

Topografski Rossbyevi valovi u Jadranu

Gordana Beg

Institut za oceanografiju i ribarstvo, Split

Mirko Orlić

Geofizički zavod Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu

Primljeno 1. ožujka 1990, u konačnom obliku 31. svibnja 1990.

U radu se prikazuju dva modela topografskih Rossbyevih valova. Prvi model reproducira gibanje valova uz ravnu obalu, a zasnovan je na radu V. T. Buchwalda i J. K. Adamsa iz 1968. godine. Drugi model simulira propagaciju valova u kružnom bazenu, a detaljno je prikazan na osnovi naznaka što ih je H. Lamb objavio u svojoj *Hidrodinamici* (1932). Oba modela primijenjena su na Jadran, prvi na jugoistočno priobalje, drugi na sjeverni i srednji Jadran. Pokazalo se da su teorijski rezultati u suglasju s nekim osobinama mareografskih i strujomjernih vremenskih nizova za područje Jadrana.

Topographic Rossby waves in the Adriatic Sea

In the paper two models of topographic Rossby waves are reviewed. The first one reproduces the propagation of waves along the straight coast, and is based on the paper published by V. T. Buchwald and J. K. Adams in 1968. The second model simulates the propagation of waves in a circular basin, and is described in some detail on the basis of derivation sketched by H. Lamb in his *Hydrodynamics* (1932). Both models have been applied on the Adriatic Sea, the first on the south-eastern coast, the second on the north and middle Adriatic. It has been shown that the theoretical results agree with some characteristics of sea-level and current time series registered in the Adriatic Sea.

1. Uvod

Topografski Rossbyevi valovi su dugoperiodične slobodne oscilacije koje se javljaju u plitkim priobalnim područjima, okrajnim morima i velikim jezerima u zimskom periodu, kad se stratifikacija može zanemariti. Generirani su impulsnim djelovanjem vjetra, a prigušuje ih pridneno trenje. Ove valove karakteriziraju mali pomaci slobodne površine i rotacijska gibanja u unutrašnjosti fluida.

Prije nego što je empirijski utvrđeno postojanje topografskih Rossbyevih valova u morima i jezerima, oni su dobiveni kao rješenja jednadžbi za plitki fluid, i to rješenja druge klase. Prvi ih je dobio Lamb (1932) za kružni bazen paraboloidnog dna, a zatim i Ball (1965) za eliptički paraboloid.

Mehanizam koji podržava oscilacije druge klase najjednostavnije je objasniti pomoću potencijalne vrtložnosti $(\eta + f)/H$. Ova je veličina u plitkom fluidu očuvana i vrijedi:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\eta + f}{H} \right) = 0. \quad (1)$$

U izrazu (1) η je relativna vrtložnost, proporcionalna kutnoj brzini rotacije pojedinih čestica u fluidu, f je Coriolisov parametar, a H je dubina stupca fluida. Do promjena relativne vrtložnosti može doći zbog varijacija Coriolisovog parametra s geografskom širinom (tzv. β -efekt), što je mehanizam značajan na planetarnoj skali i odgovoran je za nastajanje Rossbyevih valova. U malim bazenima β -efekt je zanemariv, i do promjena relativne vrtložnosti dolazi zbog varijabilnosti dubine dna. To znači: kad se fluid giba u područje veće dubine, raste njegova relativna vrtložnost, a kad se giba prema području manje dubine, relativna vrtložnost mu se smanjuje. Varijabilne vrtložnosti dovode do propagacije topografskih Rossbyevih ili, kraće, topografskih valova.

U moru je topografske valove prvi otkrio Hamon (1962, 1966) kad je analizirao promjene razine mora u ovisnosti o promjenama atmosferskog tlaka na istočnoj obali Australije. Utvrdio je odstupanje od izostatskog odnosa (tj. da porastu tlaka od 1 mbara ne odgovara sniženje razine mora od 1 cm) koje je pripisao postojanju niskofrekventnih valova. Hamonova opažanja potakla su izradu niza matematičkih modela ove pojave, a i provedbu daljih empirijskih istraživanja u morima i jezerima. Sumarne prikaze empirijskih i teorijskih rezultata objavili su LeBlond i Mysak (1977), Csanady (1982) i dr.

U ovom radu bit će pomoću dva analitička modela, za ravnu obalu i kružni bazen, prikazana osnovna kinematička svojstva topografskih Rossbyevih valova. Modeli se zasnivaju na radovima Buchwalda i Adamsa (1968, ravna obala) i Lamba (1932, kružni bazen), s time da će se ovdje nešto detaljnije ispisati izvod za kružni bazen. Rješenja modela za ravnu obalu primijenit će se na jugoistočni Jadran, čiji šelf možemo dobro aproksimirati eksponencijalnom funkcijom, a rješenja za kružni bazen na sjeverni i srednji Jadran, bazen za koji smo uzeli da ima oblik rotacijskog paraboloida. U oba slučaja modovi topografskih valova sastoje se od niza cirkulacijskih ćelija, a cijeli sistem giba se brzinom koja ovisi o rednom broju moda. Ako gledamo u smjeru u kojem val putuje, smjer gibanja je takav da obala ostaje na sjevernoj hemisferi s desne strane. Karakteristike rješenja za strujnu funkciju, kao i disperzna svojstva valova uz ravnu obalu, podudaraju se s nekim empirijskim indikacijama o postojanju topografskih Rossbyevih valova u Jadranu.

