si versus superficiem alia alibi sit Terrae densitas, si alicubi ingentes subterraneae cavernae, et alia eiusmodi?«

Novu varijaciju ovih pitanja nudi Bošković još jednom: Boscovich, *De inaequalitate gravitatis in diversis Terrae locis* (1741), pp. XVII–XVIII, n. 33.

kaze. Na temelju pomnih opažanja vrlo se često doznaje što nije uzrok, rijetko što jest uzrok.«⁸³

Završni Dubrovčaninov pogled u raspravi ponovo pripada neuspjehu u mjerenjima i pogreškama koje ta mjerenja prate:

»Mislimo da se unutar tih granica, koje se zahtijevaju, uopće ne može odrediti izmjera stupnjeva. Osim pogrešaka u izmjeri udaljenosti, pogreška od 15 sekundi, također i od deset sekundi pri određivanju nebeskoga luka povlači veću razliku među stupnjevima nego što je ona za koju se kaže da je određena opažajima. Ta se pak pogreška, mislimo, ne može izbjeći zbog refrakcija unutar tih nepouzdanih granica, zbog debljine niti i drugoga što prilažu tako tijesne nepouzidane granice.«⁸⁴

U raspravi *De observationibus astronomicis* (1742) Bošković proučava tri astronomske sprave s pomoću kojih se provode sva motrenja: »*ura njihalica, dalekozor s mikrometrom, astronomski kvadrant* ili bilo koji kružni sektor *s dalekozorskim dioptrima*«. ⁸⁵ Prvo se suočava s problemom nejednolikoga gibanja ure njihalice i najavljuje da takvu nejednolikost može proizvesti više uzroka. ⁸⁶ Uza svu pomnju pri konstrukciji instrumenta, primjećuje Dubrovčanin, treba povesti računa o hipotezama o naravi sile teže:

»ipak tvrdimo da ne samo da se ne može dokazati njihova jednolikost [= jednolikost gibanja za ure njihalice], ni unutar istoga dana ni s pomoću pokusa i, kako kažu, *a posteriori*, ni iz njihove teorije i *a priori*; stoga ne samo njihova jednolikost nego i ono što se odatle izvodi ovisi o hipotezama, ali je također [razlogom] zašto se s pravom može bojati od neke pogreške, koju sigurno nije

⁸³ Boscovich, *De inaequalitate gravitatis in diversis Terrae locis* (1741), p. XVI, n. 30:

»Oportet demonstrare effectum non aliunde oriri posse quam ex ea causa, quod in physica continget perraro. Hypotheses pro demonstrationibus venditandae non sunt. Observationibus diligenter institutis, saepissime innotescet, quid causa non sit, raro, quid sit.«

⁸⁴ Boscovich, *De inaequalitate gravitatis in diversis Terrae locis* (1741), p. XIX, n. 37:

»Censemus omnino determinari non posse intra eos limites, qui requiruntur, mensuram graduum. Praeter errores in mensura intervallorum, error 15 secundorum, immo etiam decem, in arcu caelesti definiendo, maiorem inducit differentiam graduum quam quae observationibus determinata dicitur. Eum autem errorem censemus evitari non posse ob refractiones intra eos limites incertas, ob crassitiem fili et alia, quae limites tam arctos incertos reddunt.«

⁸⁵ Boscovich, *De observationibus astronomicis* (1742), p. IV, n. 2: »*horologium oscillatorium, telescopium cum micrometro, et quadrans astronomicus* vel quivis sector circularis cum dioptris telescopicis.«

Nazive instrumenata kosopisom istaknuo Ruder Bošković.

⁸⁶ Boscovich, *De observationibus astronomicis* (1742), p. V, n. 7: »*inducta aliqua inaequalitate [horologiorum] a pluribus causis, de quibus infra.*«

moгуće otkriti i ispraviti.«⁸⁷

A svoje istraživanje o naravi sile teže započinje Dubrovčanin ovako:

»Da je i iznos sile teže, kao i njezin smjer, uvijek stalan na istom mjestu, to pretpostavljaju svi astronomi. Uistinu, ta se pretpostavka ne može dokazati, tako da se s pravom može bojati oprečnoga. Ako se mijenja sama njezina sila, pobudit će promjenu u gibanju njihala, stoga i na uri. Ako se pak smjer ili mijenja ili nije okomit na onu najbližu pravilnu krivulju, na koju se svodi nepravilni oblik Zemlje, često će voditi uporabi kvadranta, kako će niže biti očito. Ovdje ćemo međutim istodobno istražiti i jednu i drugu promjenu.«⁸⁸

Isti pristup, s naglaskom na pogreškama, Bošković njeguje i kad obrađuje dalekozor s mikrometrom:

»Pogreške u opažaju mogu nastati od nepromijenjenoga položaja niti zbog nepromijenjene napetosti, od debljine niti, od podrhtavanja nebeskih objekata koje ovisi o pomicanju zraka i od drugoga takvoga, što zahtijeva pomnju ili graditelja ili opažачa. Mi ćemo se baviti i drugim opasnostima od pogrešaka, koje se gotovo ne mogu izbjeći, i nedokazanim hipotezama, na koje se oslanjanju te uporabe.«⁸⁹

I za kvadrant Dubrovčanin uočava da ga prate dvije vrste pogrešaka, jedna »u podjelama« (*in divisionibus*) kvadranta, dok se druga ponovo odnosi na nedokazane hipoteze:

»uporaba kvadranta ovisi o nedokazanim hipotezama kako glede smjera sile teže

⁸⁷ Boscovich, *De observationibus astronomicis* (1742), p. VI, n. 11:

»tamen affirmamus, non solum non posse demonstrari eorum aequabilitatem, ne intra eundem quidem diem, neque per experimenta et, ut aiunt, a posteriori, neque ex ipsorum theoria et a priori, adeoque non solum eorum aequabilitatem et quae inde deducuntur pendere ab hypothesis; sed etiam esse, cur iure timeri possit error aliquis, quem non liceat certo deprehendere ac corrigere.«

⁸⁸ Boscovich, *De observationibus astronomicis* (1742), p. VIII, n. 17:

»Gravitatis quoque vim, ut et directionem, in eodem loco semper constantem esse, omnes astronomi supponunt. Verum ea quoque suppositio ita demonstrari non potest, ut oppositum iure timeri possit. Et quidem si vis ipsa eius varietur, inducet variationem in motu penduli ac proinde in horologio. Si autem directio vel mutetur vel non sit perpendicularis ad illam proximam regularem curvam, ad quam reducitur irregularis figura Terrae, plurimum oberit usui quadrantis, ut inferius patebit. Hic interea in utranque simul mutationem inquiremus.«

⁸⁹ Boscovich, *De observationibus astronomicis* (1742), pp. XVI–XVII, n. 46:

»Errores in observationem possunt irrepere ex immutata positione filorum ob immutatam tensionem, ex crassitie filorum, ex tremore illo obiectorum caelestium, qui ab aeris agitatione pendet, et aliis eiusmodi, quae requirunt diligentiam vel artificis vel observatoris. Nos alia errorum pericula persequemur, quae penitus evitari non possunt, et hypotheses non demonstratas, quibus innituntur hi usus.«

tako glede širenja svjetlosti, na temelju kojih je i veoma nepouzdana mnogo toga što se s pomoću njega određuje, i s pravom se može bojati od pogrešaka, katkad i prilično velikih, kako uz sentenciju o Zemlji koja miruje, tako i uz hipotezu da se Zemlja giba.«⁹⁰

Pritom Bošković ima najprije na umu nepouzdanu pretpostavku da se njihalo kvadranta podudara s okomicom te i u toj prilici podsjeća na razloge za otklon njihala od okomice koje je već obradio u raspravi *De Telluris figura*.⁹¹

Sažimajući svoje uvide da opažaji pretpostavljaju »mnogo toga zamršena, nepouzdana, podložna opasnostima pogrešaka« (*multa implexa, incerta, errorum periculis obnoxia*), Dubrovčanin u zaključku svoje rasprave postavlja pitanje koje se i moglo očekivati, dok mu odgovor zrači odmjerenim istraživačkim optimizmom:

»Što dakle raditi? Treba li odbaciti proučavanje astronomije? Treba li se odreći nade u njezin napredak? Nipošto! Treba postupati posve oprezno. Treba odabirati hipoteze koje se najviše slažu s prividnim gibanjima.«⁹²

Da postoji tematsko prožimanje između spomenutih triju ranih rasprava, svjedoči i uputnica kojom se Bošković u trećoj ranoj raspravi poziva na dvije prethodne:

»U *Newtonovoj* hipotezi, budući da sila teža izrasta iz privlačenja pojedinih dijelova tvari, čije je djelovanje na većim udaljenostima daleko manje, i sila i smjer sile teže ovisit će o gustoći i položaju dijelova zemaljske kugle, ponajviše onih koji su bliži. Iz nejednolike gustoće dijelova Zemlje koji su nabliži površini razjašnjena je prošle godine [= 1741] na ovom istom mjestu [= u Rimskom sjemeništu] različitost sile teže na različitim mjestima Zemlje, ako Zemlja miruje, u raspravi održanoj o takvoj nejednakosti, kao što je jednako prije tri godine [= 1739] u raspravi o obliku Zemlje dokazano da brdo, čije je djelovanje ekvivalentno djelovanju kugle s polumjerom od jedne milje, može odmaknuti njihalo od položaja okomice više od 50 sekundi.«⁹³

⁹⁰ Boscovich, *De observationibus astronomicis* (1742), p. XXI, n. 62:

»<...> usus quadrantis pendet ab hypothesibus non demonstratis tam circa directionem gravitatis quam circa propagationem luminis, ex quibus et maxime incerta sunt multa, quae ipsius ope definiuntur, et iure timeri possunt errores aliquando etiam satis magni, tam in sententia Terrae quiescentis quam in hypothesi Terrae motae.«

⁹¹ Boscovich, *De observationibus astronomicis* (1742), p. XXI, n. 63.

⁹² Boscovich, *De observationibus astronomicis* (1742), p. XXIV, n. 74:

»Quid igitur? Abiciendum astronomiae studium? Desperandum de eius progressu? Haud sane. Caute admodum procedendum. Seligendae hypotheses, quae cum motibus apparentibus maxime consentiant.«

⁹³ Boscovich, *De observationibus astronomicis* (1742), p. IX, n. 22:

»In hypothesi autem *Newtoniana* cum gravitas coalescat ex attractione in singulas partes

Uz tu se temu Bošković redovito služio nazivcima ‘nejednolikost gibanja njihala’, ‘nepravilnost Zemljina oblika’ i ‘nedokazane hipoteze’, ali je u obrazloženjima osnovni nazivak uvijek bio ‘pogreška’ (*error*), odnosno »opasnosti pogrešaka« (*errorum pericula*). Tako i prouka triju ranih Boškovićevih rasprava potvrđuje njegova svjedočanstva iz 1755. i 1760. godine.⁹⁴ U razdoblju 1738–1742. Bošković je bio zaokupljen time kako doskočiti pogreškama u geofizici, geodeziji i astronomiji.

Pri opisu promjena u Boškovićevu znanstvenom stilu dostatno je ograničiti se na promjenu u oblikovanju teksta znanstvene rasprave, koja se očitovala u kolovozu 1740. godine, kad je Dubrovčanin objavio dvije kratke rasprave, koje dokumentiraju lako uočljivu promjenu u njegovu pristupu kompoziciji znanstvenoga teksta.

U raspravi *De motu corporum projectorum in spatio non resistente*, javno branjenoj u Rimskom sjemeništu najvjerojatnije na samom početku kolovoza 1740. godine, posljednji je put pri pisanju rasprave primijenio metodologiju koja se u svojem ustroju oslanjala na niz stavaka (*propositiones*).⁹⁵ Okosnicu ove rasprave tvori sedam stavaka, a usredištenim naslovima, ispisanim velikim slovima, istaknute su još leme, napose uvodne, te sholiji i definicije, dok su korolari ugrađeni u tekst (sl. 1). Tom se metodologijom služio od prve svoje rasprave *De maculis solaribus*, koja je kao »astronomska vježba« (*exercitatio astronomica*) upriličena 1736. u Rimskom kolegiju.⁹⁶ U njoj je svoju temu istražio nizom od šest stavaka problemā (*propositiones problemata*), a uz njih su usredištenim naslovima bili istaknuti jedino korolari.

A u raspravi *De circulis osculatoribus*, branjenoj 3. kolovoza 1740. u Rimskom kolegiju, Bošković je prvi put numerirao paragrafe, tj. podijelio je

materiae, quarum actio in maioribus distantis sit longe minor, pendebit et vis et directio gravitatis ex densitate et positione partium globi terraquei, maxime earum, quae proprios sunt. Ex inaequali densitate partium Terrae proximarum superficiei explicata est superiore anno hoc ipso in loco diversitas gravitatis in diversis Terrae locis, stante Terra, dissertatione habita de eiusmodi inaequalitate; ut pariter tribus ab hinc annis in dissertatione de figura Telluris demonstratum est, montem, cuius actio aequivaleat sphaerae descriptae radio unius milliarii, posse pendulum deflectere a positione lineae verticalis plusquam 50 secundis.« Kosopisom istaknuo Ruder Bošković.

⁹⁴ Vidi bilješke 67 i 73.

⁹⁵ [Rogerius Joseph Boscovich], *De motu corporum projectorum in spatio non resistente* dissertatio habita in Seminario Romano Soc.[ietatis] Jesu a Marchione Jacobo Zambeccari Seminarii Romani convictore, Academiae redivivorum candidato. Die ___ Augusti Anno MDCCCXL. (Romae: Typis Antonii de Rubeis in via Seminarii Romani, 1740), pp. I–XVII, figg. 1–17.

⁹⁶ [Rogerius Joseph Boscovich], *De maculis solaribus exercitatio astronomica habita in Collegio Romano Societatis Jesu a PP.[atribus] ejusdem Societatis. Anno MDCCXXXVI. Mense ___ Die ___ Horâ ___.* (Romae: Ex Typographia Komarek, 1736), pp. 1–10, figg. 1–6.

tekst rasprave na »brojeve«, služeći se pritom rimskim znamenkama (sl. 2).⁹⁷ Već je u sljedećoj raspravi *De natura et usu infinitorum et infinite parvorum*, branjenoj 28. srpnja 1741. u Rimskom kolegiju,⁹⁸ obročjenje proveo arapskim znamenkama i otada se u tu svrhu služio samo arapskim znamenkama, ako je bio u mogućnosti izravno nadzirati tisak. Od numeriranja odlomaka vrlo je rijetko odstupao, primjerice u podnescima vladarima.

U odnosu na te dvije metodologije, Bošković je u rukopisu *De calculo probabilitatum* primijenio međurješenje, tj. u prvom je paragrafu uveo *propositio problematis*, a potom usredištenim podnaslovima numerirao korake prema rješenju, i to arapskim znamenkama. Za takvom metodologijom pri pisanju znanstvene rasprave Dubrovčanin nije posegnuo nakon 3. kolovoza 1740.

Dva primijenjena pristupa iznjedrila su ove dvije važne činjenice:

1. Bošković je od pojave Maupertuisove rasprave *La figure de la Terre* krajem 1738. godine bio usredotočen na proučavanje pogrešaka pri izmjerama duljine luka meridijanskoga stupnja te je u svojoj raspravi *De Telluris figura* (1739), koju je poslao u tisak najkasnije u srpnju 1739. godine, pobrojio osam vrijednosti u heksapedama ili šestostopjima, pri čem su šest bile izmjere, a dvije računske vrijednosti na temelju ispravljanja provedenih mjerenja (Maupertuis i Musschenbroek). Ta njegova zaokupljenost pogreškama, istodobno s prvim razmatranjima o ustroju unutarnjih dijelova Zemlje, zabilježena je još u dvjema raspravama: *De inaequalitate gravitatis in diversis Terrae locis* (1741) i *De observationibus astronomicis, et quo pertingat earundem certitudo* (1742).
2. Promjena u Boškovićevoj metodologiji pisanja prirodnoznanstvene rasprave zbila se 3. kolovoza 1740. godine. Nakon toga datuma Bošković je redovito obročavao odlomke u svojim raspravama, i to te 1740. godine rimskim znamenkama, a od srpnja 1741. arapskim znamenkama.

Kako stoji Boškovićev rukopis *De calculo probabilitatum* autograf u odnosu na te činjenice? To što rukopis rješava zadani problem samo do $n = 8$, s pravom se može povezati s osam vrijednosti koje za izmjeru ili korekciju duljine meridijanskoga stupnja Dubrovčanin koristi u svojoj geofizičkoj raspravi *De Telluris figura*. A to što Bošković u rukopisu ne obročuje odlomke ni rimskim

⁹⁷ [Rogerius Joseph Boscovich], *De circulis osculatoribus* dissertatio habenda a PP.[atribus] Societatis Jesu in Collegio Romano Anno MDCCXL. Augusti. Die 3 Hora _____. (Romae: Ex Typographia Komarek in Via Cursus, 1740), pp. I–XII, nn. I–XXI, figg. 1–8.

⁹⁸ [Rogerius Joseph Boscovich], *De natura, & usu infinitorum, & infinite parvorum* dissertatio habita in Collegio Romano Societatis Jesu a PP. ejusdem Societatis. Anno MDCCXLI., Mense Julio, die 28. (Romae: ex Typographia Komarek in Via Cursus, 1741), pp. 1–12, nn. 1–25, figg. 1–7.

ni arapskim znamenkama, vodi prema zaključku da je svoj rukopis *De calculo probabilitatum* dovršio svakako prije 3. kolovoza 1740. godine. Stoga razdoblje nastanka Boškovićeve autografa *De calculo probabilitatum* treba stegnuti na razdoblje 1738–1740: od godine kad su ga na temelju proučavanja Maupertuisove rasprave *La figure de la Terre* započele zaokupljati pogreške pri izmjerama duljine luka meridijanskoga stupnja do nadnevkakad je uveo svoju standardnu metodologiju pri pisanju prirodoznanstvenih radova.

Dovršenost rukopisa

Uz dataciju treba raspraviti još jedno važno pitanje o Boškovićevoj autografu *De calculo probabilitatum*: je li rukopis dovršen? U kasnijoj je fazi svoga znanstvenoga stvaralaštva Bošković običavao završetak rukopisa označiti vodoravno položenim znakom za paragraf. Rjeđe bi nizom kitnjastih vodoravnih crta oblikovao ‘okrenuti trokut’: od osnovice prema trećem vrhu. Poneku je raspravu završio rečenicom koja je označavala završetak posla, primjerice raspravu *De continuitatis lege* (*O zakonu neprekinutosti*) završio je rečenicom:

»Sed contrahenda iam vela sunt et consistendum.«⁹⁹
(»Ali već treba skupiti jedra i zaustaviti se.«)

Rukopis, kako je danas očuvan, završava bez ikakva znaka koji bi označavao završetak rukopisa – na kraju p. 6. Pitanje o dovršenosti rukopisa može se stoga preoblikovati u pitanje: Je li uz postojeći sveščić postojao i drugi sveščić? Odnosno: Je li postojala p. 7?

