

UDK 519,6

Prethodno priopćenje
Primljeno 05.11.1991.

Mr. DARKO FISCHER,
Elektrotehnički fakultet Osijek,
BRANIMIR DUKIĆ,
Ekonomski fakultet Osijek

GENERIRANJE I TESTIRANJE UZORKA PO TROKUTASTOJ RAZDIOBI*

Generiranje slučajnih brojeva danas se uglavnom provodi na računalu uz pomoć različitih softverskih paketa. Stoga su takvi generatori efikasniji od tabličnog generiranja ili generiranja preko nekih fizikalnih pojava. No, generatori u obliku softverskih paketa zatvorenog su tipa, pa je nemoguće na njima obaviti eventualno potrebne promjene. Generiranje slučajnih brojeva obavlja se preko određenih matematičkih veza. Alogritama za generiranje ima mnogo. Ovdje je predstavljena von Neumannova metoda generiranja slučajnih brojeva, te aditivna metoda. Svaki generator nije nužno i dobar generator. Stoga je dobivene generirane brojeve, koji se nazivaju pseudoslučajni, potrebno testirati. U tu svrhu koriste se testovi slučajnosti i testovi prilagodljivosti. Kao test slučajnosti može se upotrijebiti test autokorelacije. S obzirom da generirani slučajni brojevi moraju biti uniformni, za testiranje prilagodljivosti, tj. uniformnosti odabran je test varijansom, X^2 i Kolmogorov-Smirnov test. Često je za simulaciju ekonomskih procesa potrebno generirane slučajne brojeve prilagoditi nekoj od teorijskih distribucija. Jedna od takvih je i trokutasta. Poprilično, testira se koliko empirijska razdioba odstupa od teorijske uz pomoć testova prilagodljivosti. Ovakvo dobivene distribuirane brojeve moguće je uključiti u ekonomski model radi simuliranja.

*Rad predstavlja dio istraživačkih rezultata projekta "Teorijske i institucijske pretpostavke poduzetničke ekonomije" kojeg finansira Ministarstvo znanosti, tehnologije i informatice Republike Hrvatske u razdoblju 1991.-1995. godine

1. UVOD

Kao i mnoge društvene znanosti, tako i ekonomija ima određena ograničenja u području znanstvenog istraživanja. Jedno od takvih ograničenja je i mogućnost eksperimentiranja na objektu istraživanja, npr. eksperimentiranje nad privrednim sistemom. Ako bismo željeli nad nekim privrednim sistemom izvršiti istraživanje putem eksperimentiranja, to bi moglo imati kobne posljedice za taj privredni sustav. Ako uzmemmo da je samoupravni socijalizam bio eksperiment, onda danas uočavamo koje je posljedice na kompletan društveni sistem ovaj eksperiment imao. Da bi se ovo ograničenje izbjeglo, ekonomija se služi matematičkim modeliranjem, gdje se uz pomoć određenih apstraktnih matematičkih modela pokušava simulirati stvarnost. Na osnovi toga pristupa razvila se znanstvena disciplina koja se naziva simulacija. Unutar simulacije kad se obavlja eksperimentiranje često se koriste slučajni procesi. Za "proizvodnju" takvih procesa koriste se slučajni brojevi.

Nekada su se slučajni brojevi vadili iz tablica slučajnih brojeva koje je bilo moguće naći u svakoj statističkoj knjizi. No, s obzirom da su današnji modeli složeni i zahtijevaju veliki broj slučajnih brojeva, tablice slučajnih brojeva pokazale su se kao nedovoljno efikasan izvor slučajnih brojeva. Također, i neki drugi, fizički načini dobivanja slučajnih brojeva¹ pokazuju neefikasnost. Dovoljno efikasno rješenje je pronađeno u korištenju generatora slučajnih brojeva na elektroničkim računalima. Danas postoji više algoritama koji se primjenjuju na elektroničkim računalima i koji su u mogućnosti izbaciti potreban broj slučajnih brojeva u izuzetno kratkim vremenskim intervalima. Mnogi programski jezici imaju u sebi ugrađene generatore slučajnih brojeva. Najčešće se ti generatori nalaze u obliku tzv. RND funkcije. Zasnivaju se na različitim algoritmima. Prvi algoritam, vrlo jednostavan za dobivanje slučajnih brojeva na elektroničkom računalu razvio je von Neumann. Njegov algoritam razvijen je na osnovi metode srednjih kvadrata. Nakon ove metode pojavili su se mnogi drugi generatori slučajnih brojeva. U daljnjem tekstu, uz von Neumannovu metodu, pred-

¹Kao fizički izvor slučajnih brojeva koriste se određeni stohastički prirodni procesi, npr. radioaktivno zračenje, šum u elektroničkoj cijevi i sl. Osnovni nedostatak ovakvih izvora slučajnih brojeva je nemogućnost testiranja dobivenog niza uporedo s postupkom dobivanja. Također takvi slučajni brojevi ne mogu se za potrebe eksperimentiranja ponoviti.

staviti ćemo dobivanje slučajnih brojeva po tzv. aditivnoj metodi.

