

# ANALIZA METEOROLOŠKIH I HIDROLOŠKIH ODNOSA U KRŠU PRIMJENOM PARCIJALNE KROS-KORELACIJSKE FUNKCIJE VIŠEG REDA

dr. sc. Ana Kadić,  
dipl. ing. grad.

Fakultet građevinarstva,  
arhitekture i geodezije  
Sveučilišta u Splitu  
Mätze hrvatske 15, 21000 Split  
akadic@gradst.hr

prof. dr. sc. Vesna Denić-Jukić,  
dipl. ing. grad.

Fakultet građevinarstva,  
arhitekture i geodezije  
Sveučilišta u Splitu  
Mätze hrvatske 15, 21000 Split

prof. dr. sc. Damir Jukić,  
dipl. ing. grad.

Fakultet građevinarstva,  
arhitekture i geodezije  
Sveučilišta u Splitu  
Mätze hrvatske 15, 21000 Split

Detekcija složenih hidroloških odnosa u krškim sustavima može se preliminarno provesti putem analize vremenskih serija oborina i protoka s naglaskom na važnost i preporuku primjene parcijalne kros-korelacijske funkcije višeg reda. Parcijalna kros-korelacijska funkcija izdvaja kontrolne vremenske serije koje bitno utječu na korelaciju razmatranih ulazno-izlaznih vremenskih serija oborina i protoka. Doprinos rada prikazan je kroz primjenu korelacijske i parcijalne korelacijske analize višeg reda za karakterizaciju hidroloških odnosa dvaju susjednih krških izvora te za karakterizaciju odnosa oborine-otjecanje. Analiza je temeljena na raspoloživim satnim vrijednostima meteoroloških podataka (oborina, temperatura i relativne vlažnosti zraka) i hidroloških podataka (protoka), na postajama u slivu Jadra i Žrnovnice. Pokazano je da vremenske serije temperatura, relativnih vlažnosti i protoka bitno utječu na korelaciju oborina-protok tijekom sušnog i kišnog razdoblja. Demonstrirani pristup predstavlja poboljšanje u istraživanju složenih hidroloških odnosa susjednih krških izvora i primjenjiv je općenito.

**Ključne riječi:** izvor Jadro, izvor Žrnovnica, kros-korelacijska funkcija, parcijalna kros-korelacijska funkcija

## 1. UVOD

Hidrogeološke i hidrološke karakteristike krških vodonosnika su kompleksne i značajno se razlikuju od karakteristika granuliranih vodonosnika (Bonacci, 1987.; Hartmann i dr., 2012.; Sanchez i dr., 2015.). Podzemne strukture pora, pukotina, rascjepa, podzemnih kanala i špilja različitih veličina i oblika u slabo propusnom mediju topivih stijena uvjetuju složene hidrauličke uvjete tečenja kroz podzemlje, jer postoji izražena vremenska promjenjivost, prostorna heterogenost i diskontinuiranost hidrauličkih

parametra (Bonacci, 1987.; White, 2002.; Labat i dr., 2001., 2016.).

Primjena kros-korelacijske funkcije (CCF) u hidrologiji krša daje kvalitativne informacije vezane uz temeljno razumijevanje krškog sustava. Pomoću CCF moguće je odrediti linearnu ovisnost između vremenskih serija tijekom promatranog razdoblja i vrijeme odgovora (Larocque i dr., 1998; Panagopoulos i Lambrakis, 2006.). Vremenske serije oborina i protoka kao ulazno-izlazne vremenske serije promatranog

sustava su pod utjecajem raznih prostorno-vremenski promjenjivih procesa uključenih u transfer vode u hidrološkom ciklusu (Jukić i Denić-Jukić, 2011., 2015.). Efekti ovakvih procesa mogu biti obuhvaćeni kros-korelacijskim funkcijama. Koeficijent korelacije kvantificira linearu vezu između dvije vremenske serije (Mangin, 1982.; Sun i dr., 2013.; Zhou i dr., 2014.). Prema Barnard-u (1982.) i Liang-u (2014.), ovaj koeficijent ne sadrži informaciju koja ukazuje na uzrok linearne veze. Korelacija dviju vremenskih serija može biti rezultat neke treće vremenske serije koja kontrolira ili generira obje analizirane serije (Jukić i Denić-Jukić, 2011., 2015.). Ovaj se problem rješava korištenjem koeficijenta parcijalne korelacije. Koeficijent parcijalne korelacije mjeri linearu vezu između dvije vremenske serije ovisno o linearnom utjecaju drugih (kontrolnih) vremenskih serija te sadrži novu informaciju koja može ukazati na odnose promatranih veličina. Broj kontrolnih vremenskih serija definira red parcijalne korelacije. Koeficijenti parcijalne korelacije prvog reda i viših redova korišteni su u hidrologiji i drugim poljima znanosti vezanim za vodne resurse (Bellin i Rinaldo, 1995.; Vervier i dr., 1999.; Treble i dr., 2005.; Burn, 2008.; He i dr., 2001.; Vandenbohede i dr., 2011.; Fan i dr., 2013.). U području hidrologije krša parcijalne korelacijske funkcije prvog i višeg reda su tek nedavno analizirane i primijenjene (Jukić i Denić-Jukić 2015.; Kadić i dr., 2018.). Rezultati su pokazali napredak u: (1) identifikaciji utjecaja različitih vremenskih serija na brzo, srednje i bazno otjecanje, (2) detekciji sezonskih utjecaja međusilvinih tokova na otjecanje i (3) utvrđivanju hidroloških odnosa susjednih krških izvora.

U ovom je radu predstavljena praktična primjena parcijalne kros-korelacijske funkcije (PCCF) višeg reda u analizi odnosa oborine-protok između dva krška izvora, Jadro i Žrnovnica, i dva podpodručja smještena u središnjem dijelu slivnog područja izvora Jadro. Analizirana je kombinacija kontrolnih vremenskih serija koja uključuje srednju temperaturu zraka, srednju relativnu vlažnost zraka i protok krškog izvora.

## 2. METODE ANALIZE

### 2.1. Kros-korelacijska analiza

Kovarijanca između dviju vremenskih serija  $x_t$  i  $y_{t+k}$  duljine uzorka  $n$ , gdje je  $t = 1, 2, \dots, n$ , dana je prema izrazu (Jukić i Denić-Jukić, 2015.):

$$c_{xy_k} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-k} (x_t - \mu_x)(y_{t+k} - \mu_y) \quad (1)$$

gdje je  $k$  vremenski korak između dvije vremenske serije, a  $\mu_x$  i  $\mu_y$  predstavljaju srednje vrijednosti serija  $x_t$  i  $y_t$ . Koeficijent korelacije između  $x_t$  i  $y_{t+k}$  dobiva se prema izrazu:

$$r_{xy_k} = \frac{c_{xy_k}}{\sigma_x \sigma_y}, \quad (2)$$

gdje su  $\sigma_x$  i standardne devijacije serija  $x_t$  i  $y_t$ .