Da se odgovori na postavljena pitanja, jedini oslonac može pružiti tekstualna analiza. Postojeći tekst treba još jednom, iznova, razmotriti u cjelini kako bi se ustanovilo ili procijenilo je li sačuvani tekst cjelovito ili tek djelomično rješava problem koji je Bošković postavio u prvom paragrafu.

Podsjetimo se: u formulaciji problema Dubrovčanin uvodi broj opažaja kao opći broj n , ali već na prvoj stranici rukopisa prilaže tablicu binomnih koeficijenata za $n=8$, čime čitatelju priopćuje da n iz formulacije problema ograničava na 8 kao na najveću vrijednost. Sada je jasno i zašto: zanimaju ga izmjere ili korekcije izmjera za duljine luka meridijanskoga stupnja, a tih je iz perspektive Maupertuisove rasprave *La figure de la Terre* (1738), koju Bošković pomno proučava dok piše raspravu *De Telluris figura*, upravo osam.

⁹⁹ Rogerius Joseph Boscovich, *De continuitatis lege et ejus consecrariis pertinentibus ad prima materiae elementa eorumque vires* (Romae: Ex typographia Generosi Salomoni, 1754), p. LXXX.

Nadalje u bilješkama: Boscovich, *De continuitatis lege* (1754).

(IX)

pora. Igitur ipsæ $M N$, $B D$ exponent velocitates per Corol. 1. lem. 2.. Quare si area parallelogrammi $A B D G$ exponat spatium percurrendum tempore $A B$ cum velocitate constanti $B D$; erunt per corol. 3. lem. 4. spatia confecta a gravi delabente temporibus $A M$, $A B$, ut areae similium triangulorum $A M N$, $A B D$ five per prop. 10. l. 6. ut quadrata $A M$, $A B$, nempe ut quadrata temporum. Q. E. D.

Cor. Cum area trianguli $A M N$ sit dimidia parallelogrammi $A M N F$; erit per cor. 3. lem. 4. spatium confectum a gravi libere delabente dimidium ejus spatii, quod eodem tempore confecisset cum velocitate, quam acquirit in fine ejusdem temporis.

S C H O L I U M.

Notissima est numerorum imparium affectio, ut eorum summae ab unitate inchoatae efficiant quadratos numeros. Bini enim efficiunt bis duo, terni ter tria, & ita porro, cum sit $1 + 3 = 4$; $1 + 3 + 5 = 9$; $1 + 3 + 5 + 7 = 16$. &c. Inde autem, & ex hac ipsa propositione eruitur, gravia libere descendendo decurrere secundo tempore triplum ejus spatii, quod decurrerunt primo tempore, tertio quintuplum, quarto septuplum, & ita porro per numeros impares. Poterat autem id ipsum, & propositio assumi etiam ex experimentis Galilæi, Ricciolii, Chalesii, Newtoni, ac aliorum complurium, qui idem in aere experti sunt, non quidem accuratè ob aeris resistentiam, sed tamen quamproximè.

Hanc ipsam propositionem eleganti calculo confirmavit Hugenius, deducto ex eo, quod gravitas æqualibus temporibus æqualiter agat.

D E F I N I T I O.

Si corpus ex A projectum directione $A B$ cadat in D , recta autem verticalis $D B$ occurrat directioni $A B$ in B , & fiat, ut $D B$ ad $B A$, ita $B A$ ad $A E$, ipsam $A E$ voco mensuram projectionis.

Cor. Erit igitur $A E \times D B = A B^2$.

P R O P O S I T I O II.

Si quacunq; alia directione $A M$ cum eadem velocitate iterum proiciatur idem corpus, & post aliquod tempus perveniat ad N erecta verticali

$N M$, erit pariter $E A$. $A M ::$

$A M$. $M N$.

Demonstratur. Motus corporis ex A ad D , vel N componitur juxta lemma tertium ex motu vi projectionis per $A B$, vel $A M$, & motu ex gravitate per spatia ipsis $B D$, $M N$

A 5

aqua-

Slika 1. Uzorak znanstvenoga stila kojim se Bošković služio do 3. kolovoza 1740: stavak, sholij i definicija istaknuti usredištenim naslovima ispisanim velikim slovima. [Rogerius Joseph Boscovich], *De motu corporum projectorum in spatio non resistente* dissertatio habita in Seminario Romano Soc.[ietatis] Jesu a Marchione Jacobo Zambeccari Seminarii Romani convictore, Academiae redivivorum candidato. Die ___ Augusti Anno MDCCCXL. (Romae: Typis Antonii de Rubeis in via Seminarii Romani, 1740), p. IX.

(VII.)

cunque punctum F inter P & V ducatur MFS occurrens rectæ RT in S , erit semper MR æqualis MS , & major quam MF , ac propterea erit ordinata ad eum circumulum major quam ordinata ad Hyperbolam: recta vero VN parallela PB occurret alicubi in O simul & Hyperbolæ, & circulo, cum ibi rectæ MF , MS congruant, ac deinde ordinata ad circumulum minor erit quam ordinata ad Hyperbolam, ac proinde reliquus circuli arcus jacebit intra ipsam.

X. Eadem demonstratio locum habet in Parabola, in qua semper PFV est axi parallela, & in vertice axis majoris Ellipseos, in quo punctum D jacet ad partem oppositam infra Q . At in axe minore Ellipseos, qui suo parametro est minor, cadit punctum D inter B & Q , & facile eadem methodo demonstratur circumulum osculatorem jacere totum extra Ellipsim, sed circumulum utcunque minorem jacere aliqua sui parte utrinque circa B intra eandem.

XI. Superiores quoque demonstrationes pro Hyperbolæ diametris factæ eadem methodo applicantur Parabolæ, & Ellipsi rite immutata figura ita, ut generaliter circumulum sectionem conicam osculans in dato puncto sit is, qui communem cum ea tangentem habeat in eo puncto, & ex diametro ad idem punctum pertinente abscindat partem parametro æqualem. Et cujuscunque minoris circuli arcus aliquis utrinque circa contactum est intra curvam, majoris autem extra ipsam. At ipse quidem oscularor circumulum in vertice Hyperbolæ, Parabolæ, & axis transversæ Ellipseos totus est intra curvam, adeoque inscriptus, sed ex inscriptis maximus; at in vertice axis conjugati Ellipseos totus est extra ipsam, ac proinde circumscriptus, sed minimus ex circumscriptis. In reliquis vero punctis curvam ipsam in communi puncto contactus ita secat, ut ex parte anguli acuti jaceat intra ipsam, ex parte anguli obtusi extra ipsam egressus transeat inter ipsam & tangentem, ac eam iterum secet in illo puncto L , quod determinatur, ut in n.8.

XII. Ut autem stante parametro BP , & diametro BD *Fig. 1.*
 jacente utcunque extra curvam, ut in *fig. 1.*, curva est semper **2.**
 Hyperbola, dum puncto D in infinitum recedente, & eva- **3.**
 dentibus BM , PF parallelis, ut in *fig. 2.*, Hyperbola muta-
 tur in Parabolam, puncto autem D abeunte ad partes op-
 positas, ut in *fig. 3.*, & rectis BM , PF jam convergentibus,
 curva

Slika 2. Uzorak znanstvenoga stila koji je Bošković prvi put primijenio 3. kolovoza 1740: obrojčenje odlomaka. [Rogerius Joseph Boscovich], *De circulis osculatoribus* dissertatio habenda a PP.[atribus] Societatis Jesu in Collegio Romano Anno MDCCXL. Augusti. Die 3 Hora _____. (Romae: Ex Typographia Komarek in Via Cursus, 1740), p. VII.

Sedmi, posljednji paragraf svoga rukopisa namijenio je Bošković izlaganju rješenja postavljenoga problema. Prvotno je htio primijeniti svoje rješenje samo na $n=6$, ali se predomislio i precrtao već dovršeni tekst da bi rješenje primijenio na

$$n = 1, 2, \dots, 8.$$

Znamenka 8 kao najveća vrijednost za n prisutna je dakle od prve do posljednje stranice Boškovićeve rukopisa. S rješenjem za $n=8$ rukopis i završava. Zato se i može zaključiti, da iz Boškovićeve istraživačke perspektive, sačuvani tekst cjelovito rješava problem koji je Bošković postavio.

Nov pristup u kontekstu Boškovićeve djela i znanosti 18. stoljeća

Da bi se ocijenilo značenje rukopisa *De calculo probabilitatum* u kontekstu Boškovićeve djela, treba bar u sažetu obliku, a prema sadašnjem stanju istraživosti i donekle onkraj njega, izložiti Boškovićeve doprinose teoriji vjerojatnosti, teoriji pogrešaka i statistici.

U okvirima svoje prirodne filozofije Bošković je, koliko sam mogao ustanoviti, pojam vjerojatnosti najranije primijenio kad je u dopuni »De spatío, ac tempore« uz prvi svezak Stayeva epa 1755. godine potanko izložio razlog da mirovanje i povratak na isto mjesto nisu mogući u prirodi:

»Neka je točka stvari u nekom trenutku u nekoj točki prostora, i ne znajući gdje je u bilo kojem drugom trenutku. Zapitajmo koliko je vjerojatnije da ta točka bude drugdje, a ne ondje. Toliko će vjerojatnije biti da je drugdje nego ondje, koliko je više drugih točaka prostora od one jedne jedine. Točaka na svakom pravcu ima beskonačno mnogo, beskonačno je mnogo pravaca u ravnini, beskonačno je mnogo ravnina u cijelom prostoru. Stoga je broj drugih točaka beskonačan [beskonačnošću] trećega reda pa je stoga ona vjerojatnost beskonačno puta veća, i to beskonačnošću trećega reda, kad se radi o bilo kojem drugom određenom trenutku.

Radi li se posve neodređeno o svim trenucima beskonačnoga vremena, prva će vjerojatnost opadati onim omjerom, kojim rastu trenuci, a u bar nekom od njih mogla bi ondje biti točka [stvari]. Trenutaka ima brojem beskonačno mnogo, i to beskonačnošću onoga reda kojom su moguće točke na beskonačnom pravcu. Dakle, kad se radi neodređeno o svim trenucima beskonačnoga vremena, postaje beskonačno puta beskonačno nevjerovatnije da točka bude u onom istom prijašnjem mjestu nego da bude drugdje.«¹⁰⁰

¹⁰⁰ Rogerius Joseph Boscovich, »Supplementum ad librum primum«, u: Benedictus Stay, *Philosophiae recentioris <...> versibus traditae libri X*, Tomus I. (Romae: Typis, et sumptibus Nicolai et Marci Palearini, 1755), pp. 331–[407], nn. 1–317, figg. 1–30, u paragrafu: »§. VI. Ad vers.[um] 625. De spatío, ac tempore.«, pp. 341–347, nn. 41–57, na p. 345, n. 55:

»Sit punctum materiae quodam momento in quodam spatii puncto, et pro quovis alio

U istoj je dopuni Dubrovčanin to svoje obrazloženje i dalje razvijao kako bi u cijelosti izložio nauk koji je on nazvao »velikom analogijom prostora i vremena« (*ingens analogia inter spatium et tempus*), ali već ovaj prvi odlomak u potpunosti pokazuje kako se 1755. godine služio pojmom vjerojatnosti u svezi s pojmom prostorne i vremenske beskonačnine.

Štoviše, prvi nacrt toga svoga razloga objavio je već godinu ranije u raspravi *De continuitatis lege*, i to u njezinu posljednjem broju uz uporabu nazivka »beskonačna nevjerojatnost« (*infinita improbabilitas*):

»I jedno i drugo [= i nemogućnost mirovanja i nemogućnost povratka na isto mjesto u prirodi] lako se dokazuje, jer je broj točaka prostora na bilo kojem pravcu, broj pravaca u bilo kojoj ravnini, broj ravnina u cijelome prostoru beskonačan, a konačan je broj točaka tvari, broj trenutaka iste vrste i broj točaka [tvari] na bilo kojem pravcu. Beskonačna je nevjerojatnost trećega reda za bilo koji trenutak pri određenom približavanju bilo koje točke tvari bilo kojoj točki mjesta, u kojoj je sama bila ili u kojoj je druga točka tvari bila ili jest. Beskonačna je nevjerojatnost drugoga reda za sve trenutke neodređeno uzete.«¹⁰¹

momento ignorantes, ubi sit, quaeramus, quanto probabilius sit, ipsum alibi esse, quam ibidem. Tanto erit probabilius illud, quam hoc, quanto plura sunt alia spatii puncta, quam illud unicum. Haec in quavis linea sunt infinita, infinitus in quovis plano linearum numerus, infinitus in toto spatio planorum numerus. Quare numerus aliorum punctorum est infinitus tertii generis, adeoque illa probabilitas major infinities tertii generis infinitate, ubi de quovis alio determinato momento agitur. Agatur jam indefinite de omnibus momentis temporis infiniti, decrescet prior probabilitas in ea ratione, qua momenta crescunt, in quorum aliquo saltem posset ibidem esse punctum. Sunt autem momenta numero infinita infinitate ejusdam generis, cujus puncta possibile in linea infinita. Igitur adhuc agendo de omnibus momentis infiniti temporis indefinite, est infinities infinite improbabilius, quod punctum in eodem illo priore sit loco, quam quod sit alibi.«

Ova je Boškovićeva dopuna Stayevu epu kasnije uvrštena u dopune na kraju Boškovićeve *Teorije prirodne filozofije* u svim njezinim izdanjima. Usp. Rogerius Joseph Boscovich, *Theoria philosophiae naturalis redacta ad unicam legem virium in natura existentium* (Venetiis: Ex Typographia Remondiniana, 1763), p. 269, n. 15.

Stipišićev prijevod modificirao Ivica Martinović.

¹⁰¹ Boscovich, *De continuitatis lege* (1754), p. LXXX:

»sed utrumque facile demonstratur ex eo, quod cum punctorum spatii in quavis linea recta, linearum in quovis plano, planorum in toto spatio numerus sit infinitus, numerus autem punctorum materiae finitus, numerus momentorum eiusdem generis, ac numerus punctorum in quavis recta; infinita tertii ordinis est improbabilitas pro quovis momento pro determinato impulsu cuiusvis puncti materiae ad quodvis punctum loci, in quo ipsum fuerit alias, vel in quo fuerit aliud punctum materiae, vel tum sit, et infinita secundi ordinis, pro momentis omnibus indefinite sumptis.«

Vidi i izdanje: Rogerius Iosephus Boscovich / Ruder Josip Bošković, *De continuitatis lege / O zakonu neprekinutosti*, uvod, kritičko izdanje latinskoga teksta, prijevod na hrvatski, komentar, dodaci i kazala Josip Talanga (Zagreb: Školska knjiga, 1996), p. 175.

Talangi prijevod modificirao Ivica Martinović.

Kasnije, u svojem remek-djelu *Teorija prirodne filozofije* (1758, 1759, 1763) Bošković je posegnuo za pojmom vjerojatnosti i uz druge probleme svoje prirodne filozofije.¹⁰²

Za Boškovićeve doprinose statistici ključne su, kako je dobro poznato, dvije godine. Godine 1757, u pregledu geodetsko-kartografske ekspedicije po Papinskoj državi za časopis bolonjske akademije, Bošković je prvi put na pet odabranih izmjera duljine meridijanskoga stupnja primijenio svoju statističku metodu za izravnjanje nesuglasnih opažaja. Premda tom prilikom nije obrazložio svoju metodu, zabilježio je uz koja tri uvjeta ona vrijedi:

»Nalazim ono što u spomenutom svesku [u *De litteraria expeditione per Pontificiam ditionem* (1755)] nipošto nisam tražio: ako se svi stupnjevi isprave tako da budu očuvana ova tri uvjeta, naime da ostane taj omjer razlika, da se pozitivni ispravci [zbrojeni] izjednače s negativnim ispravicima i da zbroj bilo pozitivnih bilo negativnih ispravaka bude najmanji od svih, koji se mogu dobiti uz očuvana prva dva uvjeta, tada bez ikakva ispravka treba zadržati američki stupanj, oduzeti drugom afričkom stupnju 79.2 šestostopja te posljednjem laponskom 90.5, a dodati našem talijanskom stupnju 93.8 šestostopja te fransuskom pariškom 75.9. Već su sami ti ispravci golemi, pa tko bi – doista nerazumno – u razlike opažanih stupnjeva htio uvesti opravdanje, koje traži pravilan tok, nužno bi opažajima nanio pretjerano nasilje.«¹⁰³

¹⁰² Vidi bilješku 16.

¹⁰³ Rogerius Joseph Boscovich, »De litteraria expeditione per Pontificiam ditionem«, u: »Academicorum quorundam opuscula varia«, pp. 1–403, u: *De Bononiensi scientiarum et artium Instituto atque Academia Commentarii*, Tomus quartus (Bononiae: Typis Laelii a Vulpe Instituti Scientiarum Typographi, 1757), pp. 353–396, na p. 392:

»Invenio illud, quod in memorato volumine nequaquam quaesiveram, si omnes gradus corrigantur ita, ut serventur hae tres conditiones, nimirum ut ea ratio differentiarum maneat, ut positivae correctiones negativis aequentur, ut summa sive positivarum, sive negativarum correctionum sit omnium minima, quae salvis prioribus binis conditionibus haberi potest, retinendum esse sine ulla correctione gradum illum Americanum, demendas secundo gradui Affricano hexapedas 79.2, postremo Lapponiensi 90.5, addendas vero nostro Italico 93.8, Gallico Parisiensi 75.9. Sed hae ipsae correctiones enormes sunt, & vim nimiam inferat observationibus necesse est, qui rationem, quam regularis ille progressus requirit, in observatorum graduum differentias velit inducere, invita sane Minerva.«

Usp. Rogerius Joseph Boscovich, *De litteraria expeditione per pontificiam ditionem: Synopsis amplioris operis editi anno 1755*. Impressa in Commentariis Acad.[emiae] Bon.[oniensis] Tom.[o] IV., p. 40.

Usp. Rogerius Joseph Boscovich / Ruđer Josip Bošković, »De litteraria expeditione per Pontificiam ditionem« / »Naučno putovanje po Papinskoj državi«, s latinskoga preveo Veljko Gortan, u: Nikola Čubranić, geodetski rad Ruđera Boškovića (Zagreb: Zavod za višu geodeziju AGG fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, 1961), pp. 12–95, na pp. 91–92.