Slučajni brojevi koji se dobivaju pomoću elektroničkog računala proizlaze iz određenih matematičkih veza pa su stoga njihov redoslijed i vrijednosti potpuno određeni. Ova karakteristika je u neku ruku i prednost i nedostatak.

Prednost je utoliko da određeni eksperiment možemo ponoviti na potpuno ekvivalentan način. Pored toga u takvom eksperimentu u mogućnosti smo mijenjati parametre, pa tako u različitim uvjetima, uz iste slučajne brojeve promatrati ponašanje modela.

Sa stajališta nedostatka, na taj način dobivene slučajne brojeve ne možemo smatrati slučajnim već pseudoslučajnim. Stoga je pseudoslučajne brojeve potrebno testirati uz pomoć određenih statističkih testova kako bi se utvrdilo da li su uniformni i nezavisni.

Nakon utvrđivanja da algoritam koji koristimo odgovara navedenim zahtjevima, tj. proizvodi uniformno i nezavisno distribuirane slučajne brojeve, možemo se upustiti u eksperimentiranje. No, u različitim eksperimentima nisu nam dovoljni uniformno distribuirani slučajni brojevi, već ih je potrebno dobiti distribuirane po određenoj teorijskoj raspodjeli. Nerijetko je to normalna razdioba. Prema tome, mora postojati mehanizam koji će nam takvu transformaciju i omogućiti. Osim normalne distribucije često su u igri i druge. U dalnjem razmatranju prikazat ćemo kako je moguće od uniformno distribuiranih slučajnih brojeva dobiti brojeve distribuirane po trokutastoj distribuciji.

2. TEST SLUČAJNOSTI

2.1. Autokorelacija

Test korelacijom, tj. test autokorelacijom koristi se za testiranje slučajnosti generiranih pseudoslučajnih brojeva. Koeficijent korelacijske za dva skupa X i Y računa se prema slijedećem izrazu:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x} \cdot \bar{y}}{n\sigma_x \cdot \sigma_y} \quad (1)$$

Kada se radi o autokorelaciji imamo jedan skup X , a umjesto elemenata skupa Y uzimamo:

$$y_i = x(i+k) \quad k=1, 2, \dots, \frac{n}{2} \quad (2)$$

Tako se dobiva $\frac{n}{2}$ faktora korelacijske. Ako su svi oni blizu nule zaključujemo da ne postoji korelacija među elementima skupa X .

3. TESTOVI PRILAGODAVANJA

3.1. Test varijancom

Kod jednostavnijih raspodjela kakva je jednolika, testiranje raspodjele može se obaviti preko računanja varijance.

Za diskretnu varijablu x srednja vrijednost \bar{x} definirana je kao:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i} \quad (3)$$

Za kontinuiranu varijablu imamo isti izraz samo umjesto sume se pišu integrali

$$\bar{x} = \frac{\int f(x) \cdot x \cdot dx}{\int f(x) \cdot dx} \quad (4)$$

Na isti način iz izraza za varijancu diskretne varijable

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i \cdot x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2 \quad (5)$$

dobiva se za kontinuiranu varijablu

$$\sigma^2 = \frac{\int f(x) \cdot x^2 \cdot dx}{\int f(x) \cdot dx} - \left(\frac{\int f(x) \cdot x \cdot dx}{\int f(x) \cdot dx} \right)^2 \quad (6)$$

Za jednostavne slučajne funkcije razdiobe $f(x)$ integrali u izrazu (6) mogu se izračunati. Time se dobiva teoretska vrijednost varijance za neku distribuciju,

Za jednoliku razdiobu je

$$f(x)=k \quad (7)$$

gdje je k neka konstanta pa se izraz (6) pretvara u

$$\sigma^2 = \frac{\int_{x_1}^{x_2} x^2 dx}{\int_{x_1}^{x_2} dx} - \left(\frac{\int_{x_1}^{x_2} x dx}{\int_{x_1}^{x_2} dx} \right)^2 \quad (8)$$

što nakon izračunavanja daje

$$\sigma^2 = \frac{1}{12} (x_2 - x_1)^2 \quad (9)$$

Generator slučajnih brojeva jednoliko raspodijeljene varijable može se prema tome testirati i preko varijance. Usporedbom varijance dobivene iz izraza (5) za generiranu varijablu i izraza (9) pomoću nekog statističkog testa može se zaključiti na valjanost generatora.

3.2. χ^2 test

Valjanost algoritma tj. uniformnost i nezavisnost dobivenog niza slučajnih brojeva provjerava se uz

pomoć određenih statističkih testova. Tako je za testiranje uniformnosti pogodan Pearsonov χ^2 test. Prilikom korištenja ovog testa, polazi se od nulte hipoteze H_0 , kojom se tvrdi da obilježje X odgovara određenoj teorijskoj raspodjeli. Nasuprot njoj postavlja se alternativna hipoteza H_1 kojom se tvrdi da obilježje X ne odgovara toj raspodjeli.

