

Dr. JOSIP PRDIĆ,
Mr. ZDRAVKO TOLUŠIĆ

MODEL ANALIZE PROIZVODNJE I PLANIRANJA REALIZACIJE PROIZVODNJE PIVA*

U radu je predložen način analize periodičnih svojstava proizvodnje i realizacije neke robe, koja ima periodično ponašanje. Također dan je model po kome je na osnovi podataka i analize retrospektivnog razdoblja moguće dati kvalitetan plan proizvodnje za sljedeću godinu, ali i prognozu kretanja proizvodnje i realizacije za duži period. Model je ilustriran na proizvodnji i realizaciji piva u "Pivovari" Osijek.

* Rad predstavlja dio istraživačkih rezultata na projektu "Istraživanje i modeliranje novih financijsko-ekonomskih i organizacijskih aspekata razvoja poduzeća u Republici Hrvatskoj", kojeg financira Ministarstvo znanosti i tehnologije.

1. UVOD

U cilju donošenja kvalitetnih poslovnih odluka vezanih uz planiranje proizvodnje i realizacije neke robe koja pokazuje godišnje periodično ponašanje, analiza međusobne interakcije periodičnog ponašanja proizvodnje i realizacije igra važnu ulogu. Na osnovi podataka iz prethodnog razdoblja moguće je odrediti kretanje ukupne proizvodnje i realizacije, prisutne oscilacije, te pomake realizacije od proizvodnje za to razdoblje. Na osnovi ovakve analize moguće je dobiti važne informacije, koje će ekspertima omogućiti donošenje kvalitetnih poslovnih odluka vezanih za proizvodnju, prodaju, zapošljavanje itd. (vidi [10] i [11]).

Komparativnom analizom periodičnih svojstava proizvodnje i realizacije u prethodnom razdoblju, dobit ćemo informaciju o kretanju zaliha robe. S druge strane, primjenom težinske trigonometrijske regresije na podatke u prethodnim razdobljima, dobit ćemo informaciju o očekivanoj realizaciji u narednom razdoblju. Na osnovi jednih i drugih informacija, moguće je donijeti kvalitetan plan proizvodnje za naredno razdoblje. Poznavajući kašnjenje realizacije za proizvodnjom u prethodnim razdobljima i prijedlog plana proizvodnje u narednoj godini, moguće je također učinkovito voditi strategiju zaliha.

Model je primijenjen na analizu poslovanja "Pivovare" Osijek u razdoblju od 1987. do 1994. godine. Dobiveni rezultati jasno pokazuju periodično ponašanje, a komparacija plana proizvodnje sa stvarnom realizacijom za više godina potvrđuje ispravnost pristupa u modelu.

2. MODEL

Pretpostavimo da su poznati mjesečni podaci za proteklih m godina o proizvodnji: 1. godina

1. godina:	$P_1(1)$	$P_2(1)$...	$P_{12}(1)$
.....
m-ta godina:	$P_1(m)$	$P_2(m)$...	$P_{12}(m)$

i realizaciji:

1. godina:	$R_1(1)$	$R_2(1)$...	$R_{12}(1)$
.....
m-ta godina:	$R_1(m)$	$R_2(m)$...	$R_{12}(m)$

neke periodične robe.

Najprije ćemo provesti analizu periodičnih svojstava proizvodnje i realizacije za godine za koje posjedujemo podatke.

Funkcija kojom se u primijenjenim istraživanjima obično opisuje ovakva situacija je trigonometrijska funkcija oblika (vidi [8]):

$$f(t; u, A, \omega, \varphi) = u + \sin(\omega t - \varphi), \quad (1)$$

gdje su u, A, ω, φ parametri koji determiniraju periodična svojstva funkcije. Parametar u određuje pomak po ordinati (predstavlja prosjek zavisne varijable). Parametar A zovemo amplituda (veličina oscilacija oko prosjeka). ω je takozvana kružna frekvencija iz koje možemo izračunati temeljni period funkcije:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (2)$$

Parametar φ je takozvani fazni pomak, na osnovi kojeg možemo odrediti pomak:

$$\frac{\varphi}{\omega}$$

grafa funkcije f u odnosu na funkciju:

$$g(t) = u + A \sin(\omega t),$$

jer vrijedi:

$$f(t + \frac{\varphi}{\omega}) = g(t).$$

Više o svojstvima periodičnih funkcija i njihovoj primjeni može se vidjeti kod [12].