Za vremenske korake  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm m$ , koristeći jednadžbu (1), može se izračunati slijed koeficijenata  $c_{xy_k}$ , koji predstavljaju vrijednosti diskretne funkcije s argumentum  $k$ , koja se naziva funkcija kovarijance  $c_{xy}(k)$  (Jenkins i Watts, 1968.; Shumway i Stoffer, 2000.; Box i dr., 2008.). Točka skraćenja  $m$  određuje veličinu intervala na kojem se vrši analiza, čime se zaobilaze mogući problemi kao efekt memorije godišnjih ili višegodišnjih ponavljanja (Larocque i dr., 1998.). Koristeći funkciju kovarijance, kros-korelacijska funkcija između serija  $x_t$  i  $y_t$  se definira izrazom:

$$r_{xy}(k) = \begin{cases} \frac{c_{xy}(k)}{\sigma_x \sigma_y}; & k \geq 0 \\ \frac{c_{xy}(-k)}{\sigma_x \sigma_y}; & k < 0 \end{cases}, \quad (3)$$

gdje za  $k = 0$ ,  $r_{xy} = r_{xy}(0)$  predstavlja koeficijent korelacije između serija  $x_t$  i  $y_t$ .

### 2.2. Parcijalna kros-korelacijska analiza

Za ulaznu vremensku seriju  $x_t$  izlaznu vremensku seriju  $y_t$  te kontrolnu vremensku seriju  $z_t$ , koja kontrolira proces transformacije ulazne u izlaznu vremensku seriju ( $t=1,2,\dots,n$ ), linearni efekt kontrolne serije  $z_t$  može se isključiti iz kros-korelacijskog koeficijenta  $r_{xy}$  koristeći sljedeću jednadžbu za parcijalni koeficijent korelacije (Jukić i Denić-Jukić, 2015.):

$$r_{xy|z} = \frac{r_{xy} - r_{xz} \cdot r_{zy}}{\sqrt{(1-r_{xz}^2)} \sqrt{(1-r_{zy}^2)}}, \quad (5)$$

gdje je  $r_{xz}$  koeficijent korelacije između serija  $x_t$  i  $z_t$ , a  $r_{zy}$  koeficijent korelacije između serija  $y_t$  i  $z_t$ . Linearni odnosi između  $x_t$  i  $z_t$  i između  $y_t$  i  $z_t$  uklanjaju se iz koeficijenta korelacije  $r_{xy}$  oduzimanjem i razlika se normalizira. Rezultirajući koeficijent  $r_{xy|z}$  kreće se od -1 do +1. Treba naglasiti da je koeficijent parcijalne korelacije  $r_{xy|z}$  ekvivalentan koeficijentima korelacije između reziduala vremenskih serija  $x_t$  i  $y_t$  nakon regresije na kontrolnoj seriji  $z_t$ .

Jednadžbe parcijalnih korelacijskih koeficijenata višeg reda mogu se dobiti kao izravna proširenja parcijalnih korelacijskih koeficijenata prvog reda (jednadžba (5)). Ako je potrebno protumačiti utjecaj dviju kontrolnih serija, npr.  $z_t^1$  i  $z_t^2$ , sumarni utjecaj može se ukloniti iz koeficijenta korelacije koristeći:

$$r_{xy|z^1 z^2} = \frac{r_{xy|z^1} - r_{xz^2|z^1} \cdot r_{z^2 y|z^1}}{\sqrt{(1-r_{xz^2|z^1})} \sqrt{(1-r_{z^2 y|z^1})}}, \quad (6)$$

gdje je  $r_{xy|z^1 z^2}$  parcijalni koeficijent korelacije drugog reda izračunat pomoću parcijalnih koeficijenata prvog reda  $r_{xy|z^1}$ ,  $r_{xz^2|z^1}$  i  $r_{z^2 y|z^1}$ . U jednadžbi (6) se najprije uzima u obzir utjecaj kontrolne serije  $z_t^1$  procjenom  $r_{xy|z^1}$  a zatim utjecaj kontrolne serije  $z_t^2$  procjenom  $r_{xz^2|z^1}$  i  $r_{z^2 y|z^1}$ . Kontrolne serije su komutativne. Isti rezultat se dobiva ako je redoslijed obrnut, uzimajući prvo u obzir utjecaj od  $z_t^2$ , a zatim od  $z_t^1$ .

Za  $N$  kontrolnih serija  $z_t^1, z_t^2, \dots, z_t^N$ , parcijalni korelacijski koeficijent  $N$ -toga reda dobiva se prema izrazu:

$$r_{xy|z^1 \dots z^N} = \frac{r_{xy|z^1 \dots z^{N-1}} - r_{xz^N|z^1 \dots z^{N-1}} \cdot r_{z^N y|z^1 \dots z^{N-1}}}{\sqrt{(1-r_{xz^N|z^1 \dots z^{N-1}})} \sqrt{(1-r_{z^N y|z^1 \dots z^{N-1}})}}, \quad (7)$$

Ako je serija  $x_t$  korelirana sa  $y_{t+k}$  a  $z_t$  korelira sa  $x_t$  i sa  $y_{t+k}$  parcijalni koeficijent korelacije poprima oblik:

$$r_{xy_k|z} = \frac{r_{xy_k} - r_{xz} \cdot r_{zy_k}}{\sqrt{(1-r_{xz}^2)} \sqrt{(1-r_{zy_k}^2)}}, \quad (8)$$

gdje je  $r_{xy_k}$  koeficijent korelacije između  $x_t$  i  $y_{t+k}$  (jed. (2)), dok je  $r_{zy_k}$  koeficijent korelacije između  $z_t$  i  $y_{t+k}$ .

Za  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm m$ , jednadžba (8) poprima sljedeći oblik:

$$r_{xy|z}(k) = \frac{r_{xy}(k) - r_{xz} \cdot r_{zy}(k)}{\sqrt{(1-r_{xz}^2)} \sqrt{(1-r_{zy}(k))}}, \quad (9)$$

gdje su  $r_{xy}(k)$  i  $r_{zy}(k)$  kros-korelacijske funkcije za korak  $k$ . Jednadžba (9) daje diskretnu funkciju parcijalne korelacije s jednim argumentom, vremenskim korakom  $k$ . Pomoću ovog postupka linearni efekt kontrolne serije  $z_t$  uklanja se iz kros-korelacijske funkcije  $r_{xy}(k)$ .

Korištenjem kontrolne serije koja nije korelirana s ulaznom i izlaznom serijom, u jednadžbi (9) vidljiv je prijelaz iz parcijalne kros-korelacijske funkcije u kros-korelacijsku funkciju: ako je  $r_{xz} \rightarrow 0$  i  $r_{zy}(k) \rightarrow 0$ , onda  $r_{xy|z}(k) \rightarrow r_{xy}(k)$ .

Za set kontrolnih vremenskih serija  $Z_t = \{z_t^1, z_t^2, \dots, z_t^N\}$ , parcijalna kros-korelacijska funkcija se dobiva kao proširenje jednadžbe (7):

$$r_{xy|z^1 \dots z^N}(k) = \frac{r_{xy|z^1 \dots z^{N-1}(k)} - r_{xz^N|z^1 \dots z^{N-1}} \cdot r_{z^N y|z^1 \dots z^{N-1}(k)}}{\sqrt{(1-r_{xz^N|z^1 \dots z^{N-1}})} \sqrt{(1-r_{z^N y|z^1 \dots z^{N-1}(k)})}}, \quad (10)$$

Vjerojatnost pogreške koeficijenta parcijalne korelacije je ista kao za ukupnu korelaciju izračunatu iz uzorka iste veličine, tj. za slučajnu vremensku seriju približna 95%-tina granica pouzdanosti (CI) je  $\pm 2/\sqrt{n}$ . Vrijednosti koeficijenata parcijalne korelacije, odnosno koeficijenti korelacije koji padaju izvan tih granica, značajno su različite od nule na razini od 5% (Chatfield, 2004.).