2. Model ravne obale i eksponencijalnog profila dna

Analiza osnovnih svojstava topografskih Rossbyevih valova za ravnu obalu temeljit će se na radu Buchwalda i Adamsa (1968). Krenut ćemo s lineariziranim jednadžbama za plitki fluid, koje dobijemo iz općih izraza za slobodne oscilacije

homogenog fluida, uz pretpostavku da vrijedi hidrostatska aproksimacija, te uz uvjet da su amplitude male, što omogućava zanemarivanje nelinearnih članova.

Dakle imamo:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = -g \frac{\partial \xi}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = -g \frac{\partial \xi}{\partial y} \quad (3)$$

$$\frac{\partial (Hu)}{\partial x} + \frac{\partial (Hv)}{\partial y} + \frac{\partial \xi}{\partial t} = 0. \quad (4)$$

Veličine u i v su komponente brzine u x i y smjeru, H je dubina dna, ξ denivelacija, g akceleracija sile teže, a f je Coriolisov parametar ($f=2\Omega \sin \phi$, gdje je ϕ geografska širina, a Ω je kutna brzina rotacije Zemlje). Pravokutni koordinatni sustav odabiremo tako da je x os okomita na obalu i usmjerena je od obale, a os y je položena duž obale.

Pretpostavke koje ćemo uvažiti u ovom modelu jesu da možemo zanemariti promjene Coriolisovog parametra s geografskom širinom, što je razumljivo zbog malih dimenzija šelfa, zatim da imamo valove čiji su periodi veći od inercijalnih te da geometrija šelfa zadovoljava uvjet:

$$\varepsilon = \frac{f^2 L^2}{gh} \ll 1, \quad (5)$$

gdje je L širina, a h srednja dubina šelfa. Uz te pretpostavke vrijedi da su gibanja bezdivergentna (Ball, 1965):

$$\frac{\partial (uH)}{\partial x} + \frac{\partial (vH)}{\partial y} = 0, \quad (6)$$

što nam omogućava uvođenje strujne funkcije ψ :

$$u = \frac{1}{H} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \right), \quad v = -\frac{1}{H} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right), \quad (7)$$

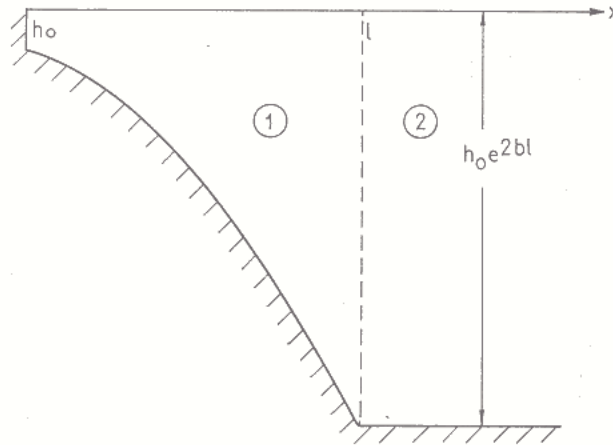
pa iz početnih jednadžbi možemo dobiti jednadžbu vrtložnosti:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{H} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{H} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \right] + f \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{H} \right) \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{H} \right) \frac{\partial \psi}{\partial y} \right] = 0. \quad (8)$$

Jednadžba (8) može se riješiti iz odabir konkretnog profila dna, a njega odabiremo ovako:

$$H(x) = \begin{cases} h_0 e^{2bx}, & 0 \leq x \leq l \\ h_0 e^{2bl}, & x > l \end{cases} \quad (9)$$

Dubina, dakle, ovisi samo o x . Do udaljenosti l od obale imamo šelf eksponencijalnog nagiba, koji je zatim povezan s bazenom konstantne dubine (slika 1). Ta dva područja označit ćemo sa 1 i 2 te će se indeksi koji se javljaju dalje u tekstu odnositi na njih.



Slika 1. Profil dna u ravnini okomitoj na ravnu obalu.

Figure 1. Bottom profile as seen in a vertical section perpendicular to the straight coast.

Pretpostavit ćemo da je oblik rješenja za strujnu funkciju:

$$\psi(x, y, t) = \phi(x) e^{(\gamma y - \omega t)}, \quad (10)$$

što predstavlja val koji putuje u y smjeru brzinom ω/γ .

Ako izraz (10) uvrstimo u jednadžbu vrtložnosti, za područje 1 dobijemo diferencijalnu jednadžbu s konstantnim koeficijentima za amplitudu strujne funkcije:

$$\phi'' - 2b\phi' - \left(\frac{2b\gamma}{\sigma} + \gamma^2 \right) \phi = 0, \quad (11)$$

gdje je σ omjer kružne frekvencije i Coriolisovog parametra, $\sigma = \omega/f$. Pogodno rješenje za amplitudu strujne funkcije je suma trigonometrijskih funkcija sinusa i kosinusa, a uz uvjet da kroz čvrstu granicu nema okomitog transporta imamo:

$$\phi_1(x) = A e^{b(x-l)} \sin mx, \quad 0 \leq x \leq l, \quad (12)$$

gdje je A proizvoljna konstanta i uz oznaku m za koju vrijedi:

$$m^2 + b^2 + \gamma^2 + \frac{2b\gamma}{\sigma} = 0. \quad (13)$$

Iz izraza (13) vidi se da je veličina $2b\gamma f/\omega$ negativna te da je na sjevernoj hemisferi ($f > 0$) fazna brzina ω/γ negativna, što znači da se valovi šire u negativnom y smjeru ostavljajući obalu s desne strane.