Poznavajući podatke o proizvodnji, parametre funkcije proizvodnje za k -tu godinu:

$$f_P^{(k)} = u_P^k + A_P^k \sin(\omega_P^k t - \varphi_P^k) \quad k=1, \dots, m \quad (3)$$

možemo odrediti metodom najmanjih kvadrata minimizacijom funkcionala:

$$F_P(u, A, \omega, \varphi) = \sum_{i=1}^{12} \left[P_i^k - f_P^k(i; u, A, \omega, \varphi) \right]^2. \quad (4)$$

O problemu egzistencije i metodama za rješavanje nelinearnih problema najmanjih kvadrata može se vidjeti kod: [1], [3], [5], [6] i [13].

Parametar u_P^k predstavlja mjesečni prosjek proizvodnje k -te godine, a njegova optimalna vrijednost pomnožena s 12 daje ukupnu godišnju proizvodnju te godine. Parametar A_P^k predstavlja veličinu maksimalne oscilacije proizvodnje oko prosjeka (*amplituda*). ω_P^k je tzv. kružna frekvencija u proizvodnji, na osnovi

koje se određuje temeljni period proizvodnje. Parametar φ_P^k pokazuje pomak od ishodišta u proizvodnji k -te godine.

Parametre funkcije realizacije:

$$f_R^k(t) = u_R^k + A_R^k \sin(\omega_R^k t - \varphi_R^k), \quad k = 1, \dots, m \quad (5)$$

možemo odrediti također metodom najmanjih kvadrata minimizacijom funkcionala:

$$F_R(u, A, \omega, \varphi) = \sum_{i=1}^{12} \left[R_i^k - f_R^k(i; u, A, \omega, \varphi) \right]^2. \quad (6)$$

Parametar u_R^k predstavlja mjesečni prosjek realizacije k -te godine, a njegova optimalna vrijednost pomnožena s 12 daje ukupnu godišnju realizaciju te godine. Parametar A_R^k predstavlja veličinu maksimalne oscilacije u realizaciji oko prosjeka (*amplituda*), ω_R^k je tzv. kružna frekvencija u realizaciji, na osnovi koje se određuje temeljni period realizacije. Parametar φ_R^k pokazuje pomak od ishodišta u realizaciji k -te godine.

Poznavajući parametre funkcije proizvodnje i realizacije, lako možemo odrediti temeljni period u proizvodnji ($T_P^k = \frac{2\pi}{\omega_P^k}$) i realizaciji ($T_R^k = \frac{2\pi}{\omega_R^k}$), te pomak u proizvodnji $\varphi_{P, \Delta P}^k$ i realizaciji $\varphi_{R, \Delta R}^k$.

Razlika pomaka u realizaciji i pomaka u proizvodnji k -te godine:

$$\Delta\varphi^k = \frac{\varphi_R^k}{\omega_R^k} - \frac{\varphi_P^k}{\omega_P^k}, \quad (7)$$

predstavlja vremensku distancu (izraženu u mjesecima) od proizvodnje do realizacije.

Poznavajući pomak (7) realizacije od proizvodnje, možemo postaviti uvjet stabilnosti tržišta:

$$T_P^k \geq T_R^k, \quad (8)$$

gdje je:

$$T_P^k = \int_0^{12} f_P^k(t) dt, \quad T_R^k = \int_{\Delta\varphi^k}^{12+\Delta\varphi^k} f_R^k(t) dt, \quad (9)$$

tj. ukupna proizvodnja k -te godine ne smije biti manja od ukupne "pomaknute" realizacije. Ako bi za neki k u (8) vrijedila suprotna nejednakost, to bi značilo pomanjkanje te robe na tržištu.

