

UDK 519.8
Stručni rad
Primljeno: 13. 10. 1992.Mr. MIRTA ŠILAC- BENŠIĆ,
Ekonomski fakultet Osijek**PROBLEMI OPTIMALNOG
IZBORA***

U cilju ilustracije mogućnosti korištenja matematičkim metodama dobivenih rezultata teorije optimalnog zaustavljanja slučajnih procesa, u radu je obrađen problem optimalnog izbora iz konačnog skupa i problem optimalne prodaje.

*Rad predstavlja dio istraživačkih rezultata projekta "Teorijske i institucionalne pretpostavke poduzetničke ekonomije" kojeg financira Ministarstvo znanosti Republike Hrvatske u razdoblju 1991.-1993. godine.

1. UVOD

Problemi optimalnog izbora realni su ekonomski problemi koji se stohastičkim metodama rješavaju još od šezdesetih godina ovog stoljeća. Kao začetnik ideje primjene teorije optimalnog zaustavljanja na rješavanje problema ovog tipa obično se spominje G. Stigler koji postavlja slijedeći problem: Kupcu je poznata distribucija cijena neke robe na tržištu ali ne i cijena u svakoj trgovini posebno. Ako za kupca predstavlja trošak otkrivanje cijene robe u određenoj trgovini, on će željeti prekinuti ispitivanje tržišta u nekom trenutku tako da osigura maksimalnu dobit. Problem je kako odrediti taj trenutak.

Cilj je ovim člankom ilustrirati mogućnosti primjene nekih modela optimalnog izbora. Naglašavam da ovdje neće biti opisivan matematički postupak kojim se do navedenih rezultata dolazi. Zainteresirani izvode mogu naći u navedenoj literaturi.

**2. OPTIMALAN IZBOR IZ KONAČNOG
SKUPA OBJEKATA**

Pretpostavimo da će se u postupku izbora pojaviti N objekata od kojih možemo odabrati samo jedan. Objekti među kojima vršimo izbor razlikuju se po kvaliteti. Označimo brojevima 1, 2, ..., N kvalitetu objekata. Htjeli bismo izabrati najbolji (označen brojem 1). Međutim, objekti se slučajno pojavljuju u trenucima 1, 2, ..., N i mi ne znamo kakvi su oni koji će se tek pojaviti. Informacija koju imamo je samo relativan rang po kvaliteti u odnosu na one objekte koji su već prošli. Ako neki objekt odbacimo ne možemo ga više birati. (Ako objekte možemo naknadno prihvatiti i postupak izbora ne isizkuje troškove očigledno je da je najbolje prvo pregledati sve objekte.) Ako pod optimalnom strategijom izbora podrazumijevamo onu koja maksimizira vjerojatnost da je izabrani objekt upravo onaj najbolji od svih (označen brojem 1), onda se optimalna strategija može opisati na slijedeći način: Treba pustiti da prođe r objekata i nakon r -tog izabrati prvi koji je bolji od svih prethodnih. Broj r ovisi o broju objekata koji će se pojaviti (N) i računa se po slijedećoj formuli:

$$r = \inf \left\{ m: \frac{1}{m} + \frac{1}{m+1} + \dots + \frac{1}{N-1} \leq 1 \right\}.$$

Primjer. Ako vršimo izbor između 10 objekata, r iznosi 4. Dakle, razumno je pustiti da prođu četiri

objekta, a zatim izabrati prvi koji je bolji od svih prethodnih. Ako vršimo izbor između 100 objekata, r iznosi 38.

Interesantno je također napomenuti da je vjerojatnost izbora najboljeg objekta, ako se ponašamo po navedenoj strategiji, dana izrazom $\frac{r(N)}{N}$. Dakle, prilikom izbora iz skupa od 10 objekata ova vjerojatnost iznosi 0,4, a prilikom izbora iz skupa od 100 objekata 0,38. Može se dokazati da za velike brojeve N taj izraz iznosi približno $\frac{1}{e}$ ($e \approx 2.718$), tj. treba propustiti približno trećinu objekata prije nego se izabere bolji od svih prethodnih. Važno je reći da se ne može izabrati strategija koja se bazira samo na informacijama o objektima koji si već odbačeni, a koja bi dala veću vjerojatnost izbora najboljeg objekta.

3. OPTIMALNA PRODAJA

Pretpostavimo da trebamo prodati neku uskladištenu robu. Trošak skladištenja robe u jednom vremenskom intervalu iznosi c . Vjerojatnost da dobijemo ponudu za kupnju robe u jednom vremenskom intervalu neka iznosi p i neka je Y slučajna varijabla koja opisuje ostvarenu cijenu robe. Naime, pretpostavka je da se cijena te robe na tržištu kreće u određenom intervalu i nama će u postupku prodaje biti ponuđeni razni iznosi. Oblik slučajne varijable Y može se odrediti ispitivanjem tržišnih uvjeta. (Npr. Y je normalna μ očekivanjem μ i varijancom σ). Osim toga, stajanje robe na skladištu uzrokuje gubitak vrijednosti kapitala koji možemo opisati diskontnom stopom β . Pretpostavimo da ponude možemo naknadno prihva-

titi. Problem je kako odrediti trenutak prodaje robe da bismo maksimizirali očekivani profit.

Rješavanjem ovog problema metodama teorije optimalnog zaustavljanja dolazi se do slijedećeg rezultata: Treba izračunati realan broj γ kao rješenje jednadžbe:

$$(1) E(Y - \gamma)^+ = \frac{\gamma(1 - \beta) + c}{\beta p}$$

Optimalna strategija je prihvatiti prvu ponudu koja je veća od ovako izračunatog γ .

Primjer. Neka je ostvarena cijena opisana normalnom slučajnom varijablom s očekivanjem μ i varijancom σ^2 . Jednadžba (1) prima slijedeći oblik:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} - u [1 - \Phi(u)] - u \frac{1 - \beta}{\beta p} = \frac{\mu(1 - \beta) + c}{\sigma \beta p}$$

gdje je

$$u = \frac{\gamma - \mu}{\sigma}, \quad \Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u e^{-\frac{x^2}{2}} dx.$$

Ako je očekivanje $\mu = 200$, standardna devijacija $\sigma = 60$, troškovi skladišta u jedinici vremena $c = 5$, vjerojatnost da se u jedinici vremena pojavi ponuda $p = 80\%$ i diskontna stopa u jedinici vremena 20% , tj. $\beta = 1/1.2$ tada rješavamo jednadžbu:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} - u [1 - \Phi(u)] - 0,25u = 0,958$$

i dobivamo rješenje: $g = 164.88$. Dakle, treba prihvatiti prvu ponudu koja je veća od 164,88 novčanih jedinica.

LITERATURA:

(1) *Y. C. Chow, H. Robbins and D. Siegmund, Great Expectations: the Theory of Optimal Stopping*, Houghton Mifflin, Boston 1971.

(2) *A. G. Malliaris and W. A. Brock, Stochastic Methods in Economics and Finance*, North-Holland, Amsterdam 1982.

(3) *P. Whittle, Optimization over Time*, John Wiley & Sons, New York 1982.

(4) *M. Šilac, Optimalno zaustavljanje slučajnog niza*, magistarski rad, Prirodoslovno-matematički fakultet, Zagreb 1990.

Mirta Šilac-Bensic, M.S., Faculty of Economics, Osijek

OPTIMAL CHOICE PROBLEMS

Summary

For the purpose of illustration of the possibility use of the obtained results by mathematics methods of the theory of optimal random processes stopping, the work treats the problem of optimal choice from the final set and the problem of optimal sale.