U području 2, $x > l$, jednadžba za amplitudu strujne funkcije poprima slijedeći oblik:

$$\phi'' - \gamma^2 \phi = 0. \quad (14)$$

Rješenje prethodne jednadžbe, uz uvjet da je u beskonačnosti strujna funkcija konačna, glasi:

$$\phi_2(x) = B e^{-|\gamma|(x-l)}, \quad x > l, \quad (15)$$

pri čemu je proizvoljna konstanta označena sa B .

Na prijelazu iz područja 1 u područje 2 moramo imati kontinuirane transporte okomite na obalu i kontinuirane denivelacije:

$$u_1 = u_2, \quad x = l, \quad (16)$$

$$\xi_1 = \xi_2, \quad x = l, \quad (17)$$

što nam daje uvjete za amplitudu strujne funkcije na $x = l$:

$$\phi_1(l) = \phi_2(l), \quad (18)$$

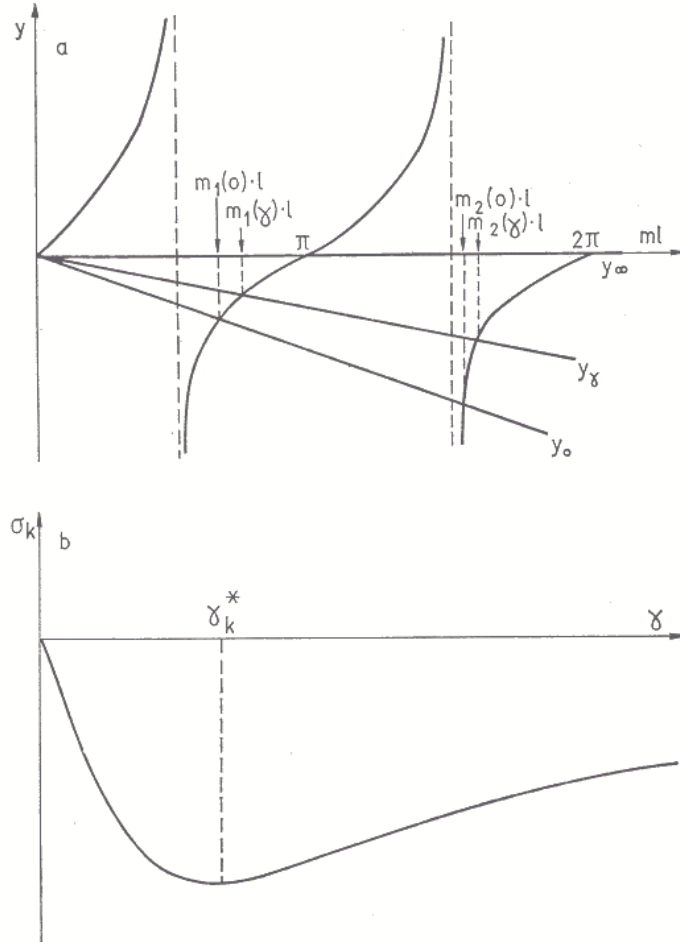
$$\phi_1'(l) = \phi_2'(l), \quad (19)$$

iz kojih slijedi:

$$\operatorname{tg} ml = - \frac{m}{|\gamma| + b}. \quad (20)$$

Svojstva jednadžbe disperzije možemo dobiti ako razmotrimo presjecišta krivulje $y = \operatorname{tg} ml$ i pravca $y = -ml/(|\gamma| + b)l$ (slika 2a). Sa y_γ označimo pravac kome pripada vrijednost valnog broja γ , a sa $m_k(\gamma)l$ apscisu presjeka k -te grane tangensa i pravca y_γ . Za jednu vrijednost parametra γ imamo beskonačno mnogo presjecišta pravca s krivuljom tangens. Znači da se rezultatno valno gibanje dobije kao suma osnovnih modova ($k=1$) različitih valnih duljina i njihovih odgovarajućih viših modova ($k=2,3, \dots$). Kad izračunamo vrijednosti $m_k(\gamma)$, možemo skicirati krivulju $\sigma_k(\gamma)$ za k -ti mod (slika 2b). Za duge valove ($\gamma \rightarrow 0$) imamo linearno opadanje krivulje sa γ , što znači da su dugi valovi gotovo nedisperzivni. Za male valne duljine ($\gamma \rightarrow \infty$) $\sigma_k(\gamma)$ raste po zakonu $1/\gamma$. Nakon postignutog minimuma $\sigma_k(\gamma)$ za γ_k^* , grupna i fazna brzina imaju različite predznake, što znači da se energija valova malih valnih duljina širi u suprotnom smjeru od gibanja pojedinih oscilacija koje superponirane daju ukupni valni poremećaj.

Karakteristike topografskih Rossbyevih valova uz ravnu obalu dobit ćemo kad odredimo vrijednosti strujne funkcije i krivulje disperzije za konkretni bazen. Iz izraza za strujnu funkciju mogu se lako pomoću izraza (7) naći komponente brzine, a i razdioba denivelacija koja je u prvoj aproksimaciji dana geostrofičkom ravnotežom.