Želimo li dobro planirati proizvodnju za sljedeću godinu, onda treba analizirati realizacije u prethodnim godinama, tako da svježiji podaci (npr. od prethodne godine) imaju relativno veću težinu, a stariji podaci relativno manju težinu. To možemo postići npr. tako da k-toj godini u prošlosti pridružimo težinu:

$$v_k = \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(k-1)^2}{\sigma^2}\right] \quad k=1,2,\dots, \quad (10)$$

gdje je σ parametar koji regulira raspon utjecaja k-tog podatka. Npr. za $\sigma=1$ dobivamo normalno raspoređene težine:

$$v_1 = 1, v_2 = 0.60653, v_3 = 0.135335.$$

Za $k \geq 3$ težine su toliko malene da zanemarivo utječu na rezultate. Više o težinskim problemima najmanjih kvadrata može se naći kod: [9] i [13].

Funkciju na osnovi koje ćemo napraviti prijedlog plana proizvodnje u narednoj godini tražit ćemo također u obliku:

$$f_P(t) = u + A \sin(\omega t - \varphi), \quad (11)$$

gdje su u, A, ω, φ parametri koje ćemo odrediti metodom najmanjih kvadrata na osnovi podataka $R_i(k), i = 1 \dots 12, k = 1, \dots m$ i težinama (10) minimiziranjem funkcionala:

$$F_P(u, A, \omega, \varphi) = \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^{12} v_k \left[R_i^k - f_P(i; u, A, \omega, \varphi) \right]^2. \quad (12)$$

Tablica 1.

PROIZVODNJA PIVA ZA RAZDOBLJE (1987. - 1994.)
I REALIZACIJA ZA 1993. I 1994. GODINU U "PIVOVARI" OSIJEK

mj.	proiz. 1987	proiz. 1988	proiz. 1989	proiz. 1990	proiz. 1991	proiz. 1992	proiz. 1993	proiz. 1994	realiz. 1993	realiz. 1994
1.	16.332	24.753	28.227	26.734	27.301	21.886	19.989	26.231	13.081	14.228
2.	25.251	35.866	25.373	19.497	22.315	18.998	27.487	6.981	13.548	13.461
3.	29.056	23.476	36.684	25.195	26.462	30.217	17.008	21.156	18.774	24.004
4.	27.731	38.620	30.785	39.342	33.120	12.283	23.710	31.601	23.386	23.624
5.	30.147	34.958	34.839	42.452	23.378	17.662	30.280	30.669	28.633	29.004
6.	38.234	49.210	39.860	50.231	38.387	27.984	30.046	30.435	29.768	32.005
7.	45.408	46.190	44.967	55.778	39.960	32.861	32.577	36.165	31.406	36.188
8.	49.404	63.548	51.139	58.306	29.440	35.282	28.505	37.878	29.814	36.149
9.	44.490	34.525	31.087	40.007	20.495	25.276	23.906	31.763	24.708	28.487
10.	19.314	28.812	27.999	26.023	18.658	16.053	20.252	24.636	20.409	20.246
11.	20.742	20.231	23.132	26.391	1.054	15.594	13.342	21.464	13.033	21.108
12.	8.121	13.938	22.671	15.944	3.516	18.343	7.305	10.966	19.928	23.120

Izvor: Godišnje izvješće za 1994. godinu "Pivovare" Osijek.

Funkciju (11) zvat ćemo *funkcija prognoze proizvodnje*. Poznavanje funkcije prognoze proizvodnje f_P i kretanje pomaka $\Delta\varphi_k$ u prethodnim razdobljima omogućava izradu kvalitetnog plana proizvodnje za narednu godinu.

3. ANALIZA PROIZVODNJE I REALIZACIJE PIVA U "PIVOVARI" OSIJEK

Analizirat ćemo interakciju periodičnih svojstava proizvodnje i realizacije piva u "Pivovari" Osijek za razdoblje od 1987. do 1994. godine. U Tablici 1. navodimo podatke (u 1 000 hl) o proizvodnji piva u "Pivovari" Osijek za razdoblje (1987. do 1994.) i realizaciji za 1993. i 1994. godinu. Podaci o realizaciji za razdoblje (1987. do 1992.) mogu se vidjeti u [7].