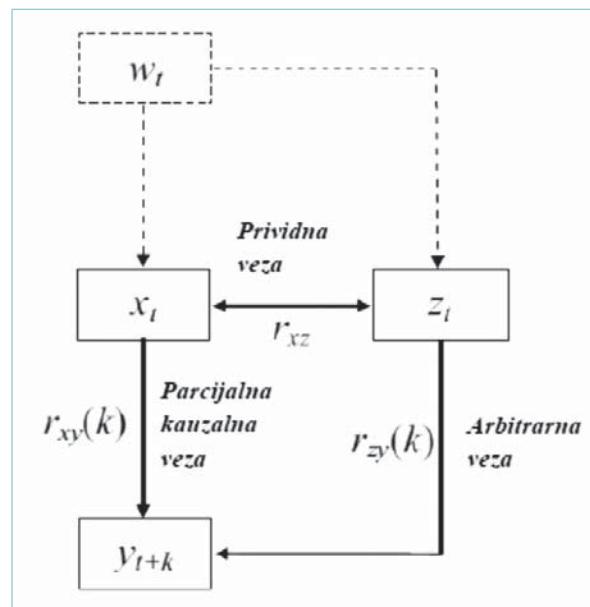
### 2.3. Praktična primjena parcijalne korelacijske analize

Osnove praktične primjene parcijalne korelacijske analize preuzete su iz rada Jukić i Denić-Jukić (2015.).

Slivno područje krškog izvora podijeljeno je na dijelove ovisno o položaju meteoroloških postaja. Svaki se dio smatra vremenski promjenjivim sustavom gdje je ulazna vremenska serija  $x_t$  oborina mjerena na meteorološkoj postaji, a izlazna vremenska serija  $y_t$  predstavlja protok samog izvora. Na susjednim meteorološkim stanicama može postojati set kontrolnih serija  $Z_t$  koji se sastoji od temperature zraka, relativne vlažnosti zraka i oborina. Ulazna vremenska serija  $x_t$  i set kontrolnih serija  $Z_t$  ovise o hipotetski neopaženoj seriji  $w_t$  koja predstavlja atmosferske procese na krškoj površini. Vremenska serija  $w_t$  se može smatrati neovisnom serijom koja generira  $x_t$  i  $Z_t$ , što podrazumijeva da vremenska promjenjivost  $x_t$  i  $Z_t$  ovise o  $w_t$ .

**Slika 1:** predstavlja shematsko objašnjenje odnosa između ulazne vremenske serije  $x_t$ , izlazne vremenske serije  $y_{t+k}$ , proizvoljne kontrolne vremenske serije  $z_t$  od seta  $Z_t$  i hipotetske neopažene serije  $w_t$ . Fizikalna objašnjenja korelacija  $r_{xy}(k), r_{xz} \text{ i } r_{zy}(k)$  (slika 1) ovise o uzročnoj povezanosti između serija  $x_t, y_{t+k}$  i  $z_t$ . Postoje dvije osnovne vrste odnosa između vremenskih serija: kauzalni i ne-kauzalni. Kauzalni odnos označava da jedna vremenska serija ima izravan utjecaj na drugu (npr., odnos oborina i protoka je kauzalni, jer je protok direktna fizikalna posljedica oborine). U ne-kauzalnim odnosima, odnos između dvije vremenske serije nije rezultat direktnog utjecaja jedne serije na drugu (npr., temperatura zraka i relativna vlažnost zraka imaju indirektne utjecaje na protok, jer je protok moguć i bez utjecaja temperature i relativne vlažnosti). U najekstremnijem slučaju ne-kauzalnog odnosa, serije su međusobno povezane bez utjecaja jedne serije na drugu. Veza između serija može postojati iz razloga što su obje serije fizikalna posljedica istog procesa (npr., prividna veza između oborina i temperature zraka, između oborina i relativne vlažnosti i između oborina promatranih na dvije susjedne meteorološke postaje). Na slici 1, serije  $x_t$  i  $z_t$  su fizikalne posljedice hipotetske neopažene serije  $w_t$  te je odnos između  $x_t$  i  $z_t$  prividan. Odnos između  $z_t$  i  $y_{t+k}$  je arbitran, ovisno o odabranoj kontrolnoj seriji. Serija  $y_{t+k}$  je fizikalna posljedica serije  $x_t$  što pretpostavlja da  $y_t$  ovisi o  $x_t$  a jednosmjerna veza između  $x_t$  i  $y_{t+k}$  je teoretski kauzalna. Odnosno, veza između  $x_t$  i  $y_{t+k}$  je samo

parcijalno kauzalna zbog postojećeg odnosa između  $z_t$  i  $y_{t+k}$ , što modificira  $y_{t+k}$  tj. kros-korelacijska funkcija  $r_{xy}(k)$  sadrži odnos između  $x_t$  i  $y_{t+k}$  i između  $z_t$  i  $y_{t+k}$ . Objasnjenje ovih utjecaja podrazumijeva određivanje parcijalne kros-korelacijske funkcije  $r_{xy|z}(k)$  koja opisuje kauzalni dio kros-korelacijske funkcije  $r_{xy}(k)$ .



Slika 1: Odnosi između vremenskih serija (prema Jukić i Denić-Jukić, 2015):  $x_t$  – ulazna vremenska serija,  $y_{t+k}$  – izlazna vremenska serija,  $z_t$  – kontrolna vremenska serija,  $w_t$  – hipotetska neopažena vremenska serija

### 3. HIDROGEOLOŠKE KARAKTERISTIKE SLIVA

Sliv Jadra i Žrnovnice je sliv krških morfoloških karakteristika, složenih hidrogeoloških i hidroloških uvjeta otjecanja, pri čemu hidrološka delineacija sliva nije pouzdano definirana i opisana (Jukić i Denić-Jukić 2008., 2015.; Kadić i dr., 2015.). Hipotetske granice pokrivaju otprilike  $450 \text{ km}^2$  (slika 2). Sjeverna granica predstavlja kompletну hidrogeološku barijeru koja se nalazi sjeverno od Mućkog polja. Trasiranje u ponoru Jablan otkrilo je brzu povezanost ovog područja s izvorima Jadra i Žrnovnice. Granica sliva na zapadu predstavlja samo hipotetsku granicu, jer se njezino određivanje temelji na manje važnim hidrogeološkim pokazateljima. Trasiranje ponora u Postinju pokazalo je da se zapadni dio Mućkog polja dijeli sa slivovima Ribnika i Mandrača. Južna granica sliva je obalna barijera nastala kontaktom između propusnih stijena zaleđa i nepropusnih stijena obalne regije. Izvori Jadra i Žrnovnica nalaze se u najnižem dijelu ovog kontaktnog područja. Istočna granica sliva nalazi se u blizini rijeke Cetine koja teče kroz karbonatnu formaciju na nadmorskim visinama iznad 300 m n.m. (Jukić i Denić-Jukić, 2008.). Izgradnjom hidroelektrana na rijeci Cetini došlo je do povećanja protoka izvora Jadra (Bonacci i Roje-Bonacci, 1997.) i spriječeno je presušivanje izvora Žrnovnica tijekom hidroloških minimuma (Jukić i

Denić-Jukić, 2008.). Trasiranje ponora u Grabovu Mlinu izvedeno 1963. godine pokazalo je izravnu vezu između rijeke Cetine i Jadra i Žrnovnice (Bonacci, 1987.). Traser se pojavio na oba izvora 23 dana nakon ubrizgavanja u ponor. Svi gore navedeni rezultati ukazuju na postojanje međusilvinskih podzemnih tokova (Bonacci i Andrić, 2015.; Kadić i dr., 2015.).



