

Sudoku – napredne metode rješavanja (4.1)

Žarko Čulić¹

U ovom nastavku obrade naprednih metoda rješavanja sudokua počinjemo s novom grupom metoda koje nazivamo *mreže* (u stranoj literaturi naziv je *Fishes*). Sve metode iz ove grupe rade na istom principu i postoji veliki broj varijacija, a one najjednostavnije su lako uočljive i često se susreću pri rješavanju sudokua.

Osnovni princip je jednostavan: tražimo određeni broj redaka (stupaca) [to su takozvani *bazni* (*base*) redci (stupci)] koji sadrže istog kandidata i pokušavamo naći isti broj stupaca (redaka) [to su tzv. *pokrovni* (*cover*) stupci (redci)] u kojima se nalaze svi ti kandidati. Ako takva kombinacija postoji, svi kandidati u *pokrovnim* stupcima (redcima) koji nisu u *baznim* redcima (stupcima) mogu se eliminirati. Kandidate u *baznim* redcima (stupcima) zovemo *bazni* kandidati, a one u *pokrovnim* stupcima (redcima) zovemo *pokrovni* kandidati.

Kako to radi? *Mreže* koriste činjenicu da se jedan broj (kandidat) može nalaziti samo jednom u povezanom području. Budući da razmatramo samo jednog kandidata, svaki *bazni* redak (stupac) sadrži točno jedno polje s tim kandidatom. Isto vrijedi i za *pokrovni* stupac (redak). Stoga ako imamo N *pokrovnih* stupaca (redaka) i N *baznih* redaka (stupaca), točno N polja moraju sadržavati razmatranog kandidata, odnosno u svakom *pokrovnom* stupcu (retku) može biti točan samo jedan *bazni* kandidat. Ne znamo gdje se on nalazi, ali se svi ostali *pokrovni* kandidati koji nisu i *bazni* kandidati mogu eliminirati.

Broj *baznih* redaka (stupaca) \times broj *pokrovnih* stupaca (redaka) definira veličinu *mreže*:

- veličina 2×2 : *X-krilo* (*X-Wing*)
- veličina 3×3 : *Sabljarka* (*Swordfish*)
- veličina 4×4 : *Meduza* (*Jellyfish*)
- veličina 5×5 : *Jegulja* (*Squirmbag*)
- veličina 6×6 : *Kit* (*Whale*)
- veličina 7×7 : *Morsko čudovište* (*Leviathan*).

Vidimo po engleskim nazivima da su ove metode dobile nazive po ribama, osim one najmanje koja se zove *X-krilo*, ali ne spada u *krila* već u *mreže*, slično kao što i *Turbo Fish* metoda ne spada u *mreže* (*Fishes*) već u *lance* ili točnije *X-lance*. To je posljedica činjenice da su metode dobivale nazive od različitih autora i u različitim vremenima kada nije bilo sistematizacije nazivlja.

Kombinacija vrste povezanih područja (redaka, stupaca i kvadrata) koji čine *bazno* i *pokrovno* područje određuje tip *mreže*:

- samo redovi u jednom, a stupci u drugom području: *osnovna mreža* (*Basic Fish*)
- ako je barem u jednom području jedan kvadrat: *Franken Fish*
- miješana kombinacija redaka i stupaca u barem jednom području: *Mutant Fish*.

Razlikujemo tri vrste *mreža*:

- *standardne* (*pravilne*) *mreže* (*Fishes*)
- *mreže s repom* (*Finned Fishes*)
- *Sashimi mreže* (*Sashimi Fishes*).

¹ Autor je predavač na Matematičkom odsjeku PMF-a; e-pošta: zculic@math.hr

Vidimo da imamo ukupno 6 (veličina) \times 3 (tipa) \times 3 (vrste) = 54 različite varijacije ove grupe metoda. Ovdje ćemo obraditi samo *osnovne mreže* u sve tri vrste, a počinjemo s *pravilnim mrežama*.