U [7] pokazano je da proizvodnja i realizacija piva u "Pivovari" Osijek ima periodično ponašanje s periodom 12 mjeseci. Uzevši to u obzir funkcija proizvodnje (3) i realizacije (5) postaju jednostavnije (imaju samo po tri parametra: u, A, φ):

$$f_P^k(t) = u_P^k + A_P^k \sin\left(\frac{2\pi}{12}t - \varphi_P^k\right), \quad k = 1, \dots, m \quad (13)$$

$$f_R^k(t) = u_R^k + A_R^k \sin\left(\frac{2\pi}{12}t - \varphi_R^k\right), \quad k = 1, \dots, m \quad (14)$$

Također i funkcija prognoze proizvodnje (11) postaje jednostavnija (ima samo tri parametra: u, A, φ):

Tablica 2.

OPTIMALNI PARAMETRI FUNKCIJA PROIZVODNJE I REALIZACIJE

godina		prosjeak (u)	amplituda (A)	pomak (φ)	$\Delta\varphi$ (u danima)	standardna greška
1987	proizvodnja	29.5272	14.77702	2.02469	4.0	7.2377
	realizacija	28.6215	15.47782	2.15871		4.9836
1988	proizvodnja	34.4977	15.04870	1.90769	3.7	8.9977
	realizacija	33.8369	16.38542	2.03065		7.6678
1989	proizvodnja	33.0597	9.75152	1.86204	2.2	5.6084
	realizacija	31.2197	12.80700	1.93408		4.6462
1990	proizvodnja	35.4948	18.08080	1.98207	0.1	5.1491
	realizacija	34.9261	19.29372	1.98448		5.6131
1991	proizvodnja	23.6739	12.97752	1.34867	6.5	7.9555
	realizacija	23.8166	13.41682	1.56502		5.3887
1992	proizvodnja	22.6952	5.33872	2.12569	8.6	7.0222
	realizacija	19.4938	6.16733	2.41254		4.1377
1993	proizvodnja	22.8669	8.43827	1.62233	9.5	4.8424
	realizacija	22.2076	8.72198	1.93831		2.4656
1994	proizvodnja	25.8396	10.58180	2.09390	0.3	5.8878
	realizacija	25.1362	9.24232	2.10469		3.4412

$$f_P(t) = u + A \sin\left(\frac{2\pi}{12}t - \varphi\right), \quad (15)$$

Prema modelu izloženom u Odjeljku 2. izračunati su optimalni parametri funkcije proizvodnje i funkcije realizacije za sve navedene godine. Rezultati su prikazani u Tablici 2. U pretposljednem stupcu tablice prikazan je pomak $\Delta\varphi$ realizacije od proizvodnje za svaku promatrane godinu. U pretposljednem stupcu dana je standardna greška koja pokazuje mjeru rasipanja podataka oko trigonometrijske regresije (vidi [4]).

Može se primijetiti da se do 1991. godine trend proizvodnje postepeno prosječno gotovo približio realizaciji i da u tom trenutku zalihe gotovo nisu postojale. To se vidi po pomaku $\Delta\varphi$ izraženom u danima, koji se postepeno smanjuje, da bi 1991. godine postao skoro nula. Nakon 1991. godine trend realizacije se počinje bitno udaljavati od trenda proizvodnje, (pomak $\Delta\varphi$ značajno se povećava). To znači da se proizvodnja stabilizirala, a zalihe su osigurane za barem idućih desetak dana. 1994. godine pomak realizacije od proizvodnje ponovo je pao skoro na nulu, ali ovaj puta to je rezultat povećane realizacije piva na tržištu.