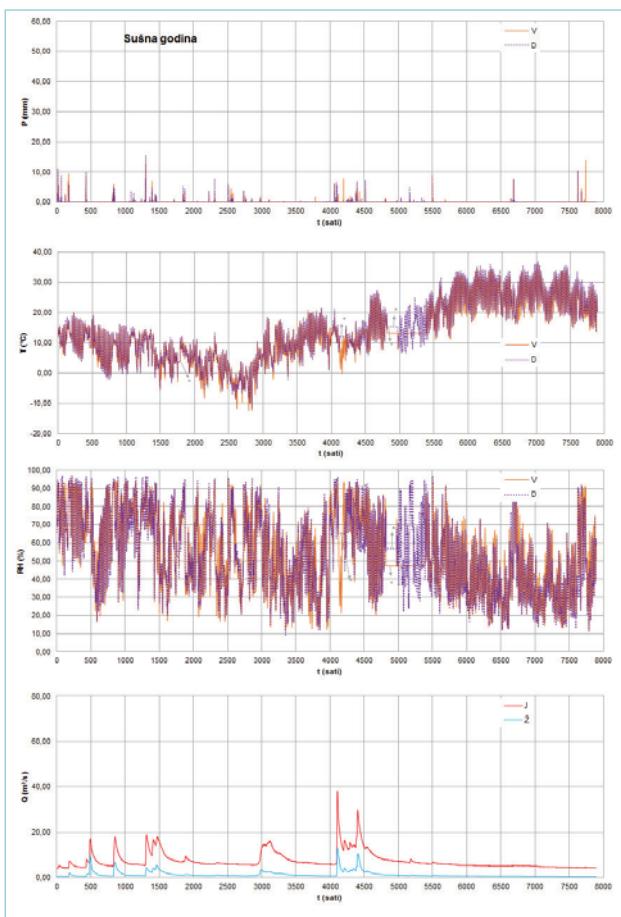
Slika 2: Hidrogeološka karta priljevnog područja izvora Jadra i Žrnovnice (prema Kapelj i dr., 2008.)

U tablici 1 dane su karakteristične vrijednosti za opažena otjecanja izvora Jadra i Žrnovnice za razdoblje 1995.-2005. godine (prema Kadić, 2017.). Srednji protok izvora Jadra u razdoblju 1995.-2005. iznosio je  $9.96 \text{ m}^3/\text{s}$ , a izvor Žrnovnice  $1.9 \text{ m}^3/\text{s}$ . Maksimalni izmjereni protok za izvor Jadra iznosio je  $70.06 \text{ m}^3/\text{s}$ , a minimalni je iznosio  $3.72 \text{ m}^3/\text{s}$ . Za izvor Žrnovnice maksimalni izmjereni protok iznosio je  $17.00 \text{ m}^3/\text{s}$ , a minimalni je iznosio  $0.31 \text{ m}^3/\text{s}$ .

U ovom radu analizirano razdoblje obuhvaća dvije uzastopne hidrološke godine satnih podataka (tablica 2); 1) sušnu hidrološku godinu od 20.10.2011. do 12.9.2012. (slika 3) i 2) kišnu hidrološku godinu od 13.09.2012. do 09.09.2013 (slika 4). Korišteni satni podatci su: 1) vremenske serije oborina s meteoroloških stanica Vučevica (V) i Dugopolje (D), 2) srednja temperatura zraka (T) s meteoroloških stanica Vučevica i Dugopolje, 3) srednja relativna vlažnost zraka (RH) s meteoroloških stanica Vučevica i Dugopolje, 4) protok izvora Jadra (J) i protok izvora Žrnovnica (Ž). Satni podatci sa meteoroloških postaja Vučevica ( $43.590652^\circ\text{N}, 16.401138^\circ\text{E}$ ) i Dugopolje ( $43.599677^\circ\text{N}, 16.401138^\circ\text{E}$ )

Tablica 1: Osnovne statističke karakteristike dnevних vremenskih serija protoka izvora Jadra i Žrnovnice 1995.-2005. (minimum, maksimum, srednja višegodišnja vrijednost i standardna devijacija) (prema Kadić, 2017.)

	Protok ( $\text{m}^3/\text{s}$ )			
	MIN	MAX	SR	STDEV
Jadro	3,72	70,06	9,96	7,36
Žrnovnica	0,31	17,0	1,9	2,08

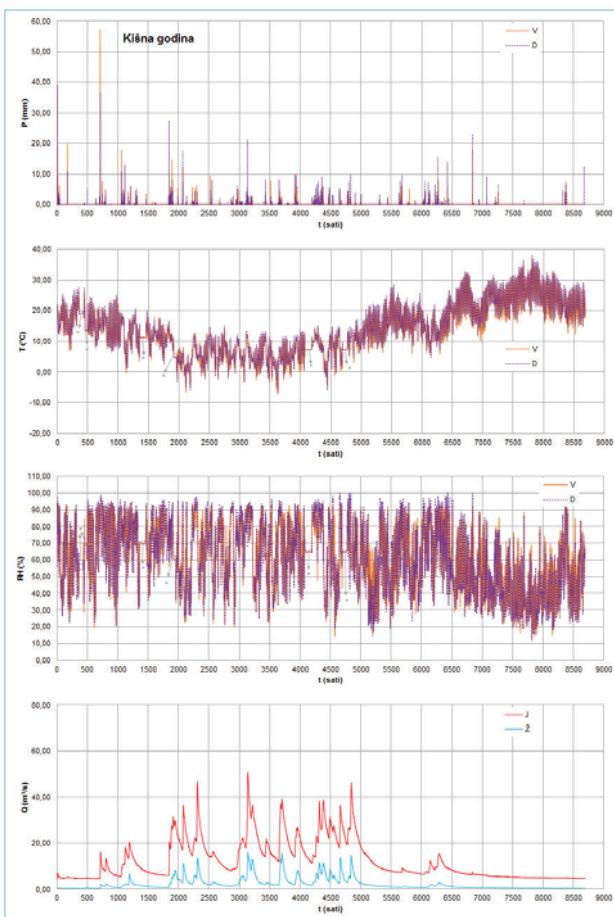


Slika 3: Satni podaci u sušnoj godini: P-oborine, T-srednja temperatura zraka, RH-srednja relativna vlažnost zraka, na postajama Vučevica i Dugopolje, i Q-protoci izvora Jadro i Žrnovnica. (\*) podaci nadopunjeni metodom osrednjavanja

16.564155°E) (slika 2) dobiveni su od Hrvatskih autocesta d.o.o.. Od Državnog hidrometeorološkog zavoda dobiveni su satni podatci za izvor Jadra, sumiranjem izmjerenih protoka na mjernim postajama Majdan, Dioklecijanov kanal i Novi kanal, i satni podatci za izvor Žrnovnicu mjereni na postaji Izvor (slika 2).