Spomenimo da postoji i tzv. *sijamska mreža* (*Siamese Fish*). Ako u konkretnom sudoku postoje dvije mreže istog tipa koje se nalaze u istim poljima, ali dovode do različitih eliminacija, te se dvije mreže mogu spojiti/udružiti u *sijamsku mrežu*. Da bi to bilo moguće, obje mreže moraju biti iste vrste mreže s repom koje se razlikuju samo u jednom *pokrovnom* području. Najjednostavniji oblik *sijamskog Sashimi X-krila* je poznatiji pod nazivom *neboder* (*Skyscraper*) kojeg smo obradili na jednostavniji način kod *X-lanaca*.

X-krilo (*X-Wing*) je najlakša i najčešća *mrežna metoda* u kojoj tražimo 2 *bazna* retka (stupca) s istim kandidatom u 2 polja koji se svi mogu pokriti sa 2 *pokrovna* stupca (retka). U tom slučaju možemo eliminirati sve kandidate iz *pokrovnih* stupaca (redaka) koji nisu *bazni* kandidati.

	1	2	3	4	5	cover	8	9	
A	5 8	4	1	7	2	9	6 8	3 5 6	
B	7	6	9	1 8	5 8	3	4	5 8	2
C	5 8	3	2	6	4	5 8	7	1	9
base D	4	2 8	3	9	5 8	2 6 8	1	7	5 6
E	6	2 8	7	1 2 8	5 8	4	9	5 8	3
F	1	9	5	3	7	6 8	6 8	2	4
G	2	1	4	5	6	7	3	9	8
H	3	7	6	2 8	9	2 8	5	4	1
I	9	5	8	4	3	1	2	6	7

Slika 1.

Na slici 1 imamo primjer *X-krila*. Bazni redci su B i E s kandidatom 5 samo u 2 polja u području: B5 i B8 te u E5 i E8. Vidimo da *pokrovnim* stupcima 5 i 8 možemo pokriti sve *bazne* kandidate čime su zadovoljeni uvjeti za *standardnu mrežnu metodu* veličine 2×2 koju zovemo *X-krilo*. Analiza: ako je točan broj 5 u B5, tada nije točan u B8 i E5, ali mora biti točan u E8. Ako je 5 točan u B8, tada nije točan u B5 i E8, ali mora biti točan u E5. Dakle vidimo da su točni ili B5 i E8 ili B8 i E5. Zaključak je da su točni uvijek kandidati iz nasuprotnih polja što čini nekakav znak X, pa je po tome i metoda dobila naziv *X-krilo* (iako bi bilo bolje da se zove *X-mreža*). Sve brojeve 5 koji se nalaze u *pokrovnim* stupcima, ali nisu *bazni* kandidati možemo eliminirati. U konkretnom primjeru možemo eliminirati broj 5 iz polja D5.

Na slici 2 imamo još jednu mrežu s *X-krilom*. Ovdje su *bazni* stupci 1 i 5, a kandidat je broj 1. Vidimo da sve *bazne* kandidate možemo prekriti *pokrovnim* redcima B i E. Shodno analizi u prethodnom slučaju, budući da je broj 1 točan ili u B1 i E5 ili u B5 i E1, možemo eliminirati broj 1 iz svih *pokrovnih* polja koja nisu *bazna* polja, odnosno iz B4789 i E34789.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	9	8	¹ ₄	¹ ₄	6	2	7	5	3
B	¹ ₄	6	5	¹ ₄	¹ ₇	3	¹ ₂	¹ ₄	¹ ₂
C	3	2	7	¹ ₄	5	⁴ ₈	¹ ₈	¹ ₄	6
D	7	9	¹ ₄	¹ ₂	3	⁶ ₈	5	¹ ₄	¹ ₂
E	¹ ₄	5	¹ ₄	¹ ₂	¹ ₇	9	¹ ₂	¹ ₃	¹ ₂
F	8	3	2	¹ ₇	4	5	¹ ₆	¹ ₇	9
G	6	7	3	5	9	1	4	2	8
H	2	4	9	³ ₆	8	7	¹ ₃	¹ ₆	5
I	5	1	8	³ ₄	2	⁴ ₆	³ ₆	³ ₉	7

Slika 2.