A godine 1760, kad je u dopuni uz drugi svezak Stayeva epa *Philosophia recentior* prvi put objavio svoju statističku metodu, formulirao je problem koji je rodno mjesto njegove statističke metode:

»385. Doista, da se pretpostavi sama sredina, ali ne bilo koja matematička sredina, nego ona koja je točnije po nekom zakonu svedena na pravila slučajnih kombinacija i vjerojatnosti, služimo se ovim problemom, koji sam naznačio potkraj rasprave u četvrtom svesku časopisa bolonjske akademije, gdje sam i izložio ne rješenje nego njegov plod. To je ovaj problem:

Ako je dan broj stupnjeva, pronaći ispravak, koji pojedinim stupnjevima treba pribaviti, a da se održe ova tri uvjeta: naima da su razlike između stupnjeva razmjerne razlikama između vrijednosti sinus versus udvostručene širine; da zbroj pozitivnih ispravaka bude jednak zbroju negativnih; da zbroj svih ispravaka, kako pozitivnih tako i negativnih, bude najmanji od svih koji se mogu dobiti ako su očuvana prva dva uvjeta.

Prvi uvjet zahtijeva zakon ravnoteže koji traži eliptični oblik. Drugi uvjet zahtijeva jednaka vjerojatnost za izvode i pogreške opažača za uvećavanje i umanjivanje stupnjeva. Treći se uvjet zahtijeva da pouzdanosti opažaja pristupimo što je više moguće; dapače, to je, kad su otkloni posve nezatni, gotovo vjerojatno prema broju 381, a zbroj dobiven od opažača pri opažačkoj pomnji ostavlja sumnju na veoma nezatne pogreške.«¹⁰⁴

¹⁰⁴ Boscovich, »De recentissimis graduum dimensionibus« (1760), n. 385, p. 420:

»385. Verum ut ipsum medium assumatur, non utcumque medium mathematicum, sed aliqua lege accuratius ad regulas fortuitarum combinationum, & probabilitatis redactas, utemur hic problemate, quod indicavi sub finem dissertationis insertae Actis Bononiensibus tomo 4, & cujus non solutionem, sed solutionis fructum exhibui ibidem. Ea est hujusmodi: dato graduum numero invenire correctionem adhibendam singulis ita, ut serventur hae tres conditiones: nimirum ut differentiae ipsorum sunt proportionales differentiis sinuum versorum latitudinis duplicatae, ut summa correctionum positivarum sit aequalis summa negativorum, ut summa omnium tum positivarum, tum negativarum correctionum sit omnium minima, quae servatis prioribus binis conditionibus haberi possit.

Primam requirit lex aequilibrii poscens figuram ellipticam; secundam requirit aequalis probabilitas pro derivationibus, & erroribus Observatorum ad augendos gradus, minuendosque; tertia requiritur, ut ad observationum fidem accedamus, quammaximè licet, potissimum, cum deviationes perquam exiguas esse sit admodum probabile juxta num. 381, & summa ab Observatoribus adhibita inter observandum diligentia suspicionem relinquat errorculorum perquam exiguorum.«

Usp. i francuski prijevod: Roger Joseph Boscovich, »Note pour la fin du N^o. 303, Liv. V.«, u: *Voyage astronomique et géographique dans l'État de l'Église, entrepris par l'ordre et sous les auspices du Pape Benoit XIV, pour mesurer deux degrés du méridien, & corriger la Carte de l'État ecclésiastique, par les PP. Maire et Boscovich de la Compagnie de Jesus, traduit du Latin, augmenté de Notes & d'extraits de nouvelles mesures de degrés faites en Italie, en Allemagne, en Hongrie & en Amérique. Avec une nouvelle Carte des Etats du Pape levée géométriquement.* (A Paris: Chez N. M. Tilliard, 1770), pp. 501–512, na p. 501.

U Boškovićevu tumačenju vjerojatnost se unutar formulacije problema zrcali u drugom uvjetu: da pogreške u izmjerama budu jednako vjerojatne. Osim toga, Bošković javno svjedoči da ga ne zadovoljava puka aritmetička sredina, nego da traga za jednom novom vrstom sredine, koja je »po nekom zakonu svedena na pravila slučajnih kombinacija i vjerojatnosti«. Je li to postigao zahtijevajući drugi uvjet? Pa ako bi tko i dvojio je li taj program ostvario, sigurno je ostavio putokaz kojim bi se statistika mogla snažno povezati s teorijom vjerojatnosti.

Ta je Boškovićeva potraga za 'novom sredinom' zarana bila prepoznata u europskoj znanstvenoj zajednici. Johann III Bernoulli, protagonist u berlinskoj znanstvenoj zajednici, pohranio je u književnom oglasu za francuski prijevod Maireova i Boškovićeva geodetsko-kartografskoga izvješća, objavljenom 1772. godine, ovo dragocjeno svjedočanstvo o potrazi za pravom sredinom dobivenih opažajnih rezultata:

»Problem dobivanja prave sredine između stanovitog broja opažaja, koja se rijetko podudara s aritmetičkom sredinom, veoma je zaokupio astronome. Nadati se je da se njihov duh danas približuje različitim metodama, koje su u tu svrhu razvili otac Bošković, gospodin Lambert u djelu koje sam naveo na p. 157 svoga prvoga sveska, gospodin Daniel Bernoulli u članku koji još nije otisnut i, napokon, gospodin de Lagrange u prekrasnoj teoriji koja je nedavno bila predmetom nekih predavanja na našim akademjskim sjednicama.«¹⁰⁵

U odnosu na upravo spomenute Boškovićeve doprinose iz razdoblja 1755–1760, autograf *De calculo probabilitatum* sadrži najraniji i drukčiji Boškovićev pristup vjerojatnosti i teoriji pogrešaka, koji se najbolje ogleda u formulaciji Boškovićeva problema iz teorije pogrešaka na početku rukopisa.

Sukladno utvrđenoj dataciji, Boškovićev rukopis *De calculo probabilitatum* nastao je petnaestak godina prije objave Simpsonova članka »On the advantage of a taking the mean of a number of observations« (1756), najvjerojatnije kao

¹⁰⁵ Johann Bernoulli, *Recueil pour les astronomes*, vol. 2. (Berlin: Chez l'Auteur, 1772), u ogledu: »Voyage astronomique et géographique dans l'État de l'Eglise«, pp. 245–249, na p. 249 u bilješki:

»Le Problème de prendre entre un certain nombre d'observations le vrai milieu, qui est rarement le milieu arithmétique, intéresse beaucoup les Astronomes; il est à souhaiter qu'on leur présente l'esprit rapproché des différentes méthodes données pour cet effet par le P. Boscovich, par M. Lambert dans l'ouvrage cité page 157 de mon premier volume, par M. Daniel Bernoulli dans un mémoire qui n'est pas encore imprimé, enfin par M. de la Grange dans une belle Théorie qui a fait dernièrement le sujet de quelques lectures dans nos assemblées académiques.«

Usp. Bru, »Lagrange and probability theory« (2014), p. 68, koji u bilješki uspijeva identificirati doprinose Lamberta i Daniela Bernoullija, podrazumijeva se iz samoga teksta i Lagrangea, ali ne i Boškovićev.

Dubrovčaninov pokušaj da nadmaši zaključke svoje mladenačke rasprave *De Telluris figura* (1739). U razdoblju 1738–1740. Bošković je formulirao svoj problem iz teorije pogrešaka i riješio ga za $n = 1, \dots, 8$, a u razdoblju 1757–1760. razvio je svoju statističku metodu za izravnjanje nesuglasnih izmjera. Oba postignuća, prvo iz teorije pogrešaka, a drugo iz matematičke statistike izravno primjenjivo u geodeziji i geofizici, pionirski su Boškovićevi doprinosi znanosti u 18. stoljeću, a za svoje ishodište imaju »Corollarium totius dissertationis« Boškovićeve rane rasprave *De Telluris figura* (1739).

Načela izdanja

1. Predložak za transkripciju

1.1. Autograf

Editio princeps Boškovićeve rukopisa *De calculo probabilitatum quę respondent diversis valoribus summę errorum post plures observationes, quarum singule possint esse erroneę certa quadam quantitate* priređen je prema autografu, koji je od 1962. godine pohranjen u Bancroft Library u sastavu University of California at Berkeley, u zbirci *Boscovich Papers*, s Truhelkinom oznakom N° 62 iz 1924. godine i sa sadašnjom signaturom: Carton 1, Part 1: no. 62, Folder 1:79.

1.2. Obrojčanje rukopisa

Rukopis je ispisan na četverolistu koji je prošiven koncem. Na naslovnici je zabilježen samo naslov, a poledina je naslovnice neispisana. Taj prvi list nije obrojčen pa mu je u ovoj transkripciji dodijeljena folijacija: f. [1].

Tekst rukopisa ispisan je na drugom, trećem i četvrtom listu, koje je Bošković vlastoručno paginirao od 1 do 6. U ovoj se transkripciji slijedi Boškovićeve paginacija rukopisa: pp. 1–6.

1.3. Označavanje prijelaza na drugu stranicu

Prijelaz na drugu stranicu označen je znakom | iza kojeg slijedi folijacija u uglatim zagradama, uvedena uz ovu transkripciju.

2. Vjernost Boškovićeve slovom

2.1. Bošković se sustavno služio grafemom *ę* za dvoglas *ae*.

2.2. Bošković se pri zapisivanju glasa *i* redovito služio grafemom *j*, napose u zamjenicama i priložima:

cujus (p. 1), *hujus*, *ejus* (p. 2), *cujusvis* (p. 3),
majorem, *ejusdem*, *jam* (p. 4).

2.3. Bošković se redovito služio grafemima *u* i *v*. Pritom se na početku rečenice dakako služio grafemom *V* za glas *U*.

2.4. Uočene su još neke osobitosti:

quatuor (p. 2), a ne *quattuor*
adscriptum (p. 5), a ne *ascriptum* .

3. Odnos prema precrtanim dijelovima teksta

3.1. Rukopis nije čistopis. U ovom autografu Bošković je cijele odlomke ili rečenice precrtavao, dopisivao novi tekst u rubnom stupcu, dotjerivao tekst, ispravljao rezultate i sl. Da bi se dobio uvid u cjelinu njegova ranoga rada o računu vjerojatnosti, transkribirana su i dva oveća precrtana odlomka, koja su bila čitljiva: prvi odlomak na p. 3 i prva inačica §. 7 na p. 4, ali je u transkripciji označeno da ih je Bošković precrtao, tj. da je odustao od pristupa ili izračuna koji je na tom mjestu zastupao.

3.2. Znakom xxx označeni su odlomci, redci, izričaji ili riječi, koji su prekriveni, bolje rečeno tako premrčeni, da su nečitljivi.

4. Odnos prema matematičkim znakovima i brojevima

4.1. Bošković je za kombinacije r -toga razreda od m elemenata uveo posebnu oznaku, koju je dosljedno koristio u cijelom spisu:

$$\overset{r}{r}.m, \overset{2}{2}.m, \overset{4}{4}.m.$$

4.2. Bošković se služio dvama znakovima za množenje: \cdot i \times , ovim potonjim redovito pri izračunavanju »broja kombinacija«.

4.3. Kosopisom su unutar teksta istaknuti opći algebarski brojevi da bi ih se razlikovalo od teksta, primjerice:

$$\begin{aligned} n \text{ (p. 1), } -n \text{ (p. 1),} \\ n-1 \text{ (p. 2),} \\ \text{numerum } n \text{ observationum (p. 1).} \end{aligned}$$

4.4. Bošković je redne brojeve označavao s pomoću arapskih znamenaka i točke, primjerice:

$$\textit{Casus 1.}; \textit{Casus 2.} \text{ (p. 2) .}$$

4.5. U formuli za broj kombinacija r -toga razreda od m elemenata Bošković se nije služio okruglim zagradama:

$$\frac{m \cdot m-1 \cdot m-2 \text{ etc.}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \text{ etc.}},$$

što se inače danas zapisuje:

$$\frac{m(m-1)(m-2) \dots (m-r+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot r} .$$

U transkripciji su poštovane sve osobitosti Boškovićeve matematičke notacije.

5. Odnos prema interpunkciji

5.1. Uporaba dvotočja

Znak za dvotočje : u Boškovića često označuje kraj misli te je prema kontekstu trebalo odlučiti što je bolje učiniti – zapisati točku-zarez ili točku.

5.2. Točka-zarez nakon izricanja pretpostavke

Bošković je redovito zapisivao točku-zarez nakon izricanja pretpostavke, primjerice:

Si in quadam serie observationum supponantur pro singulis æque probabiles errores 1, 0, -1; (p. 1).

5.3. Interpunkcija uz nabranje

Prije nabranja Bošković se nije služio dvotočjem pa ga je na par mjesta trebalo dodati, primjerice:

in tribus lineis (p. 1) → in tribus lineis:

in singulis combinationibus, 2 pro binariis, 3 pro ternariis etc., (p. 1) → in singulis combinationibus: [1 pro unitates,] 2 pro binariis, 3 pro ternariis etc.,

5.4. Uporaba zareza prije sastavnih veznika

Bošković je redovito zapisivao zarez prije veznika *et* : , *et*. Takvi su zarezi, koji bi se inače uklonili, zadržani da bi se očuvala ta osobitost Boškovićeve rukopisa.

5.5. Uporaba zareza uz odnosne rečenice

Bošković je redovito zapisivao zarez prije odnosne rečenice. Ondje gdje je zarez izostao, dodan je. Isto tako, gdje iza umetnute odnosne rečenice nije zapisan zarez, on je dodan, primjerice:

, quæ habentur in dato numero m → , quæ habentur in dato numero m,

6. Odnos prema kraticama u rukopisu

6.1. U zaglavku tablice 1 (na p. 1) razriješene se kratice za skupine:

unit. → *unitas*

binar. → *binarium*

ternar. → *ternarium*

quater. → *quaternarium*

quin. → *quinarium*

sen. → *senarium*

septen. → *septenarium*

octon. → *octonarium* .

7. Odnos prema naglascima

7.1. Bošković se u ovom rukopisu malo služio zamjenicama i prilozima, pa je i uporaba naglasaka vrlo rijetka. Zabilježen je samo jedan primjer:

hic (p. 1) → *hic* .

8. Podcrtavanje

8.1. Bošković se rijetko služio podcrtavanjem. Ipak, gdje se njime poslužio, to je i poštovano, primjerice:

Probabilitas pro (p. 5)

Numerum combinationum (p. 5) .

9. Ujednačavanje

9.1. Rečenice završavaju točkom. Gdje je točka u rukopisu izostala, dodana je.

9.2. Odlomci nakon općega broja završavaju točkom. U Boškovićevu autografu to vrijedi samo za »Caus 2.« na p. 2.

9.3. Napose, rečenice koje završavaju općim brojem Bošković je ponekad zaključio točkom, a ponekad i ne; stoga je i trebalo provesti ujednačavanje.

9.4. Bošković je dva podnaslova zaključio točkom, a ostale nije. Stoga je trebalo provesti ujednačavanje: podnaslovi ne završavaju točkom.

9.5. Gdje je Bošković u prvom primjeru ispisao cijeli izričaj, a u kasnijim primjerima posegnuo za kraticom, na svim je mjestima zapisan izričaj u cijelosti.

To osobito vrijedi za dva primjera:

Numerus combinationum za $n=1$, a *Num. combin.* za ostale vrijednosti n na pp. 5–6;

Probabilitas za $n=1, 2, 3, 4, 5$; *Probab:* za $n=6$; *Probab.* za $n=7, 8$ na pp. 5–6.

9.6. Ujednačavanje pri zapisu grafema ϵ provedeno je samo jednom:

precedentem (p. 4) → *precedentem* .

10. Zahvati priređivača u tekst rukopisa

Zahvati priređivača u tekst označeni su uglatim zagradama.

10.1. Samo se dvaput pokazala potreba za zahvatom u tekst rukopisa. Gdje se predmnijevalo da je izostao izričaj, on je dodan u uglatim zagradama:

[1 pro unitates] (p. 1),

[valoris zero] (p. 5).

11. Bilješke u rukopisu

Bilješke uz transkripciju imaju ove tri funkcije.

11.1. U bilješkama se upozorava na naknadne Boškovićeve vlastoručne ispravke, primjerice u bilješci 4:

quadrantibus (p. 1) → *quadratis* .

11.2 U bilješkama se upozorava na promjene u tekstu, bilo da je Bošković dopisao koju riječ, precrtao čitav odlomak ili ispisao rubni stupac, koji je u Boškovićevoj rukopisnoj radionici i bio namijenjen za tu svrhu.

11.3. Bilješkama se također upozorava na ispravke priređivača koji su bitni za razumijevanje teksta, primjerice u bilješci 2 gdje se upozorava na neispravnu matematičku oznaku, očitu Boškovićevu omašku:

$\dot{3}.m$ (p. 1) → $\dot{4}.m$.

Da bi se ispravci priređivača razlikovali od Boškovićevih, u bilješkama započinju s »ed.«.

11.4. Ispravci priređivača posebno uključuju ispravke koji se odnose na oznake u prvom stupcu tablice kombinacija na p. 1.

11.5. Da se pojednostavni slog, u bilješkama se ne donose komentari uz Boškovićevu formulaciju problema i postupak njegova rješavanja. Čitatelja se upućuje na poglavlje »Problem i rješenje« u uvodu ovoga članka.

11.6. Uporaba standardnih kratica u bilješkama

Pri opisu promjena u rukopisu koriste se standardne kratice:

add.	addidit
adscr.	adscriptit
corr.	correxit
del.	delevit
dex.	dextera
inf.	inferior
inser.	inseruit
lin.	linea
m.	margina
mut.	mutavit
sin.	sinistra
sup.	superior

Transkripcija Boškovićeve autografa

[f. 1r]

[Rogerius Joseph Boscovich / Ruder Josip Bošković]

De calculo probabilitatum
quę respondent ~~xxx~~ diversis valoribus
summę errorum post plures observationes, quarum
singulę possint esse erroneę certa quadam quantitate.

[f. 1v vacuum]

[p. 1]

Problema

§. 1

Propositio problematis, et preparatio ad solutionem

Si in quadam serie observationum supponantur pro singulis eque probabiles
 5 errores 1, 0, -1; queritur ratio probabilitatis pro singulis summis, que inde oriri
 possint post datum numerum n observationum.

Summarum valores possunt obvenire omnes ab n usque ad $-n$ pro diversis
 combinationibus. Probabilitas pro quovis valore erit ut numerus combinationum,
 ex quibus oritur is ipse valor. Ad determinandum eum numerum pro singulis
 10 ponantur series eorum errorum in tribus lineis:

I 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1 etc.