Tablica 2: Statističke karakteristike satnih podataka

		20.10.2011.-12.09.2012. (n = 7873)				13.09.2012.-09.09.2013. (n = 8689)			
		MAX	SUM	STDEV	MIN	MAX	SUM	STDEV	
Oborine (mm)	Vučevica	-	13,8	549	0,6	-	57,1	1132	1
	Dugopolje	-	15,2	591	0,6	-	38,5	1576	1,2
		MIN	MAX	SR	STDEV	MIN	MAX	SR	STDEV
Temperatura (°C)		-18,7	36,3	12,21	9,71	-8,9	36,9	13,59	8,18
Relativna vlažnost (%)		11	96	51,8	21,81	13	100	63,24	21,4
Protok (m <sup>3</sup> /s)	Jadro	4,01	38,13	7,39	3,71	4,18	50,79	12,25	8,58
	Žrnovnica	0,36	13	1,28	1,31	0,36	16,1	2,26	2,57

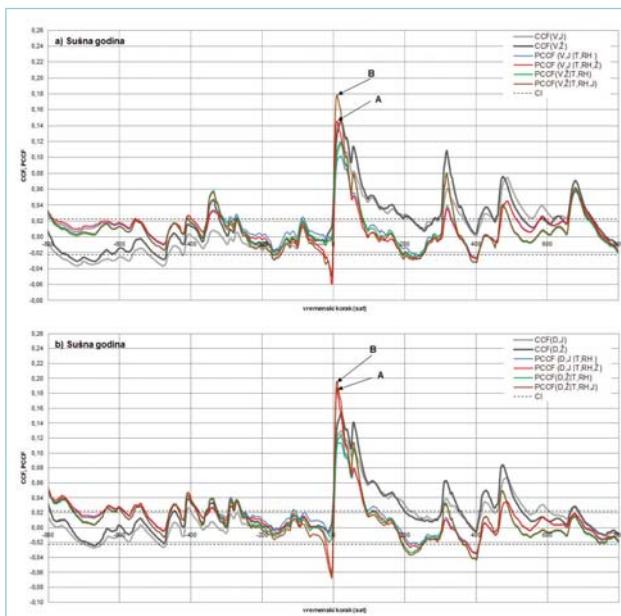


Slika 4: Satni podaci u kišnoj godini: P-oborine, T-srednja temperatura zraka, RH-srednja relativna vlažnost zraka, na postajama Vučevica i Dugopolje, i Q-protoci izvora Jadro i Žrnovnica. (\*) podaci nadopunjeni metodom osrednjavanja

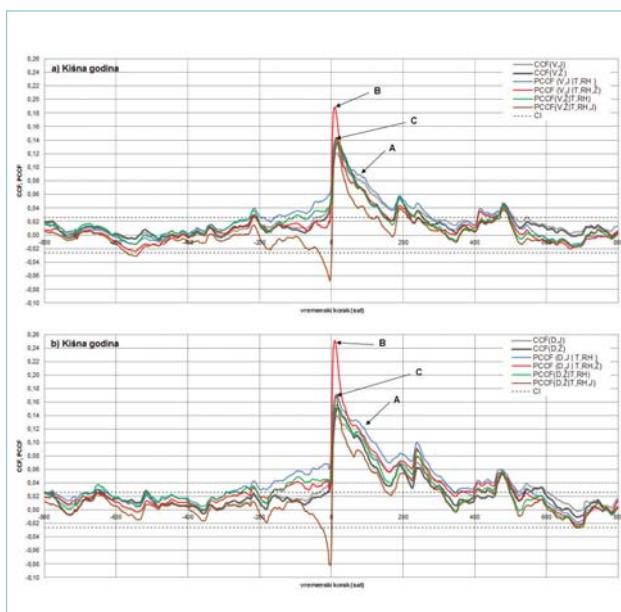
## 4. REZULTATI

Uspoređbe funkcija CCF i PCCF prikazane su na slikama 5 i 6. Interpretacija rezultata se odnosi na prvih 800 sati, budući da se značajni utjecaji kontrolnih signala javljuju u tom periodu. Nakon 800 sati utjecaji kontrolnih signala su uglavnom statistički beznačajni, odnosno, nemaju

nikakav fizikalni značaj (predstavljaju deformacije uslijed nestacionarnosti vremenske serije). Vremenske serije oborina s meteoroloških postaja Vučevica (V) i Dugopolje (D) zasebno se tretiraju kao ulazne serije. Vremenske serije protoka izvora Jadro (J) i Žrnovnica (Ž) zasebno se tretiraju kao izlazne serije. Kontrolne vremenske serije su sljedeće: srednja temperatura zraka (T), srednja relativna vlažnost (RH), protoci izvora Jadro (J) i Žrnovnica (Ž).



Slika 5: Usporedba funkcija  $CCF(x,y)$  i  $PCCF(x,y|z)$  u sušnoj hidrološkoj godini s intervalom povjerenja Cl. Ulagne vremenske serije su oborine sa postaja: a) Vučevica (V) i b) Dugopolje, a izlazne vremenske serije su protoci izvora a) Jadro i b) Žrnovnica. Kontrolne vremenske serije su srednja temperatura zraka (T) i srednja relativna vlažnost (RH).



Slika 6: Usporedba funkcija  $CCF(x,y)$  i  $PCCF(x,y|z)$  u kišnoj hidrološkoj godini s intervalom povjerenja Cl. Ulagne vremenske serije su oborine sa postaja: a) Vučevica (V) i b) Dugopolje, a izlazne vremenske serije su protoci izvora a) Jadro i b) Žrnovnica. Kontrolne vremenske serije su srednja temperatura zraka (T) i srednja relativna vlažnost (RH).

Pri uvođenju oznaka parcijalnih funkcija korelacije primjenjeno je sljedeće pravilo (preuzeto od Jukić i Denić-Jukić, 2015.):

$$\text{NAZIV } (x,y|z^1,z^2,\dots,z^N) \quad (11)$$

gdje je NAZIV kratica za funkciju (CCF ili PCCF),  $x$  je ulazna vremenska serija,  $y$  je izlazna vremenska serija, a  $z^1,z^2,\dots,z^N$  su kontrolne vremenske serije.

