Uvrsti i sredi

Dobro došli u kolumnu PRIJEMNI ISPITI koja će vam u ovom i u još nekoliko brojeva objasniti kako se zapravo pišu prijemni ispiti! Mnogi fakulteti imaju matematiku: tehnički fakulteti, fakulteti prirodoslovnih usmjerenja, ali i oni društveni u sve većem broju. Mi ćemo se baviti analizom zadataka na prijemnim ispitima i načinima rješavanja koji nisu standardni.

Po čemu su prijemni ispiti različiti od onih klasičnih ispita koje pišemo u školi? Imaju **ponuđena rješenja!** Tu činjenicu treba znati koristiti. Skoro sve knjige koje se bave prijemnim ispitima redovito *zaboravljaju* koristiti taj podatak.

Uvrsti konkretan broj!

Primjer 1. Nakon skraćivanja razlomka $\dfrac{9x^3-18x^2-x+2}{-3x^2+7x-2}$ dobije se:

$$\textbf{A.}\ -3x-1 \quad \textbf{B.}\ -3x+1 \quad \textbf{C.}\ 3x-1 \quad \textbf{D.}\ 3x+1$$

Rješenje. Ovaj trik treba (i vrijedi) zapamtiti. Neka je $f(x)=\frac{9x^3-18x^2-x+2}{-3x^2+7x-2}$ i $f_A(x)=-3x-1$, $f_B(x)=-3x+1,\ldots$. Naša funkcija $f(x)$ i funkcija koja je rješenje moraju se poklapati za sve vrijednosti x iz domene fukcije f. Što znači da se moraju poklapati i za $x=1$. Time dobivamo $f(1)=-4$, $f_A(x)=-4$, $f_B(x)=-2$, $f_C(x)=2$, i $f_D(x)=4$. Budući da se f i f_A poklapaju, onda je **A.** točan odgovor (jer je jedan od odgovora sigurno točan). ✓

Zapamtite! Kada treba skratiti izraz, a imate ponuđene odgovore, onda je često zgodno zamijeniti x konkretnim brojem. Naši zlatni brojevi su od sada $1, -1$ i 0.

Ovakvim načinom rješavanja zadatak obično možemo riješiti za manje od 1 minutu. Mi naravno nismo time dokazali, već samo pogodili rješenje. Pogledajmo sljedeći primjer.

Primjer 2. Skraćivanjem razlomka $\dfrac{x^3-x^2-x+1}{x^4-2x^2+1}$ dobivamo:

$$\textbf{A.}\ \frac{1}{x-2} \quad \textbf{B.}\ \frac{1}{x+1} \quad \textbf{C.}\ \frac{1}{3x+2} \quad \textbf{D.}\ \frac{1}{x-1}$$

Rješenje. Ovaj zadatak riješimo u roku od 1 sekunde. Zamijenimo $x=0$ i dobivamo da je odgovor **B**. ✓

Zadaci često neće biti ovako lagani. Tako bi bilo zgodno da uvježbate rad sa računarom (kalkulatorom). Primijetimo također da su u prethodnom primjeru brojevi 1 i -1 beskorisni jer u nazivniku dobivamo 0. No možemo umjesto toga uvrstiti broj i da to izbjegnemo.

Primjer 3. Pojednostavljivanjem izraza $\left(\dfrac{a}{a-b}-b:(a+b)+\dfrac{2ab}{a^2-b^2}\right)\cdot\left(\dfrac{a}{a-b}-\dfrac{b}{a+b}-\dfrac{2ab}{a^2-b^2}\right)$ dobivamo

$$\textbf{A.}\ a \quad \textbf{B.}\ b \quad \textbf{C.}\ 1 \quad \textbf{D.}\ \frac{b}{a+b}$$

Rješenje. Stavimo $b=0$ i odmah slijedi da je naša "kobasica" kad se pojednostavni 1, tj. točan odgovor je **C**. ✓

Ovom metodom možemo doći do rješenja toliko brzo da je nevjerojatno koliko smo vremena uštedjeli. Doduše, gornji primjer je krajnje jednostavan.