II 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 etc.

III -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1 etc.

Tum querantur numeri combinationum pro singulis valoribus a zero, 1,
 15 2 etc. usque ad n ; facile¹ autem perspicitur numeros pro -1, -2, -3 etc., fore
 eosdem xxx ac pro 1, 2, 3 etc.; quamobrem iis inventis habebuntur etiam hi.

Ad faciliorem notationem numerus binariorum, ternariorum, quaternario-
 rum etc., que habentur in dato numero m , scribatur sic

$\dot{2}.m, \dot{3}.m, \dot{4}.m^2$ etc.

20 Sic $\dot{3}.5$ exprimet numerum ternariorum, que habentur in numero 5. Notum est
 hosce numeros inveniri per formulam

$$\frac{m \cdot m-1 \cdot m-2 \text{ etc.}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \text{ etc.}},$$

cujus pro binariis sumendi sunt termini duo, pro ternariis tres, et ita porro.

Quoniam hi numeri nobis occurent in solutione, ponemus hic tabulam, que
 25 admodum facile computatur tam ex illa ipsa formula, quam ex summis termi-
 norum precedentium. In fronte habebuntur numeri terminorum, qui adhibentur
 in singulis combinationibus: [1 pro unitates,] 2 pro binariis, 3 pro ternariis etc.,
 et in prima columna erunt numeri, quorum e^3 combinationes habebuntur in
 quadratis⁴ respondentibus utrique numero.

¹ ed. corr. ex *falile*

² ed. corr. ex $\dot{3}.m$

³ ins. *e* supra lin.

⁴ *quadrantibus* corr. in *quadratis*

m^5	unitas 1^6	binarium 2^7	ternarium 3^7	quaternarium 4^7	quinarium 5^7	senarium 6^7	septenarium 7^7	octonarium 8^7
1^8	1	0	0	0	0	0	0	0
2^9	2	1	0	0	0	0	0	0
3^{10}	3	3	1	0	0	0	0	0
4^{11}	4	6	4	1	0	0	0	0
5^{12}	5	10	10	5	1	0	0	0
6^{13}	6	15	20	15	6	1	0	0
7^{14}	7	21	35	35	21	7	1	0
8^{15}	8	28	56	70	56	28	8	1

5

10

⁵ ed. corr. ex x

⁶ ed. corr. ex m

⁷ corr. ex x

⁸ ed. corr. ex x

⁹ ed. corr. ex x

¹⁰ ed. corr. ex x

¹¹ ed. corr. ex x

¹² ed. corr. ex x

¹³ ed. corr. ex x

¹⁴ ed. corr. ex x

¹⁵ ed. corr. ex x

[p. 2]

§. 2

Combinations pro summa = 0

Casus 1. pro hac summa ~~xxx~~ est is, in quo omnes termini n sunt in linea II; is exhibet combinationem

5 Casus 2. is, in quo habetur unus terminus in I, unus in III, reliqui in II. Quivis e terminis numero n lineæ I potest combinari cum quovis lineæ III præter illum unum, qui ipsi respondet, nimirum cum terminis $n-1$ illius. Quare numerus combinationum hujus casus erit

10 Casus 3. is, in quo habentur duo termini in I, et duo in III. Quodvis binarium primæ combinari potest cum quovis binario terminorum tertię præter eos duos, qui in ea respondent ei binario. Quare habebuntur combinationes in hoc casu

15 Casus 4. is, in quo habentur 3 in I, et 3 in III. Hinc quodvis ternarium numeri n combinari poterit cum quovis ternario numeri $n-3$, et habebuntur combinationes

Terminus ~~xxx~~ ordine r

~~xxx~~

Formula \times numeri combinationum omnium pro summa = 0 erit

20
$$1 + n \times (n-1) + \dot{2}.n \times \dot{2}.(n-2) + \dot{3}.n \times \dot{3}.(n-3) + \dots + (r-1).n \times (r-1).(n+1-r).$$

§. 3

Combinations pro summa = 1

25 Casus 1. pro hac summa est is, in quo habetur unus terminus in I, et omnes reliqui in II. Cum possit pro illo assumi quivis e terminis n lineæ I, habebuntur ex hoc casu combinationes

Casus 2. is, in quo bini termini sint in I, et unus in III. Quare singula e binariis numeri n lineæ primæ¹⁶ combinari poterunt cum quovis e terminis tertię præter duos ejus binarii, nimirum cum terminis $n-2$; hinc habebuntur ex hoc casu combinationes

30 Casus 3. is, in quo tres termini sint in I, duo in III. Hinc quodvis ternarium numeri n lineæ primæ combinari poterit cum quovis binario terminorum lineæ III præter illo 3 ejus ternarii. Quare numerus combinationum in hoc casu erit... ..

Terminus ~~xxx~~ ordine r erit

¹⁶ ins. lineæ primæ supra lin.

Formula numeri combinationum omnium pro summa = 1 erit

$$n + \binom{2}{n} + \binom{3}{n-2} + \binom{4}{n-3} + \dots + \binom{r}{n-r}.$$

§. 4

Combinations pro summa = 2

Causus 1: duo termini in I, nullus in III ... xxx	2.n 5
Causus 2: tres in I, unus in III	3.n × (n-3)
Causus 3: quatuor in I, duo in III	4.n × 2.(n-4)
Terminus [ordine] r	(r+1).n × (r-1).(n-1-r)

Formula pro summa = 2

$$\binom{2}{n} + \binom{3}{n-2} + \binom{4}{n-3} + \binom{5}{n-4} + \dots + \binom{r+1}{n-r} \cdot n \times \binom{r-1}{n-1-r} \tag{10}$$

[p. 3]

§. 5

Tabula formularum

¹⁷Ex progressu adhibito in eruendis valoribus superioribus patet progressus ad sequentes. Primus terminus independens a tertia linea pendet a sola prima, 15 præter primam formulam, in qua pendet a sola II. In reliquis habet unitates, binaria, ternaria etc. numeri *n*. Reliqui habent combinationes numeri cujusdam terminorum lineę I, ductas in combinationes numeri reliqui ad *n* terminorum lineę III; nam omnes simul debent esse = *n*, et e tertia non possunt assumi ii, 20 qui respondent pertinentibus ad primam. Secundus terminus habebit semper numerum terminorum in quavis sua combinatione scribendum cum accentu ante *n* equalem ei, qui debet esse summa quęsita +1, tertius + 2, et ita porro: ejus socius cum accentu erit in prima formula 1, in secunda 2, in tertia 3, sed 1., qui exprimit unitates, omittitur in secundo¹⁸ termino primę formulę. Numerus post secundum accentum erit ubique in secundo termino excessus numeri *n* supra 25 numerum qui habet primum accentum. In termino quovis sequenti cujusvis formulę, litterę manent eędem, et numeri omnes excedunt per unitatem numerus termini præcedentis.

Ex methodo adhibita in superioribus determinationibus patet progressus ad reliquas, et ipsa inspectio valorum adhibitorum in primis formulis abunde 30 ostendit valores adhibendos in sequentibus.

¹⁷ del. *Ex progressu ... præcedentis.*

¹⁸ primo mut. in secundo

Pro Numerus combinationum

- 0 $1 + n \times (n-1) + 2.n \times 2.(n-2) + 3.n \times 3.(n-3) + \dots + (r-1).n \times (r-1).(n+1-r)$
 1 $n + 2.n \times (n-2) + 3.n \times 2.(n-3) + 4.n \times 3.(n-4) + \dots + r.n \times (r-1).(n-r)$
 2 $2.n + 3.n \times (n-3) + 4.n \times 2.(n-4) + 5.n \times 3.(n-5) + \dots + (r+1).n \times (r-1).(n-1-r)$
 5 3 $3.n + 4.n \times (n-4) + 5.n \times 2.(n-5) + 6.n \times 3.(n-6) + \dots + (r+2).n \times (r-1).(n-2-r)$
 4 $4.n + 5.n \times (n-5) + 6.n \times 2.(n-6) + 7.n \times 3.(n-7) + \dots + (r+3).n \times (r-1).(n-3-r)$
 5 $5.n + 6.n \times (n-6) + 7.n \times 2.(n-7) + 8.n \times 3.(n-8) + \dots + (r+4).n \times (r-1).(n-4-r)$
 6 $6.n + 7.n \times (n-7) + 8.n \times 2.(n-8) + 9.n \times 3.(n-9) + \dots + (r+5).n \times (r-1).(n-5-r)$
 7 $7.n + 8.n \times (n-8) + 9.n \times 2.(n-9) + 10.n \times 3.(n-10) + \dots + (r+6).n \times (r-1).(n-6-r)$
 10 8 $8.n + 9.n \times (n-9) + 10.n \times 2.(n-10) + 11.n \times 3.(n-11) + \dots + (r+7).n \times (r-1).(n-7-r)$

Analogia formularum pateret magis, si in¹⁹ secundo termino pro unitatibus adhibita esset expressio $\dot{1}$. In prima formula secundus terminus esset

$$\dot{1}.n \times \dot{1}.(n-1),$$

in formulis sequentibus itidem secundus

- 15 $2.n \times \dot{1}.(n-2), 3.n \times \dot{1}.(n-3), 4.n \times \dot{1}.(n-4)$ etc.

Sed signum $\dot{1}$. subintelligitur scripto solo numero.

§. 6

Determinatio numeri terminorum ~~xxx~~ utilium cujusvis formulę

- Omnes hęc formulę abrumpuntur post aliquem numerum terminorum,[[4]
 20 ubi enim devenitur ad numerum secundi accentus majorem numero, qui ipsum consequitur inclusus parenthesi; is²⁰ terminus et omnes sequentes debent esse = 0. Nam numerus cum secundo accentu exprimit numerum terminorum lineę III adhibendum in quavis combinatione, et numerus, qui ipsum consequitur, numerum terminorum²¹ ejusdem lineę, qui adhiberi possunt cum adhibitis jam
 25 e linea I ad complendum numerum terminorum n , omissis omnibus lineę II. Si numerus n sit = 6, et jam adhibiti sint termini 4 ex linea I, non poterunt adhiberi e secunda nisi termini

$$n - 4 = 2^{22}.$$

¹⁹ ins. *in* supra lin.

²⁰ ins. *is* supra lin.

²¹ ins. *terminorum* supra lin.

²² ins. $n-4 = 2$ supra lineam

Si numerus secundus cum accentu est $\dot{2}$, habetur utique unum binarium, et est²³ numerus ~~xxx~~

$$\dot{2} \cdot (n-4) = 1.$$

Sed si habeatur $\dot{3}$; numerus $\dot{3} \cdot (n-4)$ erit = 0, quia in binis terminis residuis $n-4$ nullum habetur ternarium. Multo autem minus habetur quaternarium, 5
quinarium etc.

Oportet igitur pro quavis formula ~~xxx~~ determinare numerum ultimum eorum, qui positi in ~~xxx~~ termino generali pro r non reddunt numerum secundi accentus majorem incluso parenthesi secundi. Id fiet ponendo eos duos numeros $\frac{1}{2}$ equales inter se, et negligendo $\frac{1}{2}$, ubi id accedat numero integro. ~~xxx~~ 10

Fiet in ~~xxx~~ formula

- | | | | | |
|----------------------------|------------|----------------|---------------------|----|
| 1. $r-1 = n+1-r$, adeoque | $2r = n+2$ | xxx | $r = \frac{n+2}{2}$ | |
| 2. $r-1 = n-r$ | $2r = n+1$ | xxx | $r = \frac{n+1}{2}$ | |
| 3. $r-1 = n-1-r$ | $2r = n$ | xxx | $r = \frac{n}{2}$ | |
| 4. $r-1 = n-2-r$ | $2r = n-1$ | xxx | $r = \frac{n-1}{2}$ | 15 |

Patet progressus. In singulis formulis ~~xxx~~ valor $2r$ minuitur per 1, adeoque ob $\frac{1}{2}$ negligendum binę consequenter formulę habebunt eundem numerum terminorum, sequens binarium habebit ~~xxx~~ numerum²⁴ præcedentem imminutum unitate. Valore n impari²⁵, priores binę formulę habebunt numerum r eundem $= \frac{1}{2}(n+1)$, omisso $\frac{1}{2}$ in prima, tum tertia, et quarta eundem $\frac{1}{2}(n-1)$ omisso $\frac{1}{2}$ in 20
tertia. At n pari prima habebit $\frac{1}{2}n+1$, tum secunda, et tertia eundem $\frac{1}{2}n$ omisso $\frac{1}{2}$ in secunda; quarta, et quinta eundem $\frac{1}{2}n-1$, dempto alio $\frac{1}{2}$ in quarta.

²⁶§. 7

Applicatio ad casum $n = 6$

Pro [numerus combinationum] 25

- 0 $1 + 6 \times 5 + 15 \times 6 + 20 \times 1 = 1 + 30 + 90 + 20 = 141$
- ± 1 $6 + 15 \times 4 + 20 \times 3 = 6 + 60 + 60 = 126$
- ± 2 $15 + 20 \times 3 + 15 \times 1 = 15 + 60 + 15 = 90$

²³ ins. *est* supra lin.

²⁴ ins. *numerum* supra lin.

²⁵ ins. *impari* supra lin.

²⁶ del. §. 7 ... *non duplicatur.*

±3	$20 + 15 \times 2 = 20 + 30 = 50$
±4	$15 + 6 \times 1 = 15 + 6 = 21$
±5	6
±6	1

- 5 Probabilitas pro 0, ±1, ±2, ±3, ±4, ±5, ±6
Erit ut 141, 126, 90, 50, 21, 6, 1.

Summa combinationum omnium habebitur duplicando summam horum omnium terminorum, et demendo unitatem.²⁷

$$2 \times (141 + 126 + 90 + 50 + 21 + 6 + 1) - 1 = 869^{28}$$

- 10 Vnitas demenda est, quia duplicantur pro negativis omnes combinationes positivorum et sola combinatio 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 non duplicatur. [[5]

§. 7

Applicatio formularum ad diversos numeros

- 29Ponemus primo loco substitutiones pro formulis accipiendo numero
15 binariorum, ternariorum etc. ex tabula combinationum: deinde numeros pro singulis valoribus 0, 1, etc., qui sunt communes positivis, et negativis, et exhibent probabilitates singulorum valorum, cum summa eorundem numerorum in fine lineę: demum ponetur numerus combinationum, qui obtinetur duplicando eam summam numerorum inventorum, et demendo unitatem numerum [valoris zero]. Est duplicatio ob combinationes negativorum ęuales positivis, sed demitur xxx numerus valoris 0, quia combinatio omnium zero non duplicatur.

- Ponemus in prima linea in medio numerum observationum n , cui formulę applicantur: tum in singulis lineis primo loco valorem³⁰ summę errorum cum numeris pertinentibus ad terminos formulę, quę respondet ei valori, et in fine habebitur summa eorum numerorum: eę summę³¹ sunt numeri combinationum proportionales probabilitatibus. Sub ipsis scribetur summa eorundem numerorum dempto primo, quę erit summa combinationum pertinentium ad omnes³² valores positivos. Huic addetur in linea sequenti primus numerus respondens valori zero, et habebuntur ibi numeri combinationum pertinentium ad valores

²⁷ *Ea sic erit mut. in Summa unitatem.*

²⁸ *corr. ex $141 + 126 + 90 + 50 + 21 + 6 + 1 = 869$*

²⁹ *del. Ponemus primo ... non duplicatur.*

³⁰ *post valorem add. in dex. m. summę errorum ... in eadem linea.*

³¹ *ins. summę supra lin.*

³² *ins. omnes supra lin.*

negativos æquales pertinentibus ad positivos, cum numero pertinente ad zero. Earum binarum linearum summa exhibebit in linea sequenti summam combinationum omnium. Infra numeros, erutos e formulis, habebitur in binis lineis series valorum cum iisdem numeris combinationum indicantibus probabilitates, quod exprimitur per Probabilitas pro, et ut. Postrema linea habebit adscriptum 5 Numerus combinationum, quod respondebit summę inventę remanenti in eadem linea.

n = 1

0	1	1	
1	1	<u>1</u>	10
Probabilitas pro		0, 1		1	
ut		1, 1	xxx	<u>2</u>	
Numerus combinationum		...	xxx ...	3	

n = 2

0	1 + 2 × 1 = 1 + 2 =	xxx	3	
1	2	2	15
2	1	<u>1</u>	
Probabilitas pro		0, 1, 2		3	
ut		3, 2, 1	xxx	<u>6</u>	
Numerus combinationum		xxx ..	9	20

n = 3

0	1 + 3 × 2 = 1 + 6 = 7	7	
1	3 + 3 × 1 = 3 + 3 = 6	6	
2	3	3	
3	1	<u>1</u>	25
Probabilitas pro		0, 1, 2, 3		10	
ut		7, 6, 3, 1	xxx	<u>17</u>	
Numerus combinationum		...	xxx ..	27	

n = 4

	0 ...	$1 + 4 \times 3 + 6 \times 1 = 1 + 12 + 6 = \text{xxx}$	19
	1 ...	$4 + 6 \times 2 = 4 + 12 = \text{xxx}$	16
	2 ...	$6 + 4 \times 1 = 6 + 4 = \text{xxx}$	10
5	3 ...	4	4
	4 ...	1	<u>1</u>
		Probabilitas pro 0, 1, 2, 3, 4	31
		ut 19, 16, 10, 4, 1 xxx	<u>50</u>
		Numerus combinationum ...xxx.....xxx.....	81

[p. 6]

10

n = 5

	0 ...	$1 + 5 \times 4 + 10 \times 3 = 1 + 20 + 30 = 51$	51
	1 ...	$5 + 10 \times 3 + 10 \times 1 = 5 + 30 + 10 = 45$	45
	2 ...	$10 + 10 \times 2 = 10 + 20 = 30$	30
	3 ...	$10 + 5 \times 1 = 10 + 5 = 15$	15
15	4 ...	5	5
	5 ...	1	<u>1</u>
		Probabilitas pro 0, 1, 2, 3, 4, 5	147
		ut 51, 45, 30, 15, 5, 1 .. 96	<u>96</u>
		Numerus combinationum243.....xxx.....	243

20

n = 6

	0	$1 + 6 \times 5 + 15 \times 6 + 20 \times 1 = 1 + 30 + 90 + 20 = \text{141}$	141
	1	$6 + 15 \times 4 + 20 \times 3 = 6 + 60 + 60 = \text{126}$	126
	2	$15 + 20 \times 3 + 15 \times 1 = 15 + 60 + 15 = \text{90}$	90
	3	$20 + 15 \times 2 = 20 + 30 = \text{50}$	50
25	4	$15 + 6 \times 1 = 15 + 6 = 21$	21
	5	6	6
	6	1	<u>1</u>