U sušnoj hidrološkoj godini  $CCF(J,V)$  i  $CCF(Z,V)$  (slika 5a) te  $CCF(J,D)$  i  $CCF(Z,D)$  (slika 5b) imaju sličan oblik. Žrnovnica pokazuje bolju korelaciju sa oborinama sa obje meteorološke postaje, što je najočitije u vrhovima kros-korelacijskih funkcija. U slučaju kišne hidrološke godine rezultati kros-korelacijskih funkcija (slike 6a, 6b) pokazali su slično ponašanje izvora Jadra i Žrnovnice s boljom korelacijom izvora Jadra sa oborinama sa svih postaja isključujući prvi "vrh". Sličnosti funkcija CCF mogu biti rezultat sličnih veza oborina-protok, ali isto tako mogu biti posljedica prividnih veza između vremenskih serija oborina (Jukić i Denić-Jukić, 2015.). Koristeći PCCF moguće je preciznije ustanoviti razliku između posljedičnih veza i prividne korelacije. Vremena odgovora pojedinog izvora prikazana su u tablici 3. Vrijeme odgovora izvora je vrijeme koje odgovara maksimumu funkcije kros-korelacije (Delbart i dr., 2016.). Vrijeme odgovora povezano s kros-korelacijom između oborine i protoka odgovara srednjem vremenu odgovora krškog vodonosnika na pojavu oborine (Mangin, 1984.). Prema rezultatima prikazanim u tablici 3, oba izvora pokazuju brz odgovor (manje od 24 sata) na pojavu kiše s gotovo jednakim vrijednostima u sušnoj i gotovo jednakim vrijednostima u kišnoj godini što je prema Lo Russo i dr. (2015.) dokaz postojanja važne komponente brzog otjecanja za oba izvora.

U sušnoj godini kontrolne vremenske serije temperature i relativna vlažnost imaju parcijalan utjecaj na korelaciju oborine-protok (slike 5a, 5b), neovisno o odabranoj ulaznoj  $x$  i izlaznoj vremenskoj seriji  $y$  ( $PCCF(x,y|T,RH) < CCF(x,y)$ ). Najznačajniji utjecaj supresije na korelaciju oborine-protok u sušnoj godini, koji traje prvi 24 sata, pokazale su kontrolne serije protoka Jadra i Žrnovnice ( $PCCF(x,J|T,RH,Z) > CCF(x,J)$  i  $PCCF(x,Z|T,RH,J) > CCF(x,Z)$ ) (slike 5a, 5b). Nakon 24 sata kontrolne serije protoka Jadra i Žrnovnice imaju pretežito parcijalan utjecaj na korelacije oborine-protok ( $(PCCF(x,J|T,RH,Z) < CCF(x,J) \text{ i } PCCF(x,Z|T,RH,J) < CCF(x,Z))$ ). Usporedbom  $PCCF(x,J|T,RH,Z)$  i  $PCCF(x,Z|T,RH,J)$  u sušnoj hidrološkoj godini (slike 5a, 5b), evidentno je da protok izvora Žrnovnica ima veći utjecaj na korelaciju oborine-protok, nego protok izvora Jadra za sve ulagne vremenske serije, što je u skladu sa istraživanjem od Kadić i dr. (2018.).

U kišnoj godini temperatura i relativna vlažnost imaju utjecaj supresije na korelaciju Vučevica-Jadro ( $PCCF(V,J|T,RH) > CCF(V,J)$ ) u prvih 269 sati (slika 6a, detalj A) i na korelaciju Dugopolje-Jadro ( $PCCF(D,J|T,RH) > CCF(D,J)$ ) u prvih 487 sati (slika 6b, detalj A). Nakon utjecaja supresije temperatura i relativna vlažnost imaju parcijalan utjecaj na korelacije Vučevica-Jadro i Dugopolje-Jadro ( $PCCF(V,J|T,RH) < CCF(V,J)$ ,  $PCCF(D,J|T,RH) < CCF(D,J)$ ). Ovakav utjecaj kontrolnih serija temperature i relativne vlažnosti na korelacije oborina i protoka izvora Jadro se razlikuje od rezultata rada Jukić i Denić-Jukić (2015.) u kojem je  $PCCF(x,y|T,RH)$  primjenjena na višegodišnje razdoblje dnevnih podataka ne uzimajući u obzir kišna i sušna razdoblja.  $PCCF(x,y|T,RH)$  za višegodišnje razdoblje dnevnih podataka do sada nisu primjenjene na izvor Žrnovnice te nije moguće dati usporedbu. U kišnoj godini temperatura i relativna vlažnost nemaju utjecaja na korelaciju Vučevica-Žrnovnica u prvih 210 sati ( $PCCF(V,\check{Z}|T,RH) \approx CCF(V,\check{Z})$ ) (slika 6a), a na korelaciju Dugopolje-Žrnovnica u prvih 66 sati ( $PCCF(D,\check{Z}|T,RH) \approx CCF(D,\check{Z})$ ) (slika 6b). Nadalje je utjecaj temperature i relativne vlažnosti na korelaciju Vučevica-Žrnovnica parcijalan ( $PCCF(V,\check{Z}|T,RH) < CCF(V,\check{Z})$ ), a na korelaciju Dugopolje-Žrnovnica od 66 do 300 sati supresijski ( $PCCF(D,\check{Z}|T,RH) > CCF(D,\check{Z})$ ) (slika 6a, 6b, detalj A) te nakon 300 sati parcijalan ( $PCCF(D,\check{Z}|T,RH) < CCF(D,\check{Z})$ ). Kombinacija temperature i relativne vlažnosti kao kontrolnih vremenskih serija rezultirala je uklanjanjem sezonske periodičke komponente koja više dolazi do izražaja u kišnoj godini, što znači da proces evapotranspiracije značajno utječe na prihranjivanje podzemnih voda u kišnoj godini.

Usporedbom funkcija  $PCCF(x,J|T,RH)$  i  $PCCF(x,J|T,RH,\check{Z})$  u kišnoj godini vidljivo je da protok izvora Žrnovnica pojačava utjecaj supresije na korelaciju oborine-Jadro u prvih 35 sati (slika 6a, 6b, detalj B). Nakon 35 sati taj utjecaj prelazi u parcijalni utjecaj u slučaju korelacije Vučevica-Jadro, a nakon 487 sati u slučaju Dugopolje-Jadro (slika 6a, 6b). Iz usporedbe funkcija  $PCCF(x,\check{Z}|T,RH)$  i  $PCCF(x,\check{Z}|T,RH,J)$  u

kišnoj je godini vidljiv supresijski utjecaj izvora Jadro u prvih 17 sati na korelaciju Vučevica-Žrnovnica te na korelaciju Dugopolje-Žrnovnica u prvih 19 sati (slike 6a, 6b, detalj C). Nakon supresijskog utjecaja, utjecaj Jadra na korelacije Vučevica-Žrnovnica i Dugopolje-Žrnovnica je uglavnom parcijalan.

Rezultati PCCF-a u sušnoj i kišnoj hidrološkoj godini pokazuju da korištenje protoka u kombinaciji sa srednjom temperaturom i srednjom relativnom vlažnošću zraka detektira postojanje mehanizma razmjene podzemnih voda između krških izvora Jadro i Žrnovnica, što je u skladu s postojećim pretpostavkama o funkcioniranju ova dva krška izvora.

## 5. ZAKLJUČAK

Cilj ovog rada je bio definirati odnose dvaju susjednih krških izvora, Jadro i Žrnovnica, i dva podpodručja smještena u središnjem dijelu slivnog područja izvora Jadro, u sušnoj i kišnoj hidrološkoj godini, primjenom kros-korelacijske i parcijalne kros-korelacijske funkcije.