Sabljarka (Swordfish) je također dosta često zastupljena metoda u kojoj tražimo 3 bazna retka (stupca) s istim kandidatom u maksimalno 3 polja koji se svi mogu prekriti sa 3 pokrovna stupca (redaka). U tom slučaju možemo eliminirati sve te kandidate iz pokrovnih stupaca (redaka) koji nisu bazni kandidati. Ne moraju u svim poljima mreže biti prisutni svi kandidati, ali moraju činiti povezanu mrežu. Pogledajte primjer na slici 3.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	1	6	² ₉	5	4	3	² ₈	7	² ₈
B	² ₉	7	8	6	² ₉	1	4	3	5
C	4	3	5	8	² ₉	7	6	² ₉	1
D	7	2	¹ ₃	4	5	8	¹ ₃	6	9
E	6	⁴ ₈	⁴ ₃	9	1	2	³ ₈	5	7
F	⁵ ₈	⁵ ₈	¹ ₉	3	7	6	¹ ₂	² ₈	4
G	² ₅	1	6	² ₇	3	⁵ ₉	² ₇	4	² ₈
H	3	⁴ ₅	⁴ ₉	² ₇	8	⁵ ₉	² ₇	1	6
I	² ₈	⁸ ₉	7	1	6	4	5	² ₈	3

Slika 3.

Vidimo da broj 3 imamo samo u 2 polja u redcima B (B1 i B5), C (C5 i C8) i I (I8 i I1) na način da čine povezanu mrežu u kojoj se svi mogu pokriti sa 3 stupca. Dakle, bazni redci su B, C i I, a pokrovni stupci 1, 5 i 8. Stoga možemo eliminirati broj 2 iz polja G1 i F8 koji se nalaze u pokrovnim stupcima, a nisu u baznim poljima.

Na slici 4 je još jedan primjer *sabljarke*. Tri *bazna* retka su B, D i G, a kandidat je broj 4. Vidimo da svaki *bazni* broj 4 možemo pokriti s 3 *pokrovna* stupca 2, 3 i 5. Budući da broj 4 mora biti točan u sjecištima mreže koju čine *bazni* redci i *pokrovni* stupci, možemo ga eliminirati iz svih *pokrovnih* polja koja nisu *bazna* polja. U konkretnom primjeru možemo eliminirati broj 4 iz polja CFH123 i CFH5.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	1	6 8	5	6 7 9	2	3	4		
B	5	4 6 8	4 6 9	3	4 6 9	2	1	7	8
C	4 7	4 7	4 7	8	4 7	5	6	9	
D	8	4 1 2	4 1 2	6	4 1 2	5	7	9	3
E	2 6 7	2 6 7	5	9	2 3 7	3	4	8	1
F	3	4 7 9	4 7 9	4	4 7 9	8	6	5	2
G	9	8	4 7	2	4 5	6	3	1	7 5
H	4 7	1 2 3 4 5 6	1 2 3 4 5 6	1 4	1 3 4 5 6	1 3	8	4 7	5 6
I	4 7	1 2 3 4 5 6	1 2 3 4 5 6	7	8	1 3 4	9	4 7	5 6

Slika 4.