Probabilitas pro	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6		435
ut	141, 126, 90, 50, 21, 6, 1	xxx	<u>294</u>
Numerus combinationum	xxx.....	729

n = 7

0	$1 + 7 \times 6 + 21 \times 10 + 35 \times 4 = 1 + 42 + 210 + 140 = 393$	393	5
1	$7 + 21 \times 5 + 35 \times 6 + 35 \times 1 = 7 + 105 + 210 + 35 = 357$	357	
2	$12 + 35 \times 4 + 35 \times 3 = 21 + 140 + 105 = 266$	266	
3	$35 + 35 \times 3 + 21 \times 1 = 35 + 105 + 21 = 161$	161	
4	$35 + 21 \times 2 = 35 + 42 = 77$	77	
5	$21 + 7 \times 1 = 21 + 7 = 28$	28	10
6	7	7	
7	1	1	

Probabilitas pro	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7		1290
ut	393, 357, 266, 161, 77, 28, 7, 1	xxx	<u>897</u>
Numerus combinationum	... xxxxxx.....	2187 15

n = 8

0	...	$1 + 8 \times 7 + 28 \times 15 + 56 \times 10 + 70 \times 1 = 1 + 56 + 420 + 560 + 70 = 1107$...	1107	
1	...	$8 + 28 \times 6 + 56 \times 10 + 70 \times 4 = 8 + 168 + 560 + 280 = 1016$	1016	
2	...	$28 + 56 \times 5 + 70 \times 6 + 56 \times 1 = 28 + 280 + 420 + 56 = 784$	784	
3	...	$56 + 70 \times 4 + 56 \times 3 = 56 + 280 + 168 = 504$	504	20
4	...	$70 + 56 \times 3 + 28 \times 1 = 70 + 168 + 28 = 266$	266	
5	...	$56 + 28 \times 2 = 56 + 56 = 112$	112	
6	...	$28 + 8 \times 1 = 28 + 8 = 36$	36	
7	...	8	8	
8	...	1	1	25

Probabilitas pro	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8		3734
ut	1107, 1016, 784, 504, 266, 112, 36, 8, 1	<u>2627</u>
Numerus combinationum	... 6361xxx.....	6361

Transkribirao i bilješkama popratio Ivica Martinović

Bibliografija

Vrela 1: Boškovićeva djela u kronološkom poretku

- [Boscovich, Rogerius Joseph.] 1736. *De maculis solaribus exercitatio astronomica habita in Collegio Romano Societatis Jesu a PP.[atribus] ejusdem Societatis. Anno MDCCXXXVI. Mense ___ Die ___ Horâ ___.* (Romae: Ex Typographia Komarek, 1736), pp. 1–10, figg. 1–6.
- [Boscovich, Rogerius Joseph.] 1739. *Dissertatio de Telluris figura habita in Seminario Romano Soc.[ietatis] Jesu a Josepho Passi, Ludovico Malfatti [et] Dominico de Angelis, academicis redivivis, Seminarii Romani convictoribus. Die ___ Augusti Anno MDCCXXXIX.* (Romae: Typis Antonii de Rubeis in via Seminarii Romani, [1739]), pp. I–XXIII, figg. 1–11.
»Problema III. Mensurare duos meridiani gradus.«, pp. XVIII–XXIII, figg. 9–11.
- Boscovich, Rogerius Joseph. [1738–1740]. *De calculo probabilitatum quae respondent diversis valoribus summae errorum post plures observationes, quarum singulae possint esse erroneae certa quadam quantitate*, f. 1, pp. 1–6. Autograf pohranjen u Bancroft Library u sastavu University of California at Berkeley, u zbirci *Boscovich Papers*, s Truhelkinom oznakom N° 62 iz 1924. godine i sa sadašnjom signaturom: Carton 1, Part 1: no. 65, Folder 1:79.
- [Boscovich, Rogerius Joseph.] 1740. *De motu corporum projectorum in spatio non resistente* dissertatio habita in Seminario Romano Soc.[ietatis] Jesu a Marchione Jacobo Zambeccari Seminarii Romani convictore, Academiae redivivorum candidato. Die ___ Augusti Anno MDCCCXL. (Romae: Typis Antonii de Rubeis in via Seminarii Romani, 1740), pp. I–XVII, figg. 1–17.
- [Boscovich, Rogerius Joseph.] 1740. *De circulis osculatoribus* dissertatio habenda a PP.[atribus] Societatis Jesu in Collegio Romano Anno MDCCXL. Augusti. Die 3 Hora ___. (Romae: Ex Typographia Komarek in Via Cursus, 1740), pp. I–XII, nn. I–XXI, figg. 1–8.
- [Boscovich, Rogerius Joseph.] 1741. *De natura, & usu infinitorum, & infinite parvorum* dissertatio habita in Collegio Romano Societatis Jesu a PP. ejusdem Societatis. Anno MDCCXLI., Mense Julio, die 28. (Romae: ex Typographia Komarek in Via Cursus, 1741), pp. 1–12, nn. 1–25, figg. 1–7.
- [Boscovich, Rogerius Joseph.] 1741. *De inaequalitate gravitatis in diversis Terrae locis* dissertatio habita in Seminario Romano Soc.[ietatis] Jesu a Marchione Carolo Molinari academico redivivo, Comite Josepho Candiani academico redivivo [et] Marchione Corradino Cavriani, Seminarii Romani convictoribus. Die 1. Augusti Anno 1741. (Romae: Typis Antonii de Rubeis in via Seminarii Romani, 1741), pp. I–XIX, figg. 1–8.

- [Boscovich, Rogerius Joseph.] 1742. *De observationibus astronomicis, et quo pertingat earundem certitudo* dissertatio habita in Seminario Romano Societatis Jesu a Petro Canevari academico redivivo, Andrea Giovanelli [et] Benedicto Giovanelli S. R. I. comitatibus, eiusdem Seminarii convictoribus Anno MDCCXLII. mense Augusti die XXVIII. (Romae: Typis Antonii de Rubeis in via Seminarii Romani, 1742), pp. I–XXIV, nn. 1–74, figg. 1–10.
- Boscovich, Rogerius Joseph. 1743. »*Problema mechanicum de solido maximae attractionis* solutum à P. Rogerio Josepho Boscovich Soc.[ietatis] Jesu publico professore matheseos in Colleg.[io] Romano.«, u: *Memorie sopra la fisica e istoria naturale di diversi valentuomini*, Tomo primo (In Lucca: Per li Salani, e Giuntini / Si vendono da Giuseppe Maria Antonetti Librajo, 1743), pp. 63–88, figg. 1–11.
- Boscovich, Rogerius Joseph. 1744. »*Dissertatio de Telluris figura* habita in Seminario Romano Soc.[ietatis] Jesu nunc primum aucta, & illustrata ab ipsomet auctore P. Rogerio Josepho Boscovich ejusdem Soc.[ietatis] publico professore matheseos in Colleg.[io] Romano.«, *Memorie sopra la fisica e istoria naturale di diversi valentuomini*, Tomo secondo (In Lucca: Per li Salani, e Giuntini / Si vendono da Giuseppe Maria Antonetti Librajo, 1744), pp. 159–218, figg. 1–11.
»Problema III. Mensurare duos meridiani gradus.«, pp. 203–217, figg. 9–11.
- Boscovich, Rogerius Joseph. 1754. *De continuitatis lege et ejus consecrariis pertinentibus ad prima materiae elementa eorumque vires* (Romae: Ex typographia Generosi Salomoni, 1754).
- Boscovich, Rogerius Joseph. 1755. »Opusculum primum: Litterariae per Pontificiam ditionem expeditionis commentarius historicus, ac physicus«, u: *De litteraria expeditione per Pontificiam ditionem ad dimetiendos duos meridiani gradus et corrigendam mappam geographicam* iussu, et auspiciis Benedicti XIV. Pont.[ificis] Max.[imi] suscepta a Patribus Societ.[atis] Jesu Christophoro Maire et Rogerio Josepho Boscovich. (Romae: In Typographio Palladis / Excudebant Nicolaus, et Marcus Palearini, 1755), pp. 1–120, nn. 1–215.
Errata na neobrojčenim stranicama pp. [517]–[519]; ispravci za »Opusculum primum« na p. [517].
»Caput I. De expeditionis ineundae consilio, et scopo«, pp. 1–33, nn. 1–65.
- Boscovich, Rogerius Joseph. 1755. »Opusculum V. De figura Telluris determinanda ex aequilibrio et ex mensura graduum«, u: *De litteraria expeditione per Pontificiam ditionem ad dimetiendos duos meridiani gradus et corrigendam mappam geographicam* iussu, et auspiciis Benedicti XIV. Pont.[ificis] Max.[imi] suscepta a Patribus Societ.[atis] Jesu Christophoro Maire et Rogerio Josepho Boscovich. (Romae: In Typographio Palladis / Excudebant Nicolaus, et Marcus Palearini, 1755), pp. 385–516, nn. 1–335, Tab. IV, figg. 1–26.
Errata na neobrojčenim stranicama pp. [517]–[519]; ispravci za »Opusculum V.« na p. [519].

- »Caput II. De figura Telluris, quae oritur ex mensura graduum«, pp. 481–516, nn. 255–335.
 Tablica 15 izmjera duljine meridijanskoga stupnja na pp. 498–499, u n. 299.
 Tablica pet odabranih izmjera duljine meridijanskoga stupnja na p. 500, n. 301.
- Boscovich, Rogerius Joseph. 1755. »Supplementum ad librum primum«, u: Benedictus Stay, *Philosophiae recentioris <...> versibus traditae libri X*, Tomus I. (Romae: Typis, et sumptibus Nicolai et Marci Palearini, 1755), pp. 331–[407], nn. 1–317, figg. 1–30.
 Vidi osobito ovaj paragraf:
 »§. VI. Ad vers.[um] 625. De spatio, ac tempore.«, pp. 341–347, nn. 41–57.
- Boscovich, Rogerius Joseph. 1757. »De litteraria expeditione per Pontificiam ditionem«, pp. 353–396, u: »Academicorum quorundam opuscula varia«, pp. 1–403, u: *De Bononiensi scientiarum et artium Instituto atque Academia Commentarii*, Tomus quartus (Bononiae: Typis Laelii a Vulpe Instituti Scientiarum Typographi, 1757). Četiri tablice u tekstu: »Tabula 1 pro gravitate«, p. 390; »Tabula 2 pro eadem«, p. 390; »Tabula 3 pro gradibus«, p. 390; »Tabula 4 pro iisdem«, p. 391.
 »Tabula longitudinis, et latitudinis Urbium omnium, atque Episcopatum Pontificiae ditionis«, na pp. 394–396.
 Figg. 1–3 na posebnom listu iza p. 396.
 Stvarno kazalo za *Opuscula*: »Index rerum, quae maxime notandae sunt, quaeque paulo fusius sive in commentariis, sive in opusculis tractantur.«, pp. 399–400.
 Nadnevak imprimatura na nebrojčenoj stranici iza p. 403: »Die 12 Januarii 1757.«
 Metoda za izravnjanje nesuglasnih opažaja prvi put primijenjena na pp. 391–392; tri uvjeta prvi put formulirana na p. 392.
- Boscovich, Rogerius Joseph. 1757. *De litteraria expeditione per pontificiam ditionem: Synopsis amplioris operis editi anno 1755*. Impressa in Commentariis Acad.[emiae] Bon.[oniensi] Tom.[o] IV. auctore P. Rogerio Josepho Boscovich S. J. [Bononiae, 1757], pp. 1–44, cum tabula, figg. 1–3.
 »Tabula longitudinis, et latitudinis Urbium omnium, atque Episcopatum Pontificiae ditionis«, pp. 42–44.
 Posebni otisak iz časopisa bolonjske akademije s vlastitom paginacijom.
 Metoda za izravnjanje nesuglasnih opažaja primijenjena na pp. 39–40, tri uvjeta prvi put formulirana na p. 40.
- Boscovich, Rogerius Joseph. 1758. *Philosophiae naturalis theoria redacta ad unicam legem virium in natura existentium* (Prostat Viennae Austriae: In officina libraria Kaliwodiana, 1758).
 Uporaba pojma vjerojatnosti naglašena u trima sljedećim tekstovima:
 »Pars III. Applicatio Theoriae ad Physicam.«, pp. 184–279, nn. 357–519.
 »Appendix ad Metaphysicam pertinens de anima et Deo«, pp. 280–295, nn. 520–549.
 »§. I. De Spatio, ac Tempore« [1755], u: »Supplementa«, pp. 306–315, nn. 45–61.

Boscovich, Ruggiero Giuseppe. 27. lipnja 1760. Pismo bratu Baru Boškoviću, pohranjeno u: Bancroft Library, *Boscovich Papers*, Carton 2, Part 2: B70, Folder 2:134, pp. 1–6.

Na p. 4 o Simpsonovu »lijepom algebarskom rješenju moga problema za korekciju stupnjeva«.

Boscovich, Rogerius Joseph. 1760. »Supplementum ad quintum librum«, u: Benedictus Stay, *Philosophiae recentioris <...> versibus traditae libri X*, Tomus II. (Romae: Typis, et sumptibus Nicolai et Marci Palearini, 1760), pp. 385–472, nn. 286–558, figg. 33–59.

Vidi osobito ova četiri paragrafa:

»§. 2. Ad notam in vers. 270 etc. De primis recentiorum conatibus pro determinanda magnitudine Telluris.«, pp. 390–393, nn. 300–310.

»§. 3. Ad notam in vers. 386 etc. De dimensione graduum meridiani, et paralleli«, pp. 393–400, nn. 311–330.

»§. 4. Ad notam in vers. 596. etc. De figura, et magnitudine Terrae ex plurium graduum comparatione.«, pp. 400–405, nn. 331–350.

»§. 5. Ad notam in vers. 667. De recentissimis graduum dimensionibus, et figura, ac magnitudine Terrae inde derivanda.«, pp. 406–426, nn. 351–404, figg. 44.

Tablica 16 izmjera duljine meridijanskoga stupnja na p. 407, u n. 353.

Tablica pet odabranih izmjera duljine meridijanskoga stupnja na p. 407, n. 355.

Metoda za izravnjanje nesuglasnih opažaja izložena u nn. 385–397, na pp. 420–424, fig. 44.

Boscovich, Rogerius Joseph. 1763. *Theoria philosophiae naturalis redacta ad unicam legem virium in natura existentium* (Venetiis: Ex Typographia Remondiniana, 1763).

Uporaba pojma vjerojatnosti naglašena u trima sljedećim tekstovima:

»Pars III. Applicatio Theoriae ad Physicam.«, pp. 164–247, nn. 358–524.

»Appendix ad Metaphysicam pertinens de anima et Deo«, pp. 248–263, nn. 525–558.

»§. I. De Spatio, ac Tempore« [1755], u: »Supplementa«, pp. 264–272, nn. 1–17.

Boscovich, Ruggiero Giuseppe. 1765. *Breve memoria sul lotto di Roma presentata a Sua Eminenza il Signor Cardinal Lante nella sua magnifica Villa di Bagnaja*, ff. [1]–[9]. Prijepis pohranjen u Bancroft Library u sastavu University of California at Berkeley, u zbirci *Boscovich Papers*, s Truhelkinom oznakom N° 65 iz 1924. godine i sa sadašnjom signaturom: Carton 1, Part 1: no. 65, Folder 1:82.

[Boscovich, Rogerius Joseph.] 1769–1770. *Adnotationes Mediolano transmissæ Parisios sub finem anni 1769, et initio 1770 pro impressione Expeditionis Litterariæ per Pontificiam ditionem versa in Gallicum sermonem*, Boškovićev autograf pohranjen u: Bancroft Library, *Boscovich Papers*, Carton 1, Part 1: no. 28, Folder 1:31, ff. [1]–[8].

Boscovich, Roger Joseph. 1770. »Livre cinquieme. Recherches sur la figure de la Terre, déterminée par les loix de l'équilibre, & par la mesure des degrés«, u: *Voyage astronomique et géographique dans l'État de l'Eglise*, entrepris par l'ordre et sous les

auspices du Pape Benoit XIV, pour mesurer deux degrés du méridien, & corriger la Carte de l'État ecclésiastique, par les PP. Maire et Boscovich de la Compagnie de Jesus, traduit du Latin, augmenté de Notes & d'extraits de nouvelles mesures de degrés faites en Italie, en Allemagne, en Hongrie & en Amérique. Avec une nouvelle Carte des Etats du Pape levée géométriquement. (A Paris: Chez N. M. Tilliard, 1770), pp. 364–500, nn. 1–335.

Dokaz o autorstvu pete knjige vidi u: »Avertissement«, pp. v–vii, na p. vi: »L'ouvrage est divisé en cinq Livres; le premier, le quatrième & le cinquième sont du P. Boscovich; les deux autres du P. Maire.«

»Chapitre II. De la figure de la Terre, déterminée par la mesure des degrés«, pp. 470–500, nn. 255–335.

[Boscovich, Roger Joseph]. 1770. »Note pour la fin du N^o. 303, Liv. V.«, u: *Voyage astronomique et géographique dans l'État de l'Eglise*, entrepris par l'ordre et sous les auspices du Pape Benoit XIV, pour mesurer deux degrés du méridien, & corriger la Carte de l'État ecclésiastique, par les PP. Maire et Boscovich de la Compagnie de Jesus, traduit du Latin, augmenté de Notes & d'extraits de nouvelles mesures de degrés faites en Italie, en Allemagne, en Hongrie & en Amérique. Avec une nouvelle Carte des Etats du Pape levée géométriquement. (A Paris: Chez N. M. Tilliard, 1770), pp. 501–512; Pl. I., fig. 7.

Na pp. 501–506 sadrži francuski prijevod odlomka iz Boškovićeve dopune »De recentissimis graduum dimensionibus, et figura, ac magnitudine Terrae inde derivanda.« (1760), nn. 385–397, o metodi za izravnjanje nesuglasnih opažaja.

Na pp. 506–512 Boškovićeve metoda za izravnjanje nesuglasnih opažaja primijenjena je na »novu tablicu« koja sadrži devet izmjera duljine meridijanskoga stupnja.

Boscovich, Rogerius Joseph / Bošković, Ruđer Josip. 1961. »De litteraria expeditione per Pontificiam ditionem« / »Naučno putovanje po Papinskoj državi«, u: Nikola Čubranić, *Geodetski rad Ruđera Boškovića* (Zagreb: Zavod za višu geodeziju AGG fakulteta u Zagrebu, 1961), pp. 12–95.