Rezultati kros-korelacijske analize pokazali su da izvor Žrnovnica ima bolju korelaciju sa oborinama sa svih meteoroloških postaja u sušnoj godini, a izvor Jadro u kišnoj godini. Oba izvora pokazala su brz odgovor na pojavu oborine (manje od 24 sata) s gotovo jednakim vrijenostima u sušnoj te gotovo jednakim vrijednostima u kišnoj godini, što ukazuje na postojanje važne komponente brzog otjecanja ova izvora.

Parcijalna kros-korelacijska analiza predstavlja poboljšanje obične korelacijske analize, jer rješava nejasnoće uzrokovane prostorno-vremenskim varijantnim procesima prisutnim u vremenskim serijama. Ograničenja parcijalne kros-korelacijske analize u kvantitativnim analizama su pouzdanost i linearost. Pouzdanost se povećava proporcionalno veličini uzorka, a budući da se izračun koeficijenta parcijalne korelacije temelji na običnom korelacijskom koeficijentu, pretpostavlja se linearni odnos. U kvalitativnim analizama ovo ograničenje nije toliko važno. Cilj kvalitativnih analiza je odrediti ponašanje sustava i razloge koje takvo ponašanje uzrokuje. Precizne kvantitativne vrijednosti nisu prioritet u ovoj vrsti analize (Jukić i Denić-Jukić, 2015.).

Rezultati parcijalne kros-korelacijske analize pokazali su da srednja temperatura i srednja relativna vlažnost najviše utječu na korelaciju oborine-protok u kišnoj godini, te da osim parcijalnog utjecaja imaju i supresijski utjecaj na korelaciju oborine-protok u slučaju ova krška izvora. Stoga se može zaključiti da srednja temperatura i srednja relativna vlažnost izrazito utječu na proces evapotranspiracije, tj., na prihranjivanje podzemnih voda u kišnoj godini. Primjena protoka susjednog izvora kao kontrolne serije u kombinaciji sa temperaturom i relativnom

Tablica 3: Kros korelacija: Vrijeme odgovora izvora

Izvor	Razdoblje	CCF – Vrijeme odgovora (h)	
		Meteorološka postaja	
		Vučevica	Dugopolje
Jadro	20.10.2011.-12.09.2012.	21	21
	13.09.2012.-09.09.2013.	16	16
Žrnovnica	20.10.2011.-12.09.2012.	23	21
	13.09.2012.-09.09.2013.	17	16

vlažnosti u parcijalnoj korelacijskoj analizi pokazala je da u slučaju izvora Jadro i Žrnovnica, protok svakog izvora parcijalno utječe na korelaciju oborine-protok, a također supresijski utječe na korelaciju oborine-protok u sušnoj i u kišnoj hidrološkoj godini.

Rezultati dobiveni u ovom radu pokazali su da postoji mehanizam razmjene podzemnih voda koji upućuje na preklapanje slivova izvora Jadra i Žrnovnice, tj., susjedni krški izvori Jadro i Žrnovnica

djelomično dijele isti vodonosnik u sušnoj i u kišnoj hidrološkoj godini, što je u skladu s prethodnim radovima (Bonacci, 1987.; Bonacci i Roje-Bonacci, 1996.; Jukić i Denić-Jukić, 2008., Denić-Jukić i dr., 2017.; Kadić i dr., 2018.).

Predloženi pristup se može koristiti kao sastavni dio hidroloških i hidrogeoloških istraživanja slivova susjednih krških izvora i primjenjiv je na bilo koje susjedne krške izvore. ■

## LITERATURA

- Barnard, G.A. (1982.): *Encyclopedia of Statistical Sciences*. Wiley, New York.
- Bellin A.; Rinaldo, A. (1995.): Analytical solutions for transport of linearly adsorbing solutes in heterogeneous formations. *Water Resources Research*, 31 (6), 1505–1511.
- Bonacci, O. (1987.): *Karst Hydrology*. Springer Verlag, Berlin, Germany.
- Bonacci, O.; Roje-Bonacci, T. (1996.): Određivanje biološkog minimuma rijeke Jadra, Studija IV. Sveučilište u Splitu, Građevinski fakultet, Fond stručne dokumentacije, Split.
- Bonacci O.; Roje-Bonacci T. (1997.): Hidrološki vid određivanja biološkog minimuma rijeke Jadro. *Hrvatske vode*, 21, 311–424.
- Bonacci O.; Andrić, I. (2015.): Hidrološka analiza krškog izvora Žrnovnice kod Splita. *Hrvatske vode*, 23(94), 311–320.
- Box G. E. P.; Jenkins G. M.; Reinsel G. C.(2008.): *Time Series Analysis, Forecasting and Control*. John Wiley & Sons, New Jersey, US.
- Burn D.H. (2008.): Climatic influences on streamflow timing in the headwaters of the Mackenzie River Basin. *Journal of Hydrology*, 352(1-2), 225–38.
- Chatfield C. (2004.): *The Analyses of Time Series: An Introduction*, 6th ed.. Chapman&Hall/CRC, Boca Raton, Florida, US.
- Delbart C.; Valdes D.; Barbicot F.; Tognelli A.; Couchoux L. (2016.): Spatial organization of the impulse response in a karst aquifer. *Journal of Hydrology*, 537, 18–26.
- Denić-Jukić V.; Kadić A.; Jukić D. (2017.): Higher-order partial cross-correlation function as a tool for investigating hydrological relations in karst. *17th International Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM 2017, SGEM2017 Vienna GREEN Conference Proceedings*, ISBN: 978-619-7408-27-0, ISSN: 1314-2704, 27-29 November 2017, doi: 10.5593/sgem2017H/33/S12.023, Vol. 17, Issue 33, 187–194.
- Fan Y.; Chen Y.; Liu Y.; Li W. (2013.): Variation of baseflows in the headstreams of the Tarim River Basin during 1960–2007. *Journal of Hydrology*, 487, 98–108.
- Hartmann A.; Kralik M.; Humer F.; Lange J.; Weiler M. (2012.): Identification of a karst system's intrinsic hydrodynamic parameters: upscaling from single springs to the whole aquifer. *Environmental Earth Sciences*, 65(8), 2377–89.
- He J.; Valeo C.; Chu A.; Neumann N.F.(2011.): Prediction of event-based stormwater runoff quantity and quality by ANNs developed using PMI-based input selection. *Journal of Hydrology*, 400, 10–23.
- Jenkins G. M.; Watts D. G. (1968.): *Spectral Analyses and Its Applications*, Holden-Day, San Francisco, US.
- Jukić D.; Denić-Jukić V. (2008.): Estimating parameters of groundwater recharge model in frequency domain: karst springs Jadro and Žrnovnica. *Hydrological Processes*, 22, 4532–4542.
- Jukić D.; Denić-Jukić V. (2011.): Partial spectral analysis of hydrological time series. *Journal of Hydrology*, 400(1-2), 223–233.
- Jukić D.; Denić-Jukić V. (2015.): Investigating relationships between rainfall and karst-spring discharge by higher-order partial correlation functions. *Journal of Hydrology*, 530, 24–36.
- Kadić A.; Jukić D.; Denić-Jukić V. (2015.): Study of hydrological relations between two adjacent karst springs by means of time series analysis. *Aqua 2015, Hydrogeology: Back to the Future!*. Rome : The International Association of Hydrogeologists, 67–67.
- Kadić, A. (2017.): Hidrološki odnosi susjednih krških izvora. Disertacija, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije u Splitu, Split.
- Kadić A.; Denić-Jukić V.; Jukić D. (2018.): Revealing hydrological relations of adjacent karst springs by partial correlation analysis. *Hydrology Research*, 49(3), 616–633.
- Kapelj, S.; Kapelj, J.; Jukić D.; Denić-Jukić, V. (2008.): Studija upravljanja vodama sliva Jadra i Žrnovnice. Druga faza studijsko-istraživačkih radova EVV:9/07. Geotehnički fakultet, Fond stručne dokumentacije, Varaždin, br. 538/08.-02.
- Labat D.; Ababou R.; Mangin A. (2001.) Introduction of wavelet analyses to rainfall/runoffs relationship for a karstic basin: The case of Licq-Atherey karstic system (France). *Ground Water*, 39(4), 605–615.