Parametar u prikazana u prvom stupcu Tablice 2. predstavlja mjesečni prosjek proizvodnje, odnosno realizacije piva. Pomnožen s 12 daje ukupnu proizvod-

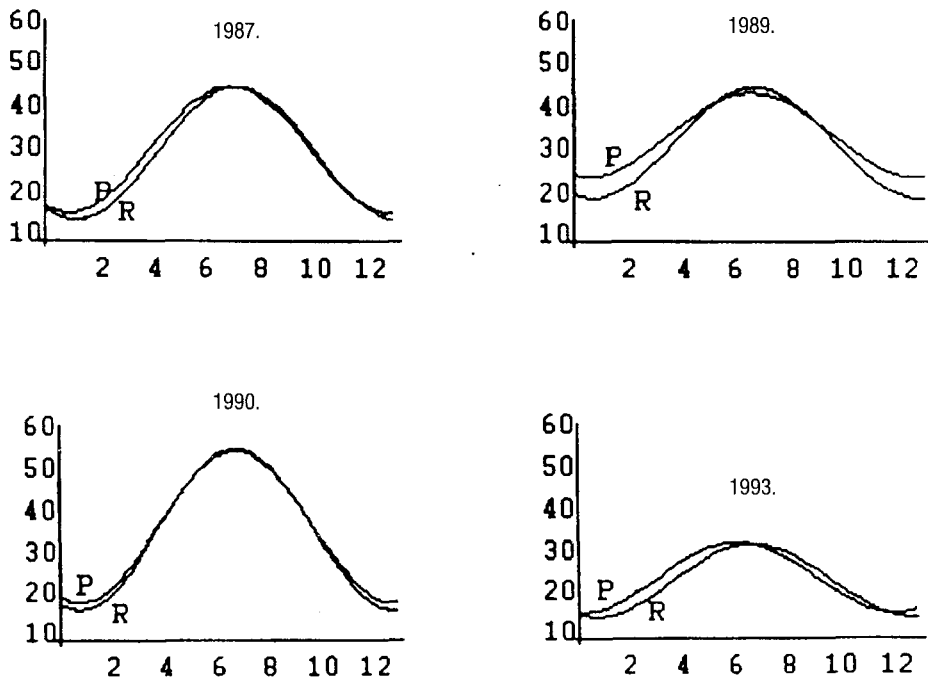
nju, odnosno realizaciju promatrane godine. Iz toga se vidi stabilan rast proizvodnje i realizacije piva nakon 1991. godine.

Amplituda A predstavlja maksimalno (pozitivno ili negativno) odstupanje proizvodnje, odnosno realizacije, od prosjeka. Primijetimo da su u razdoblju (1991. - 1994.) oscilacije proizvodnje i realizacije oko prosjeka znatno manje nego ranije, što svjedoči o ravnomjernijoj proizvodnji i realizaciji tijekom cijele godine.

I standardna greška je za posljednje godine relativno manja, što znači da nema značajnih odstupanja od teorijske regresije.

Na Slici 1. prikazani su istovremeno grafovi funkcije proizvodnje i funkcije realizacije za četiri izabrane godine: 1987., 1989., 1990., 1993. Na slikama je vidljivo spomenuto kašnjenje realizacije za proizvodnjom, kao i opći trend proizvodnje i realizacije za izabrane godine.

PROIZVODNJA I REALIZACIJA



Slika 1. Funcije proizvodnje i funkcije realizacije

4. PLANIRANJE PROIZVODNJE PIVA
 U "PIVOVARI" OSIJEK

Prema modelu izloženom u Odjeljku 2. najprije ćemo promatrati mjesečnu realizaciju piva za razdoblje (1987. - 1989.) s time da podacima iz godine 1989. pridružimo težinu $v_1 = 1$, podacima iz godine 1988. težinu $v_2 = 0.60653$, a podacima iz godine 1987. težinu $v_3 = 0.13535$. Na osnovi ovako uređenih podataka tražit ćemo funkciju proizvodnje oblika (15) na osnovi koje možemo izraditi plan proizvodnje za 1990. godinu. Slično ćemo postupiti za razdoblje (1988. - 1990.), za razdoblje (1991. - 1993.) i za razdoblje (1992. - 1994).