Slika 2. a) Grafičko rješenje jednadžbe (20),
b) skica krivulje disperzije.

Figure 2. a) Graphic solution of equation (20),
b) sketch of the dispersion curve.

3. Model rotacijskog paraboloida

Topografske Rossbyeve valove u kružnom bazenu razmatrat ćemo pomoću lineariziranih jednadžbi za plitki fluid u polarnom sustavu (Lamb, 1932):

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = -g \frac{\partial \xi}{\partial r}, \quad (21)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = -g \frac{1}{r} \frac{\partial \xi}{\partial \theta}, \quad (22)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (ruH)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (vH)}{\partial \theta} + \frac{\partial \xi}{\partial t} = 0. \quad (23)$$

Radijalna komponenta brzine označena je sa u , tangencijalna komponenta sa v , r je radijvektor, a θ polarni kut.

Ponovno ćemo pretpostaviti da je Coriolisov parametar konstantan, da su periodi veći od inercijalnih te da vrijedi:

$$\varepsilon = \frac{f^2 L^2}{gh} \ll 1, \quad (24)$$

gdje su h i L tipične vertikalne i horizontalne dimenzije. Uz te pretpostavke vrijedi kao i ranije da divergencija transporta iščezava:

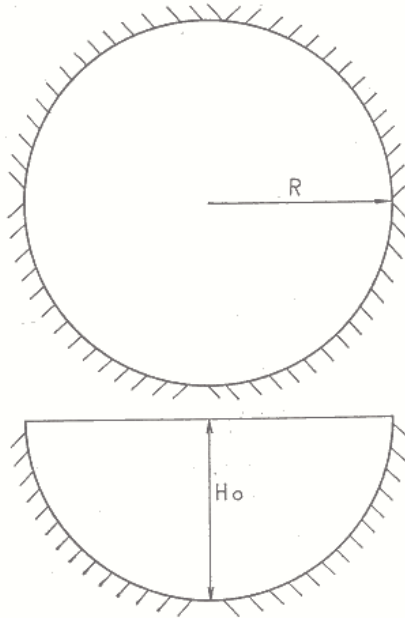
$$\frac{\partial}{\partial r} (ruH) + \frac{\partial}{\partial \theta} (vH) = 0, \quad (25)$$

što nam omogućava uvođenje strujne funkcije:

$$u = \frac{1}{rH} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \quad v = -\frac{1}{H} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad (26)$$

na osnovi čega možemo iz početnih jednadžbi dobiti jednadžbu vrtložnosti:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r}{H} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{H} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) \right] + f \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{H} \right) \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{H} \right) \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right] = 0. \quad (27)$$



Slika 3. Model kružnog bazena.
Figure 3. Circular basin model.

Da bismo je lakše riješili, pretpostavit ćemo da dubina ovisi samo o radijalnoj udaljenosti r , pa ćemo uzeti da je naš bazen rotacijski paraboloid:

$$H(r) = H_0 \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad (28)$$

s maksimalnom dubinom H_0 i radiusom R (slika 3).

Strujna funkcija neka je val koji putuje s amplitudom $\phi(r)$:

$$\psi_k(r, \theta, t) = \phi(r) e^{i(k\theta - \omega t)}, \quad (29)$$

gdje je indeks k pozitivan cijeli broj koji karakterizira azimutalne modove, a ω je kružna frekvencija.

Uz zadani oblik bazena i strujne funkcije iz jednadžbe vrtložnosti imamo ovu diferencijalnu jednadžbu drugog reda:

$$\left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \left(\phi'' + \frac{1}{r} \phi' - \frac{k^2}{r^2} \phi \right) + \frac{2r}{R^2} \phi' + \frac{2fk}{\omega R^2} \phi = 0. \quad (30)$$

Rješenje prethodne jednadžbe tražimo u obliku reda potencija od r/R uz uvjet da je amplituda strujne funkcije konačna u ishodištu, pa se u izrazima za amplitudu strujne funkcije ograničavamo na pozitivne indekse:

$$\phi(r) = \sum_{m=0}^{\infty} A_m \left(\frac{r}{R} \right)^m \quad (31)$$

Kada taj izraz, kao i njegove derivacije, uvrstimo u jednadžbu (30), dobijemo vezu između dva uzastopna koeficijenta:

$$(m^2 - k^2) A_m = (m - n)(m + n - 6) A_{m-2}, \quad m = k+2, k+4, \dots, \quad (32)$$

gdje je oznaka n uvedena zbog jednostavnijeg računa:

$$\frac{2fk}{\omega} = (n-2)(n-4) - k^2, \quad (33)$$

i pri čemu vrijedi $A_0 = A_1 = \dots = A_{k-1} = A_{k+1} = A_{k+3} = \dots = 0$.