- Labat D.; Sivakumar B.; Mangin A. (2016.) Evidence for deterministic chaos in long-term high-resolution karstic streamflow time series. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 30(8), 2189–2196.
- Larocque M.; Mangin A.; Razack M.; Banton O. (1998.): Contribution of correlation and spectral analyses to the regional study of a large karst aquifer (Charente, France). *Journal of Hydrology*, 205(3-4), 217–31.
- Liang X.S. (2014.): Unraveling the cause-effect relation between time series. *Physical Review E – Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 90(5).
- Lo Russo S.; Amanzio G.; Ghione R.; De Maio M. (2015.): Recession hydrographs and time series analysis of springs monitoring data: application on porous and shallow aquifers in mountain areas (Aosta Valley). *Environmental Earth Sciences*, 73(11), 7415–7434.
- Mangin A. (1982.): L'approche systémique du karst, conséquences conceptuelles et méthodologiques. *Proc. Réunion monographica sobre el karst, Larra.*, 141–157.
- Mangin A. (1984.): Pour une meilleure connaissance des systèmes hydrologiques à partir des analyses corrélatoire et spectrale. *Journal of Hydrology*, 67, 25–43.
- Panagopoulos G.; Lambrakis N. (2006.): The contribution of time series analysis to the study of the Hydrodynamic characteristics of the karst systems: application on two typical karst aquifers of Greece (Trifilia, Almyros Crete). *Journal of Hydrology*, 329(3-4), 368–76.
- Sánchez D.; Barberá J.; Mudarra M.; Andreo B. (2015.): Hydrogeochemical tools applied to the study of carbonate aquifers: examples from some karst systems of Southern Spain. *Environmental Earth Sciences*, 74(1), 199–215.
- Sun S.; Khu S.-T.; Djordjević S. (2013.): Sampling rainfall events: a novel approach to generate large correlated sample. *Hydrology Research*, 44 (2), 351–361.
- Shumway R.D.; Stoffer D.S. (2000.): *Time Series Analysis and its Applications*, Springer Verlag, New York.
- Treble P.C.; Budd W.F.; Hope P.K.; Rustomji P.K. (2005.): Synoptic-scale climate patterns associated with rainfall  $d_{18}\text{O}$  in southern Australia. *Journal of Hydrology*, 302, 270–282.
- Vandenbohede A.; Hermans T.; Nguyen F.; Lebbe L. (2011.): Shallow heat injection and storage experiment: Heat transport simulation and sensitivity analysis. *Journal of Hydrology*, 409(1–2), 262–272.
- Vervier P.; Pinheiro A.; Fabrec A.; Pinay G.; Fustec E. (1999.): Spatial changes in the modalities of N and P inputs in a rural river network. *Water Res.*, 33(1), 95–104.
- White W.B. (2002.): Karst hydrology: recent developments and open questions. *Eng. Geol.*, 65, 85–105.
- Zhou Y.; Zhang Q.; Singh V.P.; Xiao M. (2014.): General correlation analysis: a new algorithm and application. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 29(3), 665–677.

## **Analysis of meteorological and hydrological relations in the karst using higher-order partial cross-correlation function**

**Abstract.** A preliminary detection of complex hydrological relations in karst systems can be carried out through analysing precipitation and discharge time-series, with an emphasis on the importance i.e. recommendation for implementing higher-order partial cross-correlation function. Partial cross-correlation function isolates control time series that have a significant influence on the correlation of observed input-output precipitation and discharge time-series. The paper's contribution is shown through the implementation of correlation and higher order partial correlation analysis to characterize hydrological relations of the two neighbouring karst springs and their precipitation – discharge relation. The analysis was based on available hourly values of meteorological data (precipitation, temperature and relative air humidity) and hydrological data (discharges) from the stations in the basins of the springs Jadro and Žrnovnica. It was proven that the time-series of temperatures, relative humidity and discharges have a significant influence on the precipitation-discharge correlation of dry and wet periods. The demonstrated approach improved the investigation of complex hydrological relations of the two neighbouring karst springs and can be generally applied.

**Key words:** spring Jadro, spring Žrnovnica, cross-correlation function, partial cross-correlation function

## **Anylse meteorologischer und hydrologischer Verhältnisse im Karst unter Anwendung der partiellen Kreuzkorrelationsfunktion höherer Ordnung**

**Zusammenfassung.** Die komplexen hydrologischen Verhältnisse in Karstsystemen können erstens durch die Analyse der Niederschlags- und Durchflusszeitreihen bestimmt werden, wobei die Bedeutung und die Anwendung der partiellen Kreuzkorrelationsfunktion höherer Ordnung betont werden. Mit der partiellen Kreuzkorrelationsfunktion werden die Kontrollzeitreihen ermittelt, die wesentlich die Korrelation zwischen den beobachteten Eingangs- und Ausgangszeitreihen von Niederschlag und Durchfluss beeinflussen. Der Forschungsbeitrag der vorliegenden Arbeit liegt in der Anwendung der partiellen Kreuzkorrelationsfunktion höherer Ordnung auf die Beschreibung von hydrologischen Verhältnissen zwischen zwei benachbarten Karstquellen sowie vom Niederschlag-Abfluss-Verhältnis. Die Analyse basiert auf den verfügbaren Studienwerten meteorologischer Größen (Niederschlag, Temperatur und relative Luftfeuchtigkeit) und hydrologischer Daten (Durchfluss) an den Stationen im Jadro- und Žrnovnica-Einzugsgebiet. Es wird gezeigt, dass die Zeitreihen von Temperatur, relativer Luftfeuchtigkeit und Durchfluss die Korrelation zwischen Niederschlag und Durchfluss während Trockenzeit und Regenzeit wesentlich beeinflussen. Dieser Ansatz stellt einen Fortschritt in der Forschung von komplexen hydrologischen Verhältnissen zwischen benachbarten Karstquellen dar und ist allgemein anwendbar.

**Schlüsselwörter:** Quelle Jadro, Quelle Žrnovnica, Kreuzkorrelationsfunktion, partielle Kreuzkorrelationsfunktion