Optimalni parametri funkcija prognoze proizvodnje dobiveni minimizacijom funkcionala (12) prikazani su u Tablici 3., a grafovi odgovarajućih funkcija, kao i empirijski podaci prikazani su na Slici 2., Slici 3., Slici 4. i Slici 5.

Tablica 3.

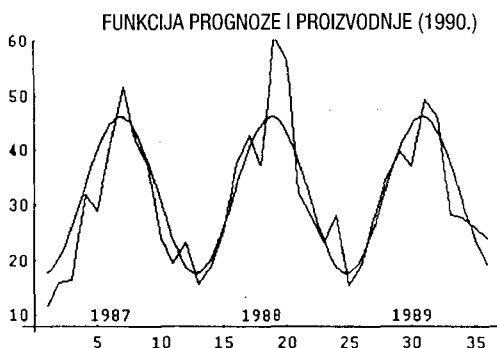
OPTIMALNI PARAMETRI FUNKCIJA
 PROGNOZE PROIZVODNJE

godina	prosjeak (u)	amplituda (A)	pomak (φ)
1990	31.9293	14.2246	1.99152
1991	33.5505	16.7997	1.97468
1994	21.3874	7.9117	2.01436
1995	23.6743	8.7582	2.06395

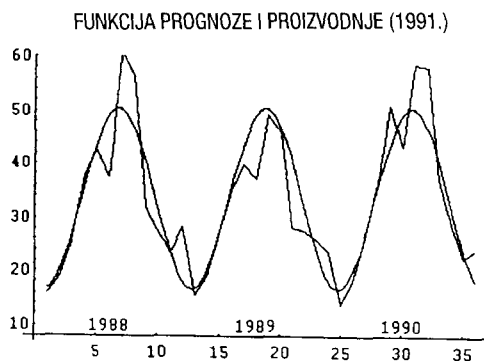
Plan proizvodnje za godine: 1990., 1991. i 1994. izrađen na bazi ovako dobivenih funkcija proizvodnje prikazan je u Tablici 4. i može se usporediti sa stvarnom proizvodnjom i realizacijom za nevedene godine. Plan proizvodnje za 1995. godinu mogao bi se i praktično primijeniti za ovu godinu.

Tablica 4.

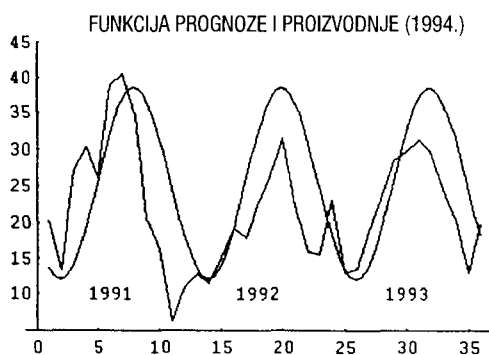
PLAN PROIZVODNJE PIVA ZA 1990., 1991., 1994. I 1995. GODINU				
mjesec	1990	1991	1994	1995
1.	17.7799	16.8710	13.5010	14.9201
2.	20.4060	20.1089	14.8738	16.2263
3.	26.1197	26.9483	17.9920	19.5281
4.	33.3901	35.5569	22.0199	23.9409
5.	40.2691	43.6278	25.8784	28.2823
6.	44.9134	48.9985	28.5335	31.3889
7.	46.0787	50.2300	29.2738	32.4285
8.	43.4526	46.9921	27.9010	31.1223
9.	37.7389	40.1527	24.7828	27.8205
10.	30.4685	31.5441	20.7549	23.4077
11.	23.5895	23.4732	16.8964	19.0663
12.	18.9452	18.1025	14.2413	15.9597



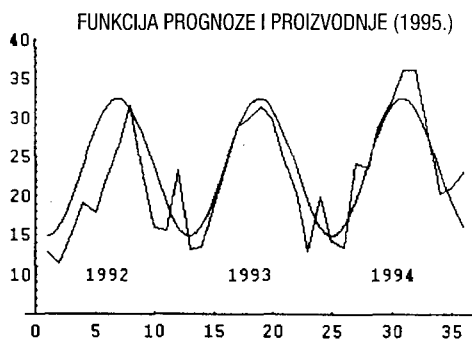
Slika 2. Funkcija prognoze proizvodnje za 1990. godinu