Izraz za amplitudu strujne funkcije možemo pisati u obliku:

$$\begin{aligned} \phi(r) = A_k \left(\frac{r}{R} \right)^k & \left[1 - \frac{(n-k-2)(n+k-4)}{4(k+1)} \left(\frac{r}{R} \right)^2 + \right. \\ & + \frac{(n-k-2)(n+k-4)(n-k-4)(n+k-2)}{32(k+1)(k+2)} \left(\frac{r}{R} \right)^4 - \\ & \left. - \frac{(n-k-2)(n+k-4)(n-k-4)(n+k-2)(n-k-6)(n+k)}{384(k+1)(k+2)(k+3)} \left(\frac{r}{R} \right)^6 + \dots \right] \end{aligned} \quad (34)$$

Red u zagradi je hipergeometrijski red, pa vrijedi:

$$\phi(r) = A_k \left(\frac{r}{R}\right)^k F\left[\alpha, \beta, \delta, \left(\frac{r}{R}\right)^2\right], \quad (35)$$

gdje su:

$$\alpha = \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}k - 2,$$

$$\beta = 1 + \frac{1}{2}k - \frac{1}{2}n,$$

$$\delta = k + 1.$$

Zbog $\delta - \alpha - \beta = 2$ hipergeometrijski red konvergira za svaki r , $0 \leq r \leq R$ (Abramowitz i Stegun, 1965).

Na rubu bazena gdje je dubina jednaka nuli mora iščezavati radijalna komponenta transporta. Radijalna komponenta transporta jednaka je nuli ako vrijedi:

$$\phi(R) = 0, \quad (36)$$

odnosno:

$$F(\alpha, \beta, \delta, 1) = 0. \quad (37)$$

Hipergeometrijski red iščezava za:

$$n = k + 6 + 2j, \quad j = 0, 1, 2 \dots \quad (38)$$

ili za:

$$n = -k - 2j, \quad j = 0, 1, 2 \dots \quad (39)$$

Bez obzira na to koji uvjet odaberemo, dobit ćemo isti hipergeometrijski red. Za pojedine vrijednosti parametra j hipergeometrijski red prelazi u polinom, a kružna frekvencija je oblika:

$$\omega_{kj} = f \frac{k}{2(j+2)(k+j+1) - k^2}, \quad (40)$$

gdje k označava broj čvornih dijametara, a j broj čvornih kružnica.

Ako se ograničimo na slučaj bez čvornih kružnica ($j=0$), imamo:

$$\phi(r) = A_k \left(\frac{r}{R}\right)^k \frac{H^2}{H_0^2}, \quad (41)$$

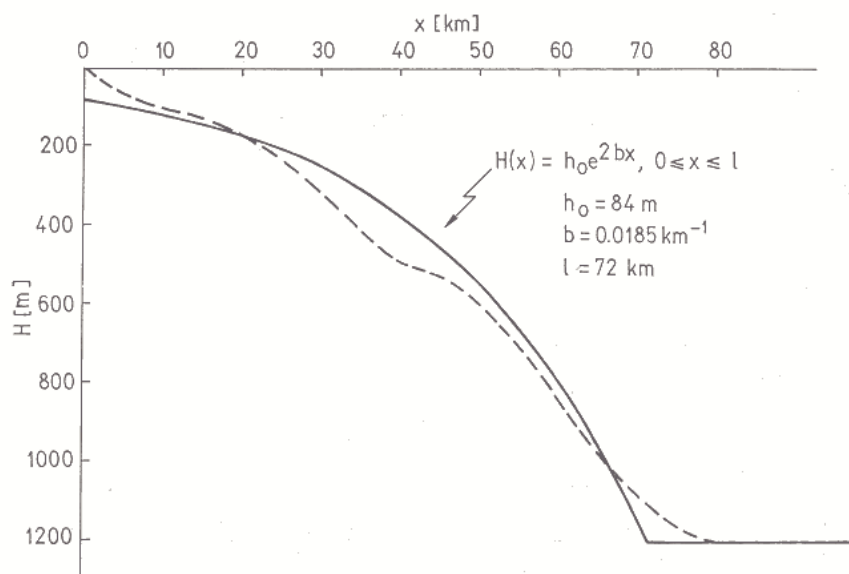
uz kružnu frekvenciju:

$$\omega_{k0} = f \frac{k}{3k+4}. \quad (42)$$

Radijalnu i tangencijalnu komponentu brzine možemo dobiti pomoću izraza za strujnu funkciju.

4. Primjena na Jadran

Da bismo dobili karakteristike topografskih Rossbyevih valova, potrebno je odrediti vrijednosti strujne funkcije i krivulje disperzije za konkretan bazen. Rješenja modela za ravnu obalu primijenjena su na šelf ispred jugoistočne obale Jadrana u potezu od Dubrovnika do albanske obale. Veličine koje karakteriziraju šelf (h_0, b, l) izračunate su metodom najmanjih kvadrata (slika 4). Uz te parametre i odabir konstante $A=1 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ (koja ovisi o generirajućoj sili) te valne duljine 100 km, izračunate su vrijednosti strujne funkcije za prvi mod u trenutku $t=0$ (slika 5). Radi jednostavnijeg računa uzeto je $m_1(\gamma)=\pi/l$. Strujni sistem se sastoji