Prema nepotpunom rukopisnom prijepisu Branimira Truhelke preveo s latinskoga Veljko Gortan. Usporedno latinski izvornik i hrvatski prijevod.

Bošković, Josip [sic] Ruđer. 1974. *Teorija prirodne filozofije*, priredio i pogovor napisao Vladimir Filipović, s latinskoga preveo Jakov Stipišić, stručnu redakciju prijepisa izvršio Žarko Dadić (Zagreb: Sveučilišna naklada Liber, 1974).

Sadrži pretisak mletačkoga izdanja Boškovićeve djela *Theoria philosophiae naturalis* (1763) usporedno s hrvatskim prijevozom.

Boscovich, Rogerius Iosephus / Bošković, Ruđer Josip. 1996. *De continuitatis lege / O zakonu neprekinutosti*, uvod, kritičko izdanje latinskoga teksta, prijevod na hrvatski, komentar, dodaci i kazala Josip Talanga (Zagreb: Školska knjiga, 1996).

Boscovich, Rogerius Joseph. 2016. »Dissertatio de Telluris figura habita in Seminario Romano Soc. Jesu ... Romae, Typis Antonii de Rubeis, 1744.«, u: Miljenko Lapaine (ur. / ed.), *Ruđer Bošković i geoznanosti / Ruđer Bošković and the Geosciences* (Zagreb: Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu / Državna geodetska uprava /

Hrvatska komora ovlaštenih inženjera geodezije, 2016), pp. 45–164, s latinskoga na hrvatski preveo Jan Šipoš[; s hrvatskoga na engleski preveo Valentin Lapaine]. Pretisak drugoga izdanja Boškovićeve rasprave s usporednim hrvatskim i engleskim prijevodom.

Boscovich, Ruggiero Giuseppe / Bošković, Ruđer Josip. 2018. »*Breve memoria sul lotto di Roma (1765): Editio princeps* rukopisa u Bancroft Library u Berkeleyu«, a cura di / priredio Ivica Martinović, *Prilozi za istraživanje hrvatske filozofske baštine* 44 (2018), pp. 205–251.

Stay, Benedictus. 1760. *Philosophiae recentioris* a Benedicto Stay in Rom.[ano] Archigymn.[asio] publ.[ico] eloq.[entiae] et historiae Rom.[anae] profess.[ore] *versibus traditae libri X* cum adnotationibus, et supplementis P. Rogerii Josephi Boscovich S. J. in Collegio Rom.[ano] publ.[ico] matheseos profess.[ore], Tomus II. (Romae: Typis, et sumptibus Nicolai et Marci Palearini, 1760).

Vrela 2: Djela iz teorije vjerojatnosti, teorije pogrešaka i statistike

Bernoulli, Jacobus. 1713. *Ars conjectandi*, opus posthumum (Basileae: Impensis Thurnisiorum Fratrum, 1713).

»Artis conjectandi pars secunda, continens doctrinam de permutationibus et combinationibus.«, pp. 72–137.

»Artis conjectandi pars quarta, tradens usum et applicationem praecedentis doctrinae in civilibus, moralibus et oeconomicis.«, pp. 210–239.

Bernoulli, Jacob. 2006. *The Art of Conjecturing* (Baltimore: Johns Hopkins University Press, 2006), translated with an introduction and notes by Edith Dudley Sylla. Edith Dudley Sylla, »Introduction«, pp. 1–126.

De Moivre, Abraham. 1756. *The Doctrine of Chances: or, A Method of Calculating the Probabilities of Events in Play*, the 3rd edition, fuller, clearer, and more correct than the former (London: Printed for A. Millar in the Strand, 1756; pretisak: American Mathematical Society, 2000).

Prvo izdanje 1711.

Gauss, Carolus Fridericus. 1809. *Theoria motus corporum coelestium in sectionibus conicis Solem ambientium* (Hamburgi: Sumptibus Frid. Perthes et I. H. Besser, 1809). O Laplaceu i Boškoviću na p. 221, u n. 186.

Gauss, [Carl Friedrich]. 1857. *Theory of the Motion of the Heavenly Bodies moving about the Sun in Conic Sections*, translated by Charles Henry Davis (Boston: Little, Brown and Company, 1857).

O Laplaceu i Boškoviću na p. 270, u n. 186.

Lambert, Johann Heinrich. 1765. »Theorie der Zuverlässigkeit der Beobachtungen und Versuche«, u: Johann Heinrich Lambert, *Beyträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendung*, [Erster Theil] (Berlin: Im Verlage des Buchladens der Realschule, 1765), pp. 424–488.

- Laplace, Pierre Simon de. 1793. »Sur quelques points du système du monde«, *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris* [pour 1789], pp. 1–87.
- Laplace, Pierre Simon de. 1799. *Traité de Mécanique Céleste*, Tome 2 (Paris: J. B. M. Dupart, 1799).
O Boškovićevoj i Maireovoj izmjeri duljine meridijanskoga stupnja na p. 138.
- Laplace, Pierre Simon de. 1812. *Théorie analytique des probabilités* (Paris: Courcier, 1812).
- Laplace, Pierre Simon de. 1814. *Essai philosophique sur les probabilités* (Paris: Courcier, 1814).
- Laplace, Pierre Simon de. 1895. »Sur quelques points du système du monde«, u: *Oeuvres complètes de Laplace* 11 (Paris: Gauthier-Villars, 1895), pp. 447–558.
O Boškovićevoj i Maireovoj izmjeri duljine meridijanskoga stupnja na p. 503.
O »Boškovićevoj genijalnoj metodi« na p. 506.
- La Place, Marquis de. 1832. *Mécanique Céleste*, translated, with a commentary, by Nathaniel Bowditch, Volume II. (Boston: From the Press of Isaac R. Butts; Hilliard, Gray, Little, and Wilkins publishers, 1832).
O Boškovićevoj statističkoj metodi u n. 40, pp. 434–442, na pp. 434–435 te u n. 41 na p. 455.
- Legendre, Adrien-Marie. 1805. *Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des comètes* (A Paris: Chez Firmin Didot, 1805).
Prvi tiskani opis metode najmanjih kvadrata u: »Appendice. Sur la Méthode des moindres quarrés.«, pp. 72–80, na pp. 72–75.
- Lagrange, Joseph-Louis de. 1770–1773. »Mémoire sur l'utilité de la méthode de prendre le milieu entre les résultats de plusieurs observations, dans lequel on examine les avantages de cette méthode par le calcul des probabilités, et où l'on résout différents problèmes relatifs à cette matière.«, *Mélanges de philosophie et de mathématique de la Société Royale de Turin pour les Années 1770–1773* [*Miscellanea Taurinensia* 5] (À Turin: De l'Imprimerie Royale, s. a.), pp. 167–232.
Uvršteno u: *Œuvres de Lagrange*, publiées par les soins de M. J.-A. Serret, Tome deuxième (Paris: Gauthier-Villars, 1868), pp. 173–234.
- Montmort, Pierre Rémond de. 1713. *Essay d'analyse sur les jeux de hazard*. Seconde edition revue & augmentée de plusieurs Lettres (A Paris: Chez Jacques Quillau, 1713).
»Traité des combinaisons«, pp. 1–72, rasprava dodana u drugom izdanju.
- Simpson, Thomas. 1740. *The Nature and Laws of Chance* ([London]: Printed by Edward Cave, 1740).
- Simpson, Thomas. 1756. »A letter to the Right Honorable George Earl of Macclesfield, President of the Royal Society, on the advantage of a taking the mean of a number of observations, in practical astronomy«, *Philosophical Transactions* [of the Royal Society of London], Vol. XLIX. Part I. For the Year 1755. (London: Printed for L.

Davis and C. Reymers, Printers to the Royal Society, 1756), pp. 82–93.

Rubna bilješka uz početak teksta na p. 82: »Read April 10, 1755.«

Simpson, Thomas. 1757. »An Attempt to shew the Advantage arising by Taking the Mean of a Number of Observations, in practical Astronomy«, u: Thomas Simpson, *Miscellaneous Tracts on Some Curious, and Very Interesting Subjects in Mechanics, Physical Astronomy, and Speculative Mathematics* (London: J. Nourse, 1757), pp. 64–75.

Vrela 3: Djela o izmjerama duljine meridijanskoga stupnja

Beccaria, Joannes Baptista. 1774. *Gradus Taurinensis* (Augustae Taurinorum: Ex Typographia regia, 1774).

O Boškoviću na p. 1.

Bouguer, Pierre; La Condamine, [Charles-Marie] de. 1749. *La figure de la Terre déterminée par les Observations de Messieurs Bouguer & de La Condamine, de l'Académie Royale des Sciences, envoyés par ordre du Roy au Pérou, pour observer aux environs de l'Équateur*. (A Paris, Quay des Augustins: Chez Charles-Antoine Jombert, Libraire du Roy, 1749).

Cassini de Thury, César François. 1744. *La Méridienne de l'Observatoire Royal de Paris, vérifiée dans toute l'étendue du Royaume par de nouvelles Observations* (A Paris: Chez Hippolyte-Louis Guerin, & Jacques Guerin, 1744).

La Condamine, [Charles Marie] de. 1751. *Mesure des trois premiers degrés du méridien dans l'hémisphere austral, tirée des observations de M.rs de l'Académie Royale des Sciences, envoyés par le Roi sous l'Équateur* (Paris: de l'Imprimerie Royale, 1751).

Delambre, J. B. J. 1799. *Méthodes analytiques pour la détermination d'un arc du méridien* (A Paris: Chez Duprat, An VII [= 1799]).

Bez uputnice na prijašnje izmjere, uključujući i Bošković-Maireovu.

Liesganig, Joseph. 1770. *Dimensio graduum meridiani Viennensis et Hungarici Augustorum iussu et auspiciis* (Vindobonae: Prostat apud Augustinum Bernardi, bibliopolam Universitatis Viennensis, 1770).

»Introductio«, s uputnicama na Boškovića i Maireu na f. b3r–b3v.

Brojne uputnice na Bošković-Maireovo geodetsko izvješće iz 1755. godine u bilješkama.

Mason, Charles; Dixon, Jeremiah. 1768. »Observations for determining the Length of a Degree of Latitude in the Provinces of Maryland and Pennsylvania, in North America«, *Philosophical Transactions* 58 (1768), pp 274–325.

U »Postscript, by the Astronomer Royal«, pp. 325–328, uvrštena tablica na p. 327, koja sadrži Bošković-Maireovu izmjeru duljine stupnja rimskoga meridijana.

Maupertuis, M. de. 1738. *La figure de la Terre, déterminée par les observations de Messieurs de Maupertuis, Clairaut, Camus, Le Monnier <...> & de M. l'Abbé*

Outhier <...>, accompagnés de M. Celsius <...>, faites par ordre du Roi au Cercle Polaire (A Amsterdam: Chez Jean Catuffe, 1738).

Literatura

- ***. 1839. »Review of Bowditch's Translation of the 'Mécanique céleste'«, *North American Review* 48 (Cambridge: Folsom, Wells, and Thurston, 1839), pp. 3–36.
O Bowditchovoj ocjeni Boškovićeve metode na p. 14.
- ***. 2007. *Finding Aid to the Ruggero Giuseppe Boscovich Papers, 1711–1787*, <https://oac.cdlib.org/findaid/ark:/13030/kt3p3033v2/> (pristupljeno 6. 12. 2018).
Vodič za zbirku *Boscovich Papers* u Bancroft Library u Berkeleyu.
- Bajsić, Vjekoslav. 1987. »Pojam i značenje Boškovićeve principa indukcije«, u: Valentin Pozaić (ur.), *Filozofija znanosti Ruđera Boškovića* (Zagreb: Filozofsko-teološki institut Družbe Isusove, 1987), pp. 45–55.
- Bajsić, Vjekoslav. 1987. »The Concept and Significance of Bošković's Principle of induction«, u: Valentin Pozaić (ed.), *The Philosophy of Science of Ruđer Bošković* (Zagreb: Filozofsko-teološki institut Družbe Isusove, 1987), pp. 51–63.
- Bowley, A. L. 1928. *F. Y. Edgeworth's Contributions to Mathematical Statistics* (London: Royal Statistical Society, 1928).
»Chapter VIII: The best Mean«, pp. 98–109; o usavršenju Laplaceove »metode situacije« na pp. 103–109.
»Annotated Bibliography«, pp. 129–139. Popis Edgeworthovih članaka od 1883. do 1926.
- Bru, Bernard. 2014. »Lagrange and probability theory«, *Lettera mathematica* 2/1–2 (2014), pp. 67–74.
- Carnap, Rudolf. 1959. *Induktive Logik und Wahrscheinlichkeit*, bearbeitet von Wolfgang Stegmüller (Wien: Springer, 1959).
- Carnap, Rudolf. 1962. *Logical Foundation of Probability*, second edition (Chicago: University of Chicago Press / Routledge & Kegan Paul, 1962).
Prvo izdanje 1951.
- Carrier, Martin. 1985. »Rudjer Boscovich und die induktive Logik«, *Zeitschrift für allgemeine Wissenschaftstheorie* 16/2 (1985), pp. 201–212.
- Čolić, Krešimir. 1988. »Relevantna literatura o geodetskom radu Josipa [sic] Ruđera Boškovića (s bibliografijom)«, *Geodetski list* 42/10–12 (1988), pp. 285–297.
- Čolić, Krešimir. 1992. *Ruđer Bošković (1711–1787) als Geodät und Geophysiker*, Mitteilungen der geodätischen Institute der Technischen Universität Graz 75 (Graz: Technische Universität, 1992).
O Boškovićevoj metodi izravnjanja nesuglasnih opažaja na pp. 45–50.
- Čubranić, Nikola. 1961. *Geodetski rad Ruđera Boškovića* (Zagreb: Zavod za višu geodeziju AGG fakulteta u Zagrebu, 1961).

- »Predgovor«, pp. 3–6.
 »Foreword«, pp. 7–9.
 Rogerius Joseph Boscovich / Ruđer Josip Bošković, »De litteraria expeditione per Pontificiam ditionem« / »Naučno putovanje po Papinskoj državi«, pp. 12–95, prema nepotpunom rukopisnom prijepisu Branimira Truhelke preveo Veljko Gortan. Usporedno latinski izvornik i hrvatski prijevod.
 [»Geodetski rad Ruđera Boškovića«], nenaslovljeni tekst Nikole Čubranića, pp. 101–148; o Boškoviću kao začetniku teorije pogrešaka na pp. 141–146.
 Knjiga bez sadržaja.
- Čubranić, Nikola 1963. »Il contributo di Ruggero Bošković allo sviluppo della geodesia«, *Atti del Convegno internazionale celebrativo del 250° anniversario della nascita di R. G. Boscovich e del 250° anniversario della fondazione dell'Osservatorio di Brera* (Milano: Istituto italiano per la storia della tecnica, 1963), pp. 103–113.
 O Boškovićevoj metodi izravnjanja nesuglasnih mjerenja na pp. 108–111.
 Članak bez bilježaka.
- Čubranić, Nikola. 1982. »Ruđer Bošković et la géodésie scientifique«, u: Gabriela Vidan (coordination), *Annales de l'Institut français de Zagreb*, Troisième série N° 3 (1977–1982), pp. 61–86.
 O Boškovićevoj teoriji pogrešaka na pp. 81–85.
- Dodge, Yadolah. 1987. »An Introduction to Statistical Data Analysis L1-Norm Based«, u: Yadolah Dodge, *Statistical Data Analysis based on the L1-Norm and related Methods* (Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1987), pp. 1–21.
 O Boškoviću u »Historical Remarks« na p. 5 i u literaturi.
- Dodge, Yadolah; Jurečková, Jana. 2000. *Adaptive Regression* (New York: Springer, 2000).
 O Boškovićevoj metodi najmanjih apsolutnih vrijednosti na pp. ix, 3, 19, 53, 56, 161, 168.
- Eisenhart, Churchill. 1961. »Boscovich and the Combination of Observations«, u: Lancelot Law Whyte (ed.), *R. J. Boscovich, Studies of His Life and Work* (London: George Allen & Unwin Ltd, 1961), pp. 200–212.
 Izvrsna bibliografija, ali, nažalost, bez Varičaka.
- Eisenhart, Churchill. 1962. »Boscovich and the Combination of Observations«, *Actes du Symposium international Boscovich* (Beograd: Conseil des Académies de RFPY, 1962), pp. 19–25.
 Kraća inačica Eisenhartova pionirskoga rada.
- Farebrother, Richard William. 1987. »The Historical Development of the L_1 and L_∞ Estimation Procedures, 1793–1930«, u: Yadolah Dodge, *Statistical Data Analysis based on the L_1 -Norm and related Methods* (Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1987), pp. 37–63.
 O Boškovićevoj »geometrijskoj proceduri« na p. 38, o Laplaceovoj uporabi Boš-

- kovićeve izmjere duljine meridijanskoga stupnja na p. 42, o Laplaceovu usvajanju Boškovićevega kriterija 1793. godine na pp. 45–46, o Gaussovu odnosu prema Boškoviću i Laplaceu na p. 47, o Karstovu članku iz 1958. godine, gdje je obrađen Boškovićev geometrijski algoritam, na pp 57–58, u literaturi na pp. 60–63.
- Farebrother, Richard William. 1987. »Mechanical Representations of the L_1 and L_2 Estimation Problems«, u: Yadolah Dodge, *Statistical Data Analysis based on the L_1 -Norm and related Methods* (Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1987), pp. 455–464.
O Boškovićevu geometrijskom modelu na p. 461, u literaturi na pp. 463–464.
- Farebrother, Richard William. 1990. »Further details of contacts between Boscovich and Simpson in June 1760«, *Biometrika* 77/2 (1990), pp. 397–400.
Pismo Ruđera Boškovića bratu Baru 27. lipnja 1760. iz Londona, u kojem se opisuje Simpsonovo algebarsko rješenje za Boškovićev »problem ispravljanja stupnjeva«, djelomice transkribirano na p. 398.
- Farebrother, Richard William. 1993. »Boscovich's Method for Correcting Discordant Observations«, u: Piers Bursill-Hall (a cura di), *R. J. Boscovich: Vita e attività scientifica / His Life and Scientific Work* (Roma: Istituto della Enciclopedia Italiana, 1993), pp. 255–261.
- Farebrother, Richard William. 1999. *Fitting Linear Relationships: A History of the Calculus of Observations 1750–1900* (New York: Springer, 1999).
»Chapter 2: The Methods of Boscovich and Mayer«, pp. 9–22.
»Chapter 3: Laplace's Work on the Methods of Boscovich and Mayer«, pp. 23–31
Gaussov navod o Boškoviću i Laplaceu na pp. 60–61.
Edgeworth o Boškovićevoj metodi 1887. godine, p. 218.
O Boškoviću i na pp. 33, 44, 51, 69, 227, 229n i 240–241.
- Farebrother, Richard William. 2001. »Rogerius Josephus Boscovich«, u: Christopher Charles Heyde and Eugene Seneta (eds), *Statisticians of the Centuries* (New York: Springer, 2001), pp. 82–85.
- Farebrother, Richard William. 2002. *Visualizing Statistical Models and Concepts* (New York: Marcel Dekker, 2002).
O Boškoviću na pp. 107–109.
- Farebrother, Richard William. 2013. *L_1 -Norm and L_∞ -Norm Estimation: An Introduction to the Least Absolute Residuals, the Minimax Absolute Residual and Related Fitting Procedures* (Heidelberg: Springer, 2013).
»7.3. Fitting a Line to a Set of Points in the Plane of Observations: Boscovich's Problem«, pp. 46–48.
O Boškoviću i na pp. 1–2, 22, 24, 43.
- Festini, Heda. 1961. »Bošković o spoznaji kao ljudskoj djelatnosti (U povodu 250. godišnjice rođenja)«, *Zadarska revija* 10 (1961), pp. 479–482.