Slika 3. Funkcija prognoze proizvodnje za 1991. godinu



Slika 4. Funkcija prognoze proizvodnje za 1994. godinu



Slika 5. Funkcija prognoze proizvodnje za 1995. godinu

5. ZAKLJUČAK

Navedeni model analize i planiranja proizvodnje robe koja pokazuje periodično ponašanje može biti koristan instrument vođenja poslovne politike. Također, ovim modelom dobivaju se kvalitetni pokazatelji za kratkoročnu i dugoročnu prognozu proizvodnje i realizacije robe. Na taj način moguće je također voditi i racionalnu politiku zapošljavanja. U svemu tome ne isključuje se važnost eksperata u odlučivanju.

Spomenimo još na kraju, da bi kod definiranja funkcije prognoze proizvodnje imalo smisla uvesti i linearni faktor, koji bi opisivao tendenciju rasta ili pada proizvodnje, odnosno realizacije, tijekom retrospektivnih godina. U tom slučaju funkciju prognoze proizvodnje, odnosno realizacije, tražili bi u obliku:

$$f(t; u, b, A, \omega, \varphi) = u + bt + A \sin(\omega t - \varphi).$$

LITERATURA

1. *A.Björck*, Least squares methods. In: P.Ciarlet and J.Lions (eds.), Handbook of Numerical Analysis, New York, 1990.
2. *G.E.P.Box, G.M.Jenkins*, Time Series Analysis: Forecasting and Control, Holden-Day, San Francisco, 1976.
3. *E.Z.Demidenko*, Optimizacija i regresija, Moskva, Nauka, 1989.
4. *N.R.Draper, H.Smith*, Applied Regression Analysis, Wiley, New York, 1981.
5. *P.E.Gill, W. Murray, M.H.Wright*, Practical Optimization, Academic Press, London, 1981.
6. *P.E.Gill, W.Murray and M.H.Wright*, Numerical Linear Algebra and Optimization, Vol.1., Addison - Wesley Publisher Company, New York, 1991.
7. *J.Horvat, Z.Tolušić*, Statistička analiza sezonskih utjecaja na realizaciju piva "Pivovare" Osijek, Ekon. Vjesnik 6(1993), 149 - 160.
8. *S.Kurepa*, Matematička analiza 2, Tehnička knjiga, Zagreb, 1976.
9. *P.Lancaster, K.Šalkauskas*, Curve and Surface Fitting, Academic Press, London, New York, 1986.
10. *J.Prdić*, Oblici ispitivanja poslovanja radne organizacije, Zbornik radova, Simpozij: Gdanjsk 1987.
11. *J.Prdić*, Utjecaj efikasnosti poslovanja pri-revede RH na rješavanje zaposlenosti, Zbornik radova, Simpozij: Pforzheim - Osijek, 1988.
12. *D.A.Ratkowsky*, Handbook of Nonlinear Regression Modells, M.Dekker, 1990.
13. *R.Scitovski*, Problemi najmanjih kvadrata. Financijska matematika, Elektrotehnički fakultet, Osijek, 1993.
14. *S.Wolfram*, Mathematica, A system for Doing Mathematics by Computer, Wesley, New York, 1991.

Josip Prdic, Zdravko Tolusic

ANALYSIS MODEL OF GOODS PRODUCTION AND PLANNING
REALIZATION SHOWING PERIODIC BEHAVOUR

Summary

The analysis way of periodic properties of production and realization of some goods having periodic behaviour is suggested in this work. It also gives model according to which is possible to give the quality production plan for the following year on the basis of the data and analysis of the retrospective period but also it is also possible to give the forecast of production and realization growth for a longer period. The model is illustrated on the production and realization of beer in the "Pivovara/Brewery", Osijek.