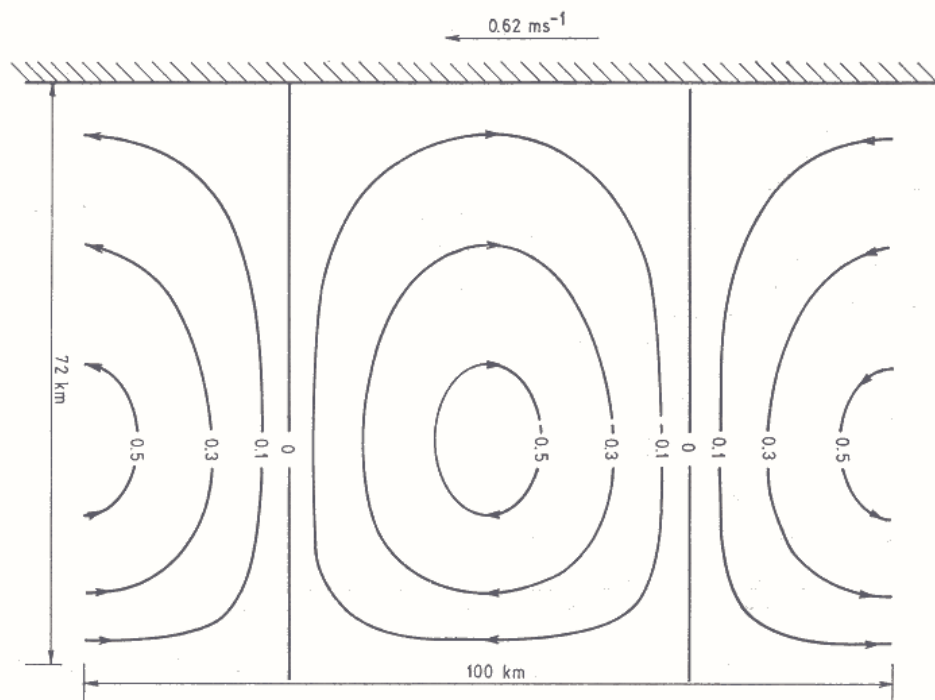


Slika 4. Srednje dubine šelfa ispred jugoistočne obale Jadrana (---) i krivulja kojom je aproksimiran šelf (—).
 Figure 4. Mean shelf depths off the south-eastern Adriatic coast (---) and curve approximating the shelf (—).

od niza cirkulacijskih ćelija koje se gibaju ostavljajući obalu zdesna. Treba naglasiti da se strujnice odnose na transporte i da su brzine, ako su promjene strujne funkcije jednake, veće u području manje dubine. Sa slike se vidi: ako se nalazimo u fiksnoj točki između obale i sredine šelfa, možemo zabilježiti satnu rotaciju struja u vremenu, dok je na većim udaljenostima od obale rotacija protusatna.

Odabirom $m_k(\gamma)=m_k(\infty)$ eliminirali smo strujnu funkciju u području konstantne dubine. Ipak to možemo smatrati dobrom aproksimacijom jer amplituda strujne funkcije za male valne duljine naglo opada izvan šelfa, što se vidi iz izraza (15), a kod velikih valnih duljina izraz (20) prelazi u:

$$\operatorname{tg} ml = -\frac{m}{b}, \quad (43)$$



Slika 5. Strujna funkcija za prvi mod topografskih Rossbyevih valova uz jugoistočnu obalu Jadrana, uz pretpostavku da je valna duljina 100 km, $m_1(\gamma) = m_1(\infty)$ i amplituda $A = 1 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$.

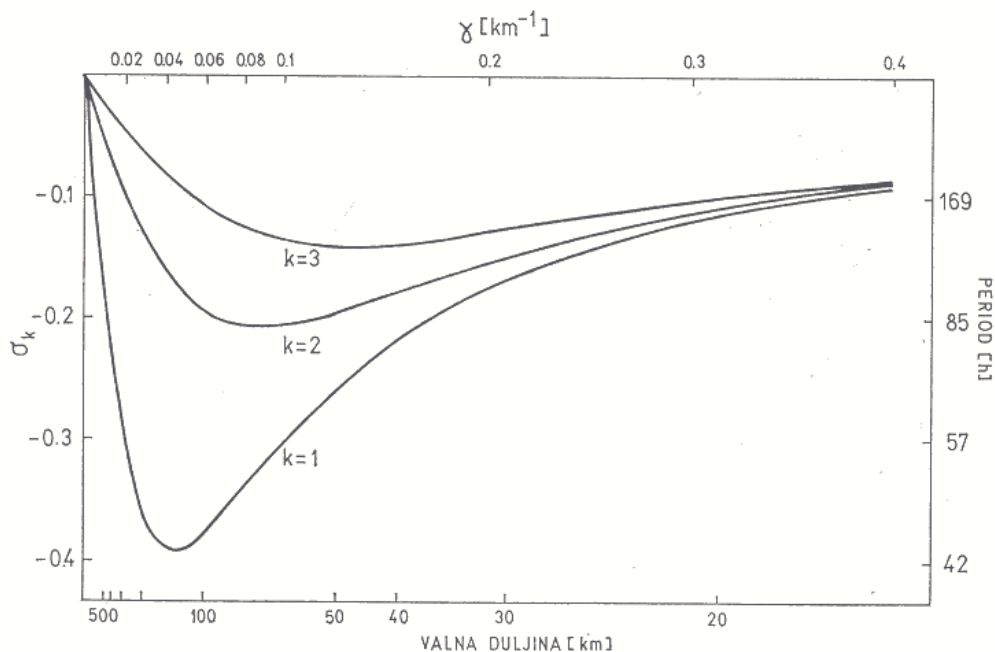
Figure 5. Stream function for the first mode of topographic Rossby waves propagating along the south-eastern Adriatic coast, assuming wave length equal to 100 km, $m_1(\gamma) = m_1(\infty)$ and amplitude $A = 1 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$.