- Festini, Heda. 1989. »Some Characteristics of Bošković's Scientific Methodology«, *Synthesis philosophica* 4/2 (1989), pp. 543–548.
- Festini, Heda. 2017. »Što je doista indukcija u Ruđera Boškovića?«, *Prilozi za istraživanje hrvatske filozofske baštine* 43 (2017), pp. 417–436.
- Gower, Barry. 1993. »Boscovich on Probabilistic Reasoning and the Combination of Observations«, u: Piers Bursill-Hall (a cura di), *R. J. Boscovich: Vita e attività scientifica / His Life and Scientific Work* (Roma: Istituto della Enciclopedia Italiana, 1993), pp. 263–279.
- Hacking, Ian. 1975. *The Emergence of Probability: A Philosophical Study of Early Ideas about Probability, Induction, and Statistical Inference* (Cambridge: Cambridge University Press, 1975).
- Hacking, Ian. 2006. *The Emergence of Probability: A Philosophical Study of Early Ideas about Probability, Induction, and Statistical Inference*, second edition (Cambridge: Cambridge University Press, 2006).
- S dodanim uvodom »Introduction 2006: The Archaeology of Probable Reasoning«, pp. [i]–[xxiii].
- O *Ars conjectandi* Jakoba Bernoullija na pp. 143–165.
- Hahn, Roger. 1965. »The Boscovich Archives at Berkeley«, *Isis* 56/1 (1965), pp. 70–78.
- O geodetskim temama u Boškovićevim rukopisima na p. 75, a u Boškovićevoj korespondenciji na p. 76.
- Hald, Anders. 1999. *A history of Mathematical Statistics from 1750 to 1930* (New York: John Wiley & Sons, 1999).
- »6.3. The Method of Least Absolute Deviations by Boscovich, 1757 and 1760«, pp. 97–103.
- »6.7. Laplace's Modification of Boscovich's Method, 1799«, pp. 112–115.
- O Boškoviću i na pp. 104–105, 109.
- Helmert, Friedrich Robert. 1880. *Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie*, Band I (Leipzig: Teubner, 1880).
- O Boškoviću na p. 597.
- Heyde, Christopher Charles; Seneta, Eugene. (eds). *Statisticians of the Centuries* (New York: Springer, 2001).
- Richard William Farebrother, »Rogerius Josephus Boscovich«, pp. 82–85.
- Hill, Elisabeth. 1961. »Roger Boscovich: a biographical essay«, u: Lancelot Law Whyte (ed.), *R. J. Boscovich, Studies of His Life and Work* (London: George Allen & Unwin Ltd, 1961), pp. 17–101.
- O Boškovićevu rukopisu *Breve memoria sul lotto di Roma* u arhivu obitelji Mirošević-Sorgo, na p. 82
- Ivanović, Dragiša M. 1963. »Molecules, stars, and Boscovich's Law«, *Atti del Convegno internazionale celebrativo del 250° anniversario della nascita di R. G.*

- Boscovich e del 250° anniversario della fondazione dell'Osservatorio di Brera* (Milano: Istituto italiano per la storia della tecnica, 1963), pp. 243–250.
 O 'statističkim pravilnostima' u Boškovićevoj *Teoriji prirodne filozofije* na p. 247.
- Karst, O. J. 1958. »Linear Curve Fitting using Least Deviations«, *Journal of the American Statistical Association* 53 (1958), pp. 118–132.
 O Boškovićeovu kriteriju i geometrijskom algoritmu.
- Kovač, Srećko. 2014. »Logika opravdanja u Boškovićevoj indukciji«, u: *Filozofija Ruđera Josipa Boškovića: Zbornik radova međunarodnog simpozija održanog 4. studenoga 2011. na Filozofskom fakultetu Družbe Isusove u Zagrebu* (Zagreb: Filozofsko-teološki institut Družbe Isusove, 2014), pp. 153–168.
- Kutleša, Stipe. 1988. »Građa za bibliografiju Josipa [sic] Ruđera Boškovića«, *Scientia Yugoslavica* 14/3–4 (1988), pp. 171–189.
 Vidi odsječke: »10. Geodezija«, pp. 184b–185a, nn. 652–672; »11. Matematika«, pp. 185a–186a, nn. 673–719.
- Lapaine, Miljenko (ur. / ed.). 2016. *Ruđer Bošković i geoznanosti / Ruđer Bošković and the Geosciences* (Zagreb: Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu / Državna geodetska uprava / Hrvatska komora ovlaštenih inženjera geodezije, 2016).
 Miljenko Lapaine, »Riječ urednika« / »Editorial«, pp. 5–11.
- Marković, Željko. 1950. »Ruđe Bošković«, u: *Bošković: Almanah Hrvatskoga prirodoslovnog društva za godinu 1950.* (Zagreb: Hrvatsko prirodoslovno društvo, 1950), pp. 137–191.
 O Boškovićevoj statističkoj metodi kao o »prvom pokušaju jedne teorije izravnjanja pogrešaka«, pp. 151–152.
- Marković, Željko. 1957. »Boškovićev put u Francusku g. 1759./60.« / »Le voyage de R. Bošković en France en 1759/60«, u: Željko Marković (ur.), *Građa za život i rad Ruđera Boškovića II* (Zagreb: JAZU, 1957), pp. 5–244.
- Marković, Željko. 1968. *Ruđe Bošković*, dio prvi (Zagreb: JAZU, 1968).
 »Oblik i veličina Zemlje«, pp. 84–91; o raspravi *De Telluris figura* na pp. 86–90.
 »Nejednakost sile teže«, pp. 100–104; o raspravi *De inaequalitate gravitatis in diversis Terrae locis* (1741) na pp. 100–104.
 »Kritika osnovâ praktične astronomije«, pp. 104–117; o raspravi *De observationibus astronomicis* na pp. 107–111.
 »Mjerenje meridijana u Crkvenoj državi«, pp. 317–325.
 »Povijest mjerenja«, pp. 330–334.
 »Prva teorija izravnjanja pogrešaka«, pp. 360–365, s bibliografijom od Laplacea do Eisenharta.
- Martinović, Ivica. 1987. »Temeljna dedukcija Boškovićeve filozofije prirode«, u: Valentin Pozaić (ur.), *Filozofija znanosti Ruđera Boškovića* (Zagreb: Filozofsko-teološki institut Družbe Isusove, 1987), pp. 57–88.
 O ulozi indukcije pri oblikovanju neprekinute Boškovićeve krivulje sila 1745. godine na pp. 75 i 80.

- Martinović, Ivica. 1987. »The Fundamental Deductive Chain of Bošković's Natural philosophy«, u: Valentin Pozaić (ed.), *The Philosophy of Science of Ruđer Bošković* (Zagreb: Filozofsko-teološki institut Družbe Isusove, 1987), pp. 65–99.
O ulozi indukcije pri oblikovanju neprekinute Boškovićeve krivulje sila 1745. godine na pp. 85 i 91.
- Martinović, Ivica. 1995. »Hrvatska prirodnofilozofska baština 18. stoljeća«, *Filozofska istraživanja* 15 (1995), pp. 3–43.
O odnosu Staya i Boškovića glede Newtonove i Boškovićeve prirodne filozofije na pp. 13–14, 26–28.
- Martinović, Ivica. 1995. »Ispravi i dopune uz bibliografiju Ruđera Josipa Boškovića (1)«, *Prilozi za istraživanje hrvatske filozofske baštine* 21 (1995), pp. 151–219.
Potpune bibliografske jedinice za neka Boškovićeva djela iz geofizike i geodezije: n. 4, pp. 172–173; n. 11, pp. 177–178; nn. 39–41, pp. 200–202.
- Martinović, Ivica. 1996. »Ruđer Bošković – polihistor 18. stoljeća«, u: Greta Pifat-Mrzljak (ur.), *Znanost u Hrvata* 1 (Zagreb: MGC, 1996), pp. 439–481.
O Boškovićevoj statističkoj metodi za izravnjanje nesuglasnih opažaja u »4. Geodezija«, pp. 464–467.
- Martinović, Ivica. 1997. »Amerika – izazov za geodeta Ruđera Boškovića«, *Analni Zavoda za povijesne znanosti HAZU u Dubrovniku* 35 (1997), pp. 173–184.
- Martinović, Ivica. 2011. »Boškovićev genij« / »Bošković's genius«, u: Pavica Vilać i Ivica Martinović (ur.), *Ruđer Bošković* (Dubrovnik: Dubrovački muzeji, 2011), pp. 32–123.
O Boškovićevoj statističkoj metodi u poglavljima: »Matematičar« / »Mathematician«, pp. 56–61, na p. 58; »Geodet« / »Surveyor«, pp. 62–67, na p. 64.
- Martinović, Ivica. 2011. *Boscovich and the Royal Society* (London: [Royal Society], 2011).
»The Life and Work of Ruđer Bošković: A Chronology«, pp. 10–39, o statističkoj metodi kao o jednom od dvaju važnih Boškovićevih matematičkih rezultata 1760. godine na p. 29.
»Ruđer Bošković, Christopher Maire, and the Map«, pp. 50–56.
O zemljovidu Papinske države i u poglavlju »Boscovichiana in the Royal Society Library«, na pp. 92–93.
- Martinović, Ivica. 2018. »Ruđer Bošković o rimskoj tomboli 1765. godine«, pp. 206–230, u: Ruggiero Giuseppe Boscovich / Ruđer Josip Bošković, »Breve memoria sul lotto di Roma (1765): Editio princeps rukopisa u Bancroft Library u Berkeleyu«, a cura di / priredio Ivica Martinović, *Prilozi za istraživanje hrvatske filozofske baštine* 44 (2018), pp. 205–251.
- Martinović, Ivica. 2018. »Dvije sinteze blizanke Oskara Šejnina o Ruđeru Boškoviću«, *Prilozi za istraživanje hrvatske filozofske baštine* 44 (2018), pp. 255–281.
- Sheynin, Oscar. 2012. *History of Statistics* (Berlin: NG Verlag, 2012), elektronička

- knjiga dostupna na mrežnoj adresi: http://sheynin.de/download/hist_stat.pdf (pristupljeno 3. 5. 2018), 176 pp.
- Sheynin, Oscar. 2017. *Theory of Probability: A Historical Essay*, revised and enlarged edition (Berlin, 2017), elektronička knjiga dostupna na mrežnoj adresi: <http://www.sheynin.de/download/double.pdf> (pristupljeno 3. 5. 2018), 311 pp.
- Merriman, Mansfield. 1877. *Elements of the Method of Least Squares*. (London: Macmillan & Co., 1877).
- U dodatku: »On the History of the Method of Least Squares«, pp. 194–196, o Boškoviću na p. 194.
- Nenadović, Miroslav. 1976. »Udeo Ruđera Boškovića u teoriji najmanjih kvadrata«, *Glas SANU* 295 (1976), pp. 25–36.
- O metodi najmanjih kvadrata kao »logičnoj posledici« Boškovićevih postulata iz 1770.
- O odnosu Boškovića i Laplacea na p. 34.
- Nenadović ne razlikuje Boškovićeve doprinose iz 1755. i 1757, a doprinos iz 1760. mu je nepoznat.
- Nenadović, Miroslav. 1976. »Rudjer Boscovich's Contributions to the Theory of Least Squares«, *Bulletin de l'Académie Serbe des sciences et des arts: Classe de sciences techniques* 58 (1977), pp. 97–107.
- Razumović, Ivan; Triplat Horvat, Martina. 2016. »Boškovićeva metoda izjednačenja«, u: Miljenko Lapaine (ur. / ed.), *Ruđer Bošković i geoznanosti / Ruđer Bošković and the Geosciences* (Zagreb: Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu / Državna geodetska uprava / Hrvatska komora ovlaštenih inženjera geodezije, 2016), pp. 327–358.
- Rivlin, Theodore J. *An Introduction to the Approximation of Functions* (Toronto: General Publishing Company, 1969; pretisak: New York: Dover, 1981).
- »Chapter 3. Least-first-power Approximation«, pp. 66–86, sadrži potpoglavlje »3.2. Approximation on a Finite Set of Points«, pp. 73–78.
- O Boškoviću u »Exercises«, pp. 83–86, u vježbi 3.10, pp. 84–85, s uputnicom na Eisenhartov članak, p. 85.
- Schneider, Ivo (hrsg.). 1988. *Die Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie von den Anfängen bis 1933: Einführungen und Texte* (Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1988).
- Uvod »Kapitel 6. Anwendungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf die Fehlerrechnung«, pp. 215–220, o Boškoviću na p. 217.
- Natuknica »Bošcović, Rudjer Josip (1711–1787)«, u »Kurzbioographien«, pp. 507–524, na p. 510.
- Sheynin, Oscar B. → Шейнин, О. Б.; Šejnin, Oskar Borisovič
- Sheynin, O.[scar] B. 1973. »Newton and the Classical Theory of Probability«, *Archive for History of Exact Sciences* 7/3 (1971), pp. 217–243.

- Unutar poglavlja »3.2. A Probabilistic World«, o Boškoviću na p. 239, s uputom na literaturu u bilješki 86.
- Sheynin, O.[scar] B. 1973. »On the Mathematical Treatment of Observations by L. Euler«, *Archive for History of Exact Sciences* 9/1 (1972?), pp. 45–56.
O Boškovićevu pristupu vjerojatnosti u »Note pour la fin du N°. 303, Liv. V.« (1770) na p. 53.
- Sheynin, O.[scar] B. 1973. »Finite Random Sums (A Historical Essay)«, *Archive for History of Exact Sciences* 9/4–5 (1973), pp. 275–305.
Unutar poglavlja »1.2. Theory of Errors«, u potpoglavlju »1.2.1. Boscovich«, pp. 279–280, prvi put na engleskom o Boškovićevu rukopisu *De calculo probabilitatum*.
O tom obavijest i u »Summary«, p. 275.
- Sheynin, O.[scar] B. 1973. »R. J. Boscovich's Work on Probability«, *Archive for History of Exact Sciences* 9/4–5 (1973), pp. 306–324.
U poglavlju »2. Boscovich's Manuscripts«, pp. 316–320, o rukopisu *De calculo probabilitatum* na pp. 317–318; s korolarom na p. 321 u poglavlju »3. A Glimpse of a Stochastic Reasoning in Boscovich's Physics«.
O rukopisu *Breve memoria sul lotto di Roma* na pp. +319–320.
- Sheynin, O.[scar] B. 1976. »P. S. Laplace's Work on Probability«, *Archive for History of Exact Sciences* 16/2 (1976), pp. 137–187.
O Boškoviću kao Laplaceovu preteči u determinizmu na p. 172.
O razlozima zašto Bošković nije primijenio teoriju vjerojatnosti u svojoj prirodnoj filozofiji, na p. 174.
- Sheynin, O.[scar] B. 1977. »Laplace's Theory of Errors«, *Archive for History of Exact Sciences* 17/1 (1977), pp. 1–61.
»8.3. Boscovich's method of adjustment and the sample median«, pp. 41–44, prema drugoj dopuni (1818) Laplacevu djelu *Théorie analytique des probabilités* (1812, 1814, 1820).
»10. Adjustment of meridian arc measurements. Minimax principle«, pp. 47–50, o Boškoviću na pp. 48–50.
O Boškoviću i na p. 18.
Bez Boškovića u literaturi. Nedostaje Laplaceova karakterizacija Boškovićeve statističke metode iz »Sur quelques points du système du monde« (1793).
- Sheynin, O.[scar] B. 1979. »C. F. Gauss and the Theory of Errors«, *Archive for History of Exact Sciences* 20/1 (1979), pp. 21–72.
O Bošković-Laplaceovoj metodi za izravnjanje neizravnih opažaja, p. 26.
Da Gaussova primjedba upućena Boškovićevu i Laplaceovu uvjetu za metodu najmanjih apsolutnih vrijednosti nije baš ispravna, p. 33.
U »8. General conclusions«, ponovo o glavnom uvjetu Bošković-Laplaceove metode, p. 65.
Bez Boškovića u literaturi.

- Sheynin, O.[scar] B. 1980. »On the History of the Statistical Method in Biology«, *Archive for History of Exact Sciences* 22/4 (1980), pp. 323–371.
 O Boškoviću na p. 337 u kontekstu Lamarckova razumijevanja ravnoteže između privlačne i odbojne sile, dakle o mogućem Boškovićevu utjecaju na Lamarckovo razumijevanje slučajnosti.
 Bez Boškovića u literaturi.
- Sheynin, O.[scar] B. 1983. »Corrections and Short Notes on my Papers«, *Archive for History of Exact Sciences* 28/2 (1983), pp. 171–195.
 »Index of Names«, pp.181–189, sadrži na p. 182 natuknicu »Boscovich, R. J.« s obavijestima o tom u kojim je člancima, objavljenim u *Archive for History of Exact Sciences*, i na kojim stranicama Sheynin pisao o Boškoviću.
 Dodao Čubranića u literaturu radi opisa Boškovićeva rada u geodeziji, p. 173, n. 19.
 Ispravak uz članak »R. J. Boscovich's Work on Probability«, p. 173, n. 23.
- Sheynin, Oscar. 2002. »Lo sviluppo della teoria della probabilità e della statistica«, u: Sandro Petruccioli (a cura di), *Storia della scienza*, tomo 6 (Roma: Istituto della Enciclopedia Italiana Treccani, 2002), pp. 529–541.
 Engleski izvornik dotjeranoga teksta »Probability and Statistics in the 18th Century« dostupan na mrežnoj adresi: <http://sheynin.de/download/italy.pdf> (pristupljeno 1. 12. 2018).
- Sheynin, Oscar. 2004. »On the Work of Adrain in the Theory of Errors« [1965], u: Oscar Sheynin, *Russian Papers on the History of Probability and Statistics*, translated by the Author (Berlin, 2004), na mrežnoj adresi: http://www.sheynin.de/download/2_Russian%20Papers%20History.pdf (pristupljeno 1. 12. 2018), pp. 3–7.
 O uvjetu Boškovićeve statističke metode na p. 5.
- Sheynin, Oscar. 2004. »On Selection and Adjustment of Direct Observations« [1966], u: Oscar Sheynin, *Russian Papers on the History of Probability and Statistics*, translated by the Author (Berlin, 2004), pp. 11–14.
 O Boškoviću na pp. 11 i 13.
- Sheynin, Oscar. 2004. »On the History of the Adjustment of Indirect Observations« [1967], u: Oscar Sheynin, *Russian Papers on the History of Probability and Statistics*, translated by the Author (Berlin, 2004), pp. 15–19.
 O Boškoviću na pp. 15, 16 i 19.
- Sheynin, Oscar. 2004. »Some Issues in the History of the Theory of Errors« [1967], u: Oscar Sheynin, *Russian Papers on the History of Probability and Statistics*, translated by the Author (Berlin, 2004), pp. 20–22. Autoabstrakt doktorske disertacije.
 O Boškoviću na pp. 21 i 22.
- Sheynin, Oscar. 2004. »History of the Theory of Probability« [2004, prema 1978], u: Oscar Sheynin, *Russian Papers on the History of Probability and Statistics*, translated by the Author (Berlin, 2004), pp. 34–41.
 O Boškoviću na p. 37.