Meduza (Jellyfish) je mrežna metoda veličine 4×4 polja. Tražimo 4 *bazna* retka (stupca) s istim kandidatom u maksimalno 4 polja (može i u 2 ili 3 polja) koji se svi mogu pokriti sa 4 *pokrovna* stupca (retka). U tom slučaju možemo eliminirati sve te kandidate iz *pokrovnih* stupaca (redaka) koji nisu *bazni* kandidati.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
A	2	4 5 6 7	4 5 6	1 6 7 8 9	1 5 6 7 8	1	7 9	7 8	4 6 8 9	3
B	7	6 8 9	4 6 7	1 6 7 9	3	7 9	7	2	5	4 2 6 7 9
C	7	5 6 7	5 6 7	3	4	5 6 7 8	2	1	8 9	6 7 8 9
D	7 8	6 7 8	6 7 8	1	2	6 7 8	5	4	8 9	7 8 9
E	7 8	5 6 7 8	4 5 6 7 8	4 5 6 7 8	7	6 9	4	5	8	5 7 8
F	7	5 7 8	4 5 7 8	9	3	4 7 8	8	6	1 2	2 5 7
G	7 8	7 8	7 8	2	5	4 7 8	6	9	4 8	3 4 8
H	1 3 5 6 8	9	5 6 8	8	2	4	1 3 5 8	7	4 5 6 8	
I	4	5 6 7 8	5 6 7 8	7 8 9	7 8	7 9	3 5 8	2 3 5 8	2 3 5 6 8	1

Slika 5.

Slika 5 pokazuje primjer *meduze*. Broj 7 imamo u maksimalno 4 polja u 4 retka C, D, F i G (to su *bazni* redci) i sve ih možemo pokriti sa 4 stupca (to su *pokrovni* stupci).

Stoga možemo eliminirati broj 7 iz svih polja *pokrovnih* stupaca koja nisu ujedno i *bazna* polja. Konkretno, možemo eliminirati broj 7 iz BE1, AE12, AI5 i BE9.

Na slici 6 imamo još jedan primjer *meduze*. Četiri *bazna* retka u kojima se nalazi broj 7 su A, C, F i G, a sve ih možemo pokriti sa četiri *pokrovna* stupca 2, 5, 8 i 9. Time su zadovoljeni uvjeti za *mrežnu metodu* sa 4×4 polja kojom možemo eliminirati broj 7 iz *pokrovnih* polja koja nisu u *baznim* stupcima, konkretno iz polja B2 i I5.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
A	2	7	6	4	1	6	3	5	8	7
B	5	8	9	7	5	6	7	8	9	2
C	1	7	3	4	8	5	6	7	9	7
D	7	3	2	9	5	4	1	6	8	
E	4	4	5	7	6	1	7	9	2	3
F	6	1	9	8	3	2	4	5	7	5
G	4	9	7	1	5	6	8	2	9	6
H	3	5	9	7	2	4	6	7	8	1
I	5	8	9	2	6	3	7	9	7	4

Slika 6.

Veće *mreže*: 5×5 , 6×6 i 7×7 je vrlo teško uočiti u konkretnom sudoku, naročito ako ima više neriješenih polja s više mogućih kandidata. Takve *mreže* je najbolje analizirati na posebnom praznom obrascu na koji treba upisati polja s jednim kandidatom kojeg želimo istražiti. Već sam naziv metode *Squirmbag* za mrežu 5×5 polja u prijevodu označava nešto što "migolji iz torbe", nagovještavajući da ju je teško prepoznati ili otkriti.

U sljedećem nastavku ćemo obraditi *mreže s repom* i *Sashimi mreže*.

Zadatak za vježbu s rješenjem:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A				4	1		7	3	
B	2		4						
C			5	6					9
D	1	5							
E		2	9				8	5	
F							9	7	
G	4				6	9			
H							2	1	
I	6	8		9	1				

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	9	6	8	2	4	1	5	7	3
B	2	7	4	3	5	9	6	1	8
C	3	1	5	6	7	8	4	2	9
D	1	5	6	8	9	7	3	4	2
E	7	2	9	1	3	4	8	5	6
F	8	4	3	5	6	2	1	9	7
G	4	3	1	7	2	6	9	8	5
H	5	9	7	4	8	3	2	6	1
I	6	8	2	9	1	5	7	3	4