što se također može dobiti ako uvažimo da je $v(l) = 0$ umjesto uvjeta na $x = l$ iz poglavlja 2. Ovaj posljednji uvjet opravdava se činjenicom da je omjer brzina v/u u području šelfa velik te da u području konstantne dubine obje brzine moraju biti istog reda veličine (Buchwald i Adams, 1968). Iz prethodnih argumenata možemo zaključiti da je energija topografskih Rossbyevih valova ograničena na područje šelfa.

Nadalje, određene su krivulje disperzije za prva tri moda (slika 6). Vidimo da topografske valove čine oscilacije čije se frekvencije nalaze u ograničenom intervalu te da je za određenu frekvenciju moguć ograničeni broj modova.

Što se dokaza o postojanju topografskih valova u Jadranu tiče, treba spomenuti da je unakrsna spektralna analiza podataka o korigiranom nivou mora za zimski period na području između Splita i Dubrovnika pokazala da u Jadranu postoje valovi čiji se smjer širenja podudara sa smjerom širenja topografskih valova (Gačić, 1983). Frekvencije valova odgovaraju teorijski dobivenim vrijednostima uz minimume krivulja disperzije za drugi i treći mod topografskih valova (Gačić, 1983; slika 6). Na tim frekvencijama grupna brzina iščezava, te se energija ne može širiti iz područja u kojem je valni poremećaj generiran.

U drugom koraku izračunate su vrijednosti strujne funkcije za sjeverni i srednji Jadran koji je aproksimiran rotacijskim paraboloidom s maksimalnom dubinom $H_0 = 243 \text{ m}$ i radiusom $R = 157 \text{ km}$. Uz odabir $A_1 = 1 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ dobivene su

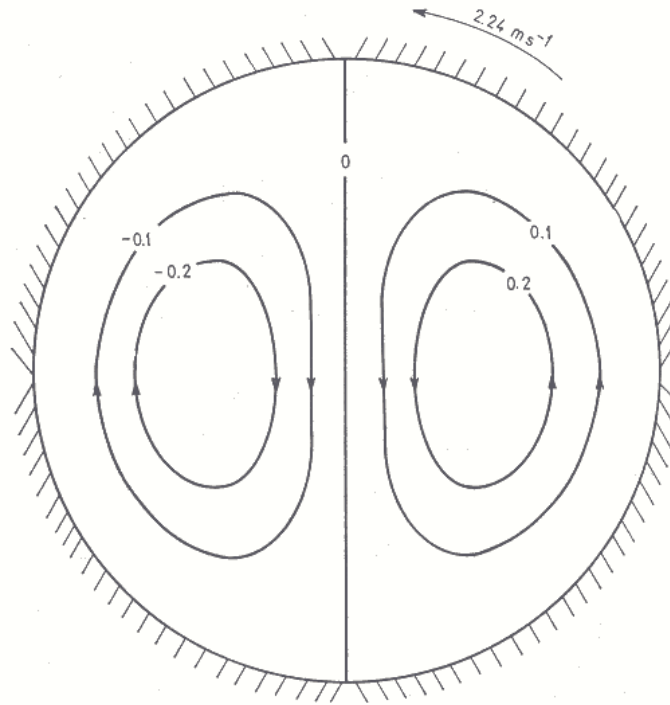


Slika 6. Krivulje disperzije za prva tri moda topografskih Rossbyevih valova na šelfu jugoistočnog Jadrana. Coriolisov parametar iznosi 10^{-4} s^{-1} .

Figure 6. Dispersion curves for the leading three modes of topographic Rossby waves on the south-eastern Adriatic shelf. Coriolis parameter equals 10^{-4} s^{-1} .

vrijednosti strujne funkcije za prvi mod bez čvornih kružnica u trenutku $t=0$ (slika 7). Brzina gibanja valnog poremećaja izračunata je kao $\omega_{10}R$. Uočavamo dvije cirkularne ćelije koje rotiraju po bazenu u smjeru suprotnom od kazaljke na satu kružnom frekvencijom $\omega_{10}=f/7$, što uz $f=10^{-4} \text{ s}^{-1}$ daje period od 5 dana. Viši modovi imaju više cirkulacijskih ćelija, frekvencija im raste, a period opada. Kao i kod ravne obale, dobiju se suprotne rotacije strujnog vektora uz obalu i u središtu bazena. Uz obalu je rotacija satna, a u središtu bazena protusatna. Valove u zatvorenom bazenu od valova na šelfu bitno razlikuje to što energija osnovnog moda u prvom slučaju nije ograničena na područje uz obalu. Za više modove vrijedi da je energija ograničena na usko područje uz obalu (Saylor et al., 1980).

U radu Kuzmića i Orlića (1987) pokazano je da u sjevernom Jadranu postoje slobodne oscilacije čiji se periodi podudaraju s teorijski dobivenim vrijednostima za topografske Rossbyeve valove u omeđenom bazenu. Mjerenja struja u periodu nakon jednog impulsa bure pokazala su satnu rotaciju strujnog vektora uz obalu što je u skladu sa svojstvom topografskih valova. Definitivni dokaz o postojanju tih oscilacija u Jadranu imali bismo kad bi mjerenja struja na većim udaljenostima od obale pokazala suprotnu rotaciju strujnog vektora.