- Sheynin, Oscar. 2004. »On the History of the Statistical Method in Natural Sciences« [1990], u: Oscar Sheynin, *Russian Papers on the History of Probability and Statistics*, translated by the Author (Berlin, 2004), pp. 46–55.
O Boškoviću na p. 52.
- Sheynin, Oscar. 2004. »History of the Theory of Errors« [2000], u: Oscar Sheynin, *Russian Papers on the History of Probability and Statistics*, translated by the Author (Berlin, 2004), pp. 115–126.
O Boškoviću na pp. 117, 118, 121, 124, 125, 126.
- Sheynin, Oscar. 2009. *Theory of Probability and Statistics: As Exemplified in Short Dictums*, second revised and enlarged edition (Berlin, 2009), na mrežnoj adresi: <http://sheynin.de/download/dictum.pdf> (pristupljeno 1. 12. 2018).
O Boškoviću na p. 24, n. 122; pp. 110–111, nn. 658–661; p. 133, n. 799.
- Sheynin, Oscar. 2012. *History of Statistics* (Berlin: NG Verlag, 2012), dostupno na mrežnoj adresi: http://sheynin.de/download/hist_stat.pdf (pristupljeno 1. 12. 2018).
O Boškoviću na pp. 30, 53, 58, 59, 71, 104, 108.
- Sheynin, Oscar. 2017. *Theory of Probability: A Historical Essay*, revised and enlarged edition (Berlin, 2017), na mrežnoj adresi: <http://www.sheynin.de/download/double.pdf> (pristupljeno 1. 12. 2018).
O Boškoviću na pp. 84, 91–93, 96, 115, 116, 118.
- Solarić, Miljenko; Solarić, Nikola. 2016. »Mjerenje duljine luka Bečkog meridijana od Brna do Varaždina / Surveying the Vienna Meridian from Brno to Varaždin«, *Kartografija i geoinformacije* 15 (2016), pp. 4–21.
- Stigler, Stephen M. 1984. »Boscovich, Simpson, and a 1760 manuscript note on fitting a linear relation«, *Biometrika* 71 (1984), pp. 615–620.
- Stigler, Stephen M. 1986. *The History of Statistics: The Measurement of Uncertainty before 1900* (Cambridge, Massachusetts, and London, England: The Belknap Press of Harvard University Press, 1986).
Poglavlje »Roger Boscovich and the Figure of the Earth«, pp. 39–50.
- Stipanić, Ernest. 1980. »Les notions de probabilité dans quelques reflexions de Bošković dans sa theorie de la philosophie naturelle«, *Matematički vesnik* 32 (1980), pp. 245–249.
- Шейнин, О. Б. → Sheynin, O. B.; Šejnin, Oskar Borisovič
- Шейнин, О. Б. 1970. »О двух рукопися Р. Бошковича по теории вероятностей«, *Труды XIII научной конференции аспирантов и младших научных сотрудников: Секция истории математики и механики* (Москва: Академия наук СССР, Институт истории естествознания и техники, 1970), pp. 65–77.
O Boškovićevu rukopisu *De calculo probabilitatum*, pp. 66–71.
O Boškovićevu rukopisu *Breve memoria sul lotto di Roma*, pp. 71–75.
- Шейнин, О. Б. 1972. »Математическая обработка измерений у Р. Бошковича«, *Dijalektika* 7/2 (1972), pp. 75–84.

- O Boškovićevoj metodi najmanjih apsolutnih vrijednosti prema izdanju *Voyage astronomique et géographique dans l'État de l'Eglise* (1770).
Bez Varićaka i Markovića u literaturi.
- Šejnin, Oskar Borisovič → Sheynin, O. B.; Шейнин, О. Б.
- Šejnin, Oskar Borisovič. 1971. »O dva neobjavljena spisa Ruđera Boškovića iz teorije verovatnoće«, *Dijalektika* 6/2 (1971), pp. 85–93.
O Boškovićevu rukopisu *De calculo probabilitatum*, pp. 85–87.
O Boškovićevu rukopisu *Breve memoria sul lotto di Roma*, pp. 89–90.
Summary »On Two Unpublished Papers of R. J. Boscovich Dealing with Theory of Probability«, pp. 92–93.
Errata u: »Napomena«, *Dijalektika* 7/2 (1972), p. 84.
- Škarica, Dario. 2000. *Spoznaja i metoda u Ruđera Boškovića* (Zagreb: Hrvatsko filozofsko društvo, 2000).
Poglavlje »Bošković o prirodoznanstvenoj indukciji«, pp. 135–156, napose u dodatku »Carrier o Boškoviću i klasičnom računu vjerojatnosti«, pp. 155–156.
- Tacquet, Andreas. 1683. *Arithmeticae theoria et praxis*. Editio ultima correctior (Bruxellis: Apud Franciscum Foppens, 1683).
»Caput VIII. De combinationibus et permutationibus«, pp. 375–383. Tacquetovo pravilo za broj kombinacija.
- Todhunter, Isaac. 1865. *A History of the Mathematical Theory of Probability* (London: Macmillan, 1865).
O Boškoviću na p. 588.
- Todhunter, Isaac. 1873. *A History of the Mathematical Theories of Attraction and the Figure of the Earth, from the Time of Newton to that of Laplace* (London: MacMillan and Co., 1873).
»Chapter XIV. Boscovich and Stay«, pp. 305–334.
- Varićak, Vladimir. »Matematički rad Boškovićev«, *Rad JAZU* 181 (1910), pp. 75–208.
U poglavljima: »3. Boškovićeve metoda za izravnjanje pogriješaka«, pp. 173–180;
»4. Laplaceovo izvođenje Boškovićeve postupka«, pp. 181–187, na pp. 181–184.
- Vukotić, Njegoslav. 1987. »Izravnjanje po metodi Ruđera Boškovića«, *Geodetski list* 41/10–12 (1987), pp. 305–308.
S oslonom na Helmerta raspravljen odnos Boškovićevega kriterija izravnjanja i linearnog programiranja na dvama primjerima.
- Wilcox, Rand R. 2010. *Fundamentals of Modern Statistical Methods: Substantially Improving Power and Accuracy*, second edition (New York: Springer, 2010).
»2.7. Fitting a straight line to data«, pp. 22–27, s dvjema Boškovićevim tablicama za pet izmjera duljine meridijanskoga stupnja na pp. 23 i 26.
O Laplaceovu intervalu pouzdanosti uz uporabu Boškovićevih podataka na p. 61.
»6.5.1. A Modified Percentile Bootstrap Method«, pp. 100–102, uz uporabu podataka iz Boškovićeve tablice.
O odnosu Theil-Senova estimatora i Boškovićeve metode na p. 195.

Wolf, Rudolf. 1877. *Geschichte der Astronomie*, herausgegeben durch die Historische Commission bei der Königl. Academie der Wissenschaften (München: Druck und Verlag von R. Oldenbourg, 1877).

O Boškoviću u poglavljima: »207. Kreismikrometer«, pp. 590–591 s anegdotom iz Littrowa; »222. Einige spätere Gradmessungen«, pp. 618–621, na p. 619; »231. Venusdurchgänge von 1761 und 1769«, pp. 639–646, na p. 642; »236. Neuere Ansichten über die physische Beschaffenheit der Sonne«, pp. 661–666, na p. 662. »Register« sadrži natuknicu o Boškoviću na p. 794.

Wolf, Rudolf. 1890. *Handbuch der Astronomie, ihrer Geschichte und Literatur*, Erster Halbband (Zürich: Druck und Verlag von F. Schulthess, 1890).

»52. Die sog. Methode der kleinsten Quadrate«, pp. 131–138, o Boškoviću kao osnivaču teorije izravnjanja pogrešaka na p. 133.

Wolf, Rudolf. 1890. *Handbuch der Astronomie, ihrer Geschichte und Literatur*, Dritter Halbband (Zürich: Druck und Verlag von F. Schulthess, 1892).

»425. Die Messungen im Kirchenstaate und einige andere Messungen damaliger Zeit«, pp. 193–196.

Zanotti Bianco, Ottavio. 1907. »I concetti moderni sulla figura matematica della Terra. Appunti per la storia della Geodesia«, *Atti della Accademia delle scienze di Torino* 42 (1906–1907) (Torino: Carlo Clausen, 1907), pp. 25–46.

O Boškoviću na pp. 30–31, o Laplaceovu i Bowditchevu citatu na p. 30.

Rogierus Joseph Boscovich / Ruđer Josip Bošković

De calculo probabilitatum
quę respondent diversis valoribus
summę errorum post plures observationes, quarum
singulę possint esse erroneę certa quadam quantitate.

The *editio princeps*
of Bošković's autograph in the Bancroft Library
within the University of California
at Berkeley

Edidit / Edited by Ivica Martinović

Summary

Here published is the *editio princeps* of Bošković's autograph *De calculo probabilitatum quę respondent diversis valoribus summę errorum post plures observationes, quarum singulę possint esse erroneę certa quadam quantitate*, housed in 1962 at the Bancroft Library within the University of California at Berkeley, in the collection *Boscovich Papers*, call number: Carton 1, Part 1: no. 62, Folder 1:79.

The transcription is accompanied by notes and introduction. The latter contains the following: (1) description of the manuscript; (2) outline of the contents of Bošković's writing related to the theory of probability, notably the mathematical problem as formulated by Bošković; (3) description of the status of investigation, with regard to the fact that until today Oscar Sheynin, Russian science historian, has been the only scholar to study this manuscript, about which he published three articles in the 1970s. Following in these initial research steps is the investigation primarily aimed at: (4) exact dating of this undated manuscript; (5) establishment of whether the manuscript was completed or not; and, lastly, (6) assessment of its significance within Bošković's work and within the history of science in the eighteenth century.

The mathematical problem, introduced in the title of Bošković's manuscript as the "calculus of probabilities which correspond to various values of the sum of errors after several observations," under the condition that single observations can differ from the exact measurement "for a given quantity," Bošković formulated as follows:

"If in a certain series of observations equally probable errors 1, 0, -1 are presupposed for single observations, we ask the ratio of probability for single sums, which sums can thence be obtained after a given number n of observations.

Error sums can take on all the values from n up to $-n$ for different combinations. The probabilities for any value will relate as the numbers of combinations, from which the same value is obtained.

In order to determine this number for single sums, may the series of these errors be arranged in three lines:

- I 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1 etc.
 II 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 etc.
 III -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1 etc.

Then we ask the numbers of combinations for single values of the sum of errors from 0, 1, 2 etc. up to n . The numbers [of the combinations] for [the sums of errors] -1 , -2 , -3 etc. can be easily found; these numbers will be the same as the numbers for [the sum of errors] 1, 2, 3 etc., because once those [with the positive sum of errors] are found, these [with the negative sum of errors] will be found too.”¹

In his preparation of the solution, Bošković introduced the notion of combination of n objects taken r at a time. With great scrutiny he then examined the first case, when the sum of errors is equal 0, and provided the formula for the number of all combinations under the condition that the sum of errors equals 0. By using the same method, he provided the formulas for the number of combinations when the sum of errors equals 1, 2, ..., 8. With regard to these formulas he then examined the “determination of the number of useful terms” (*determinatio numeri terminorum utilium*), i.e. omitted the terms equal to 0. In the final step he applied his formulas to calculate the number of combinations for different numbers of observations $n = 1, 2, \dots, 8$.

Bošković’s autograph *De calculo probabilitatum* is not dated, and as early as 1973 Oscar Sheynin emphasised that the significance of this manuscript rested on its dating:

“The manuscript under consideration being undated its evaluation is hardly possible. If it was written in 1750–1753, i.e. during his participation in the arc measurement, or at least before 1756 [read: before the publication of Simpson’s letter ‘On the Advantage of taking the Mean of a Number of Observations, in practical Astronomy’ in *Philosophical Transactions*], Boscovich should be regarded as the first to use a quantitative stochastic method in the theory of errors and, thus a precursor of T. Simpson.”²

Indeed, the text of the manuscript is not linked with the geodetic and cartographic expedition along the Roman meridian from Rome to Rimini in the period 1750–1752, or with Bošković’s statistical method for correcting discordant observations, for the first time applied in Bošković’s article “De litteraria expeditione per Pontificiam ditionem” (“On the scientific expedition through the Papal State,” 1757) in the journal of the Bologna Academy, and for the first time published in Bošković’s supplement to Book Five of Benedikt Stay’s epic *Philosophia recentior* on Newton’s and Bošković’s natural philosophy under the title »De recentissimis graduum dimensionibus, et figura, ac magnitudine Terrae inde derivanda« (“On the most recent measurements of longitude of meridian degree and on the shape and magnitude of the Earth derived

¹ [Rogerius Joseph Boscovich], *De calculo probabilitatum*, p. 1.

² O.[scar] B. Sheynin, »R. J. Boscovich’s Work on Probability«, *Archive for History of Exact Sciences* 9/4–5 (1973), pp. 306–324, on p. 318.

thereof,” 1760). In 1760, while working on the sample of five geodetic observations, Bošković formulated a different problem with three conditions:

“Given the number of degrees [i.e. the number of measurements of meridian degrees], find the corrections which ought to be assigned to the individual observations, whereby the following three conditions ought to be preserved: namely, [1] that differences between longitudes of degree be proportional to the differences between the values of *sinus versus* of duplicate latitude; [2] that the sum of positive corrections be equal to the sum of the negative ones; [3] that the sum of all the corrections, either positive or negative, be the smallest of all sums which can be obtained if the first two conditions are preserved.”³

The formulation of the problem from 1760 departs considerably from that in the manuscript *De calculo probabilitatum*. The only thing in common is that the number n of measurements is finite, in fact, very small: in the manuscript *De calculo probabilitatum* n reaches 8 as the biggest value, whilst in the geodetic reports $n = 5$ in the first application in 1757, and $n = 9$ in the second one in 1770.

In order to establish the year or at least the time-frame in which Bošković wrote his *De calculo probabilitatum*, in this article two approaches have been employed, both based on my own research experience. The first approach is guided by the question: Did Bošković encounter the theory of errors in geophysics and geodesy, and if so, when and how, and if he did not encounter the theory of errors, was he at least familiar with the existence of different measurements of the same quantity? Bošković himself provided one answer to that question in 1760:

»365. Since 1738, in the treatise on the shape of the Earth I have expressed suspicion about the irregularity in measuring the series of degrees and the shape of the Earth, the cause of which I specifically perceive. This suspicion I pursued in the mentioned treatise, as well as in the other two treatises from 1741 and 1742.«⁴

In his statement, Bošković draws attention to three of his treatises: *Dissertatio de Telluris figura* (1739), pp. XVIII-XXIII, *De inaequalitate gravitatis in diversis Terrae locis* (1741), n. 37, and *De observationibus astronomicis, et quo pertingat earundem certitudo* (1742), n. 63. In them only has Bošković referred to the same problem: uncertainty in measuring the length of a meridian degree, and suspicion about the irregularity of the Earth.

The second approach is facilitated by the features of Bošković’s manuscript *De calculo probabilitatum*, which depart from the later style of Bošković’s scientific works. In August 1740, Bošković published two short treatises which document an

³ “De recentissimis graduum dimensionibus, et figura, ac magnitudine Terrae inde derivanda,” in: Rogerius Joseph Boscovich, “Supplementum ad quintum librum,” in: Benedictus Stay, *Philosophiae recentioris <...> versus traditae libri X*, Tomus II. (Romae: Typis, et sumptibus Nicolai et Marci Plearini, 1760), pp. 385–472, nn. 286–558, on p. 420, n. 385.

⁴ Boscovich, “De recentissimis graduum dimensionibus, et figura, ac magnitudine Terrae inde derivanda,” p. 411, n. 365.

easily discernible change in his approach to the composition of a scientific text. The treatise *De motu corporum projectorum in spatio non resistente* was the last printed dissertation prepared for the public defense at the Collegium Romanum that he structured as a series of propositions, in addition to which he emphasised the introductory lemmas and scholia. In the treatise *De circulis osculatoribus* Bošković for the first time numbered the paragraphs, i.e. divided his text into ‘numbers.’ He rarely departed from the numeration of paragraphs, for example, in the reports submitted to rulers or in the articles for some journals. In the manuscript *De calculo probabilitatum* Bošković resorted to a compromise, i.e. he introduced the proposition and numerated the steps to the solution by assigning centred subtitles to them.

The genesis of Bošković’s research in geophysics and geodesy on the one, and textual analysis, which suggests that the manuscript originated before the key change in the composition of Bošković’s early treatises in August 1740, on the other hand, pave the path for the following conclusion: the time-frame in which the manuscript *De calculo probabilitatum* was written should be narrowed to the early period 1738–1740. This implies that, besides the already indicated two approaches—statistical method for correcting discordant observations with the first application in geodesy (1757, 1760, 1770), and the application of probability in the selected topics in his natural philosophy (1754, 1755, 1758, 1763)—this manuscript provides an insight into Bošković’s earliest approach to probability, best represented by the formulation of the problem in the theory of errors at the beginning of the manuscript.

Key words: Ruđer Bošković, theory of errors, theory of probability, combinatorics, discordant observations; 18th century mathematics, geodesy, astronomy, geophysics