Primjer 4. Transformacijom izraza $\sin^2 x + \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right)$ dobije se

$$\textbf{A.}\, 1+\cos x \quad \textbf{B.}\, \sin x \quad \textbf{C.}\, \frac{1}{4} \quad \textbf{D.}\, \frac{1}{2}$$

Rješenje. Uvrštavanjem $x = 0$ jednostavno slijedi da je izraz $(\cos(\pi/3))^2 = \frac{1}{4}$ tj. odgovor je **C**. ✓
Prilikom odabira konkretnog broja moramo imati na umu da izaberemo onakav broj za koji se ponuđeni odgovori neće poklapati.

Primjer 5. Ako je $a = \frac{2}{5}$, onda je $\frac{x}{ax - 2a^2} - \frac{2}{x^2 + x - 2ax - 2a}\left(1 + \frac{3x + x^2}{3 + x}\right)$

$$\textbf{A.}\, \frac{2}{5} \quad \textbf{B.}\, \frac{2}{5}x \quad \textbf{C.}\, \frac{5}{2} \quad \textbf{D.}\, \frac{5}{2}x$$

Rješenje. Ovo je jedan od najboljih primjera za ovu metodu. Uvrstimo $x = 0$ i sve *nestaje*! Dobivamo da je naš izraz za $x = 0$ jednak

$$\frac{1}{a} = \frac{5}{2}.$$

Znači naš odgovor je **C**. ✓

Još jedno razmišljanje

Za kraj ovog dijela evo još jednog klasičnog primjera. Kad smo učili polinome često su nam govorili da bi bilo dobro da naslutimo jedno rješenje. No na prijemnim ispitima imamo već ponuđene odgovore i znamo da je jedan od njih točan! Čemu tražiti nešto što već imamo?

Primjer 6. Rješenje jednadžbe $\frac{3x^2 + 2}{x^2 - 1} + \frac{2(x-2)}{x+2} = \frac{5(x^2 - x - 1)}{x^2 - 1}$ je

$$\textbf{A.}\, x = 1 \quad \textbf{B.}\, x = -2 \text{ i } x = -1 \quad \textbf{C.}\, x = 6 \quad \textbf{D.}\, x = 0$$

Rješenje. Za početak eliminirajmo rješenja zbog kojih bi smo mogli dobiti dijeljenje s 0. Znači odmah otpadaju **A** i **B**. Za $x = 0$ lako provjerimo da nije rješenje i preostaje nam $x = 6$ kao jedina mogućnost, dakle naš odgovor je **C**. ✓

Primjer 7. Skup svih cjelobrojnih rješenja jednadžbe $12 + x - x^2 \geq 0$ je

$$\textbf{A.}\, \{2,3,5,6,7,8,9\} \quad \textbf{B.}\, [-2,1] \quad \textbf{C.}\, \{-3,-2,-1,0,1,2,3,4\} \quad \textbf{D.}\, \emptyset$$

Rješenje. Primijetimo da je $x = 0$ rješenje naše nejednadžbe. Odmah otpadaju rješenja **A** i **D**. Odgovor pod **B** je skup realnih brojeva, što nam ostavlja odgovor pod **C**. ✓
Ovime za ovaj broj završavamo ovu metodu.

Završni komentari

Mnogi će se vjerojatno začuditi ovim metodama. Neki će reći: *Pa svatko na ovaj način može položiti prijemni.* No je li baš tako? Nije, a postoje dva razloga:

1. Osobe koje su sposobne shvatiti ove metode posjeduju već dovoljno matematičkog znanja da i *normalnim* načinom riješe ove zadatke.
2. Ne mogu se svi zadaci riješiti na ovaj način, pa ove metode samo pomažu da budući studenti uštede vrijeme i dobiju više vremena za ostale (teže) zadatke.

Toliko u ovom broju. Vidimo se u sljedećem! Tada krećemo u nova istraživanja kroz svijet prijemnih ispita.

Ispitko Matković