Slika 7. Strujna funkcija za prvi mod topografskih Rossbyevih valova u cirkularnom bazenu maksimalne dubine 243 m i radijusa 157 km, uz odabir amplitude $A_1 = 1 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$.

Figure 7. Stream function for the first mode of topographic Rossby waves in circular basin whose maximum depth equals 243 m and radius amounts to 157 km, assuming amplitude $A_1 = 1 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$.

5. Zaključak

Analitički modeli koje smo razmatrali za ravnu obalu i kružni bazen dali su kao rješenja oscilacije velikih perioda, a konačni valni oblik rezultat je superpozicije različitih modova. Svaki mod ima niz cirkulacijskih ćelija čiji broj ovisi o pripadnom rednom broju. Periodi gibanja su reda veličine nekoliko dana. Osnovne karakteristike topografskih Rossbyevih valova trebale bi se iskoristiti u daljoj analizi podataka koja bi omogućila da se definitivno pokaže da ove oscilacije zaista postoje u Jadranu. Pritom je važno naglasiti da su dobivena bezdivergentna gibanja, s malim pomacima slobodne površine. Stoga bi u daljem radu bilo korisno obratiti pažnju na analizu podataka o strujama, jer su njihovi iznosi takvi da predstavljaju u odnosu na šum značajniji signal od denivelacija — reda veličine 1 cm — koje su karakteristične za topografske valove (Csanady, 1978). Strujomjere bi trebalo postaviti u nizu okomitom na obalu; kad bi se dobile rotacije suprotnih smjerova na odgovarajućim udaljenostima od obale, moglo bi se smatrati da topografski valovi postoje i krenuti s detaljnijim proučavanjem njihovih svojstava u Jadranu. Mjerenja je potrebno obavljati zimi, jer se tražene oscilacije javljaju u homogenom fluidu, po mirnom vremenu kojem bi prethodili periodi s relativno jakim vjetrom.

Što se modeliranja tiče, trebalo bi uvažiti i silu koja generira topografske Rossbyeve valove. Zbog velikih vrtložnosti logično je očekivati da je generirajuća sila vjetar. Adams i Buchwald (1969) prvi su ukazali na važnost dužobalne komponente napetosti vjetra. Također treba uzeti u obzir i pridneno trenje koje je odgovorno za prigušenje ovih oscilacija. Noviju analizu utjecaja pridnenog trenja na topografske Rossbyeve valove objavili su Mitsudera i Hanawa (1987).

Da bismo se još više približili realnosti, možemo s analitičkih prijeći na numeričke modele. U njima bi bazeni bili prikazani oblicima koji bi se bolje podudarali sa stvarnima. To naročito vrijedi za sjeverni i srednji Jadran gdje je aproksimacija rotacijskim paraboloidom dosta gruba, a teško je naći prikladan analitički izraz koji bi dobro opisivao stvarnu topografiju.

Literatura

- Abramowitz M., Stegun I.A. (1965): Handbook of Mathematical Functions, Dover Publications, New York, p. 556.
- Adams J.K., Buchwald V.T. (1969): The generation of continental shelf waves, *Journal of Fluid Mechanics*, **35**, 815–826.
- Ball F.K. (1965): Second-class motions of a shallow liquid, *Journal of Fluid Mechanics*, **23**, 545–561.
- Buchwald V.T., Adams J.K. (1968): The propagation of continental shelf waves, *Proceedings of the Royal Society of London, A* **305**, 235–250.
- Csanady G.T. (1978): Water circulation and dispersal mechanisms, in Lehrman A. (ed): *Lakes — Chemistry, Geology, Physics*, Springer — Verlag, New York, 21–64.
- Csanady G.T. (1982): *Circulation in the Coastal Ocean*, D. Reidel, Dordrecht, pp. 105–173.
- Gaćić M. (1983): Dugoperiodične oscilacije u strujnom polju u Jadranu, *Doktorska disertacija, Prirodno — matematički fakultet, Beograd*, pp. 40–46.
- Hamon B.V. (1962): The spectrums of mean sea level at Sydney, Coffs Harbour, and Lord Howe Island, *Journal of Geophysical Research*, **67**, 5147–5155.
- Hamon B.V. (1966): Continental shelf waves and the effects of atmospheric pressure and wind stress on sea level, *Journal of Geophysical Research*, **71**, 2883–2896.
- Kuzmić M., Orlić M. (1987): Wind — induced vertical shearing: ALPEX/MEDALPEX data and modelling exercise, *Annales Geophysicae*, **5B**, 103–112.
- Lamb H. (1932): *Hydrodynamics*, Cambridge University Press, Cambridge, pp. 282–293, 317–328.
- LeBlond P.H., Mysak L.A. (1977): Trapped coastal waves and their role in shelf dynamics, in Goldberg E.D. (ed): *The Sea* **6**, J. Wiley, New York, 459–495.
- Mitsudera H., Hanawa K. (1987): Effects of bottom friction on continental shelf waves, *Continental Shelf Research*, **7**, 699–714.
- Saylor J.H., Huang C.K., Reid R.O. (1980): Vortex modes in southern Lake Michigan, *Journal of Physical Oceanography*, **10**, 1814–1823.