Zadatak je utvrditi koja od postavljenih hipoteza je točna. Pretpostavimo da naš slučajni uzorak ima n elemenata. Njega je moguće grupirati u m razreda ($m < n$), prema unaprijed utvrđenom kriteriju.

Broj elemenata (frekvenciju) i -og razreda čije su granice a_i i a_{i+1} označavamo s f_i . Zbir svih frekvencija mora biti jednak broju elemenata n .

$$n = \sum_{i=1}^m f_i \quad (10)$$

Vjerojatnost da će obilježje X u itom razredu odgovarati određenoj teorijskoj raspodjeli možemo ovako zapisati:

$$P_i = \int_{a_i}^{a_{i+1}} f(x) dx, \quad i=1,2,\dots,m-1 \quad (11)$$

Zbir vjerojatnosti događaja u svim razredima je 1:

$$\sum_{i=1}^m p_i = 1 \quad (12)$$

Ako je H_0 istinita, tj. ako obilježje odgovara određenoj teorijskoj raspodjeli f_i će biti broj elemenata slučajnog uzorka koji su grupirani u i -ti razred s vjerojatnošću p_i . Očekivana teorijska vjerojatnost e_i bit će:

$$e_i = n \cdot p_i \quad (13)$$

i treba se podudarati s f_i .

Odstupanje od frekvencije uzorka od očekivanih vrijednosti možemo mjeriti pomoću izraza:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(f_i - e_i)^2}{e_i} \quad (14)$$

Hipoteza H_0 se prihaća ako se χ^2 testom ne utvrde značajnija odstupanja empirijskih frekvencija od očekivanih.

3.3. Kolmogorov-Smirnov test

Kolmogorov-Smirnov test osniva se na činjenici² da se vjerojatnost odstupanja mjereni i teoretskih podataka može aproksimirati funkcijom:

$$Q(\lambda) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k e^{-2k^2/\lambda} \quad (15)$$

Dalje, ako imamo uzorak od n elemenata, razvrstanih u m razreda, možemo naći maksimalno odstupanje:

$$D_{\max} = |f_i - e_i| \quad (16)$$

gdje je f_i kumulativna frekvencija i -og razreda, a e_i teoretska vrijednost te iste frekvencije. Kolmogorov je pokazao da se umjesto varijable λ u ovom slučaju može koristiti umnožak $\sqrt{n} \cdot D_{\max}$.

Iz funkcije (15) za 95% pouzdanost dobiva $\lambda = 1,36$ znači, da u slučaju kada je eksperimentom dobiveni $D_{\max} < \frac{1,36}{\sqrt{n}}$, možemo sa 95% pouzdanosti tvrditi da će ta razlika uvijek biti manja od dobivene pa da se prema tome empirijska raspodjela dobro pokorava teoretskoj. (Za 99% pouzdanost dobiva se $\lambda = 1,63$).

4. GENERATORI SLUČAJNIH BROJEVA

4.1. Von Neumannov generator slučajnih brojeva

Prepostajmo da želimo napraviti neki eksperiment za koji sunam potrebni slučajni brojevi sa zadanim raspodjelom. Postupak dobivanja teći će u dva koraka. U prvom koraku dobit ćemo jednolike slučajne brojeve u intervalu $[0,1]$, a u drugom transformirati ih i prilagoditi određenoj teorijskoj razdiobi.

Kako smo već rekli prvi algoritam za dobivanje slučajnih brojeva bio je algoritam Johna von Neumanna. Zasniva se na metodi srednjih kvadrata. Globalno, ideja se sastoji u slijedećem. Podimo od nekog broja, npr. 0.63. Neka je to naš prvi slučajni broj, pa pišemo $u1 = 0.63$. Ako nađemo kvadrat tog broja, dobijemo broj 0,3969. Uzmimo dvije srednje cifre kao drugi broj, pa prema tome $u2 = 0.96$. Kvadriramo li ovaj broj dobijemo vrijednost 0,9216, pa iz njega izvlačimo treći slučajan broj $u3 = 0.21$. Postupak nastavljamo onoliko puta koliko slučajnih brojeva želimo dobiti. Zbog jednostavnosti algoritma, ova je metoda pogodana za dobivanje slučajnih brojeva korištenjem džepnog kalkulatora.

4.2. Generiranje slučajnih brojeva aditivnom metodom

Aditivna metoda generiranja slučajnih brojeva zasniva se na tome, da početno zadamo određeni broj (npr. 16) slučajnih brojeva i stavimo ih u jedan vektor (tabelu). Svaki novi slučajni broj dobivamo zbrajanjem dva susjedna broja iz vektora s tim da dobiveni slučajni broj ujedno zamijeni prvi od ta dva broja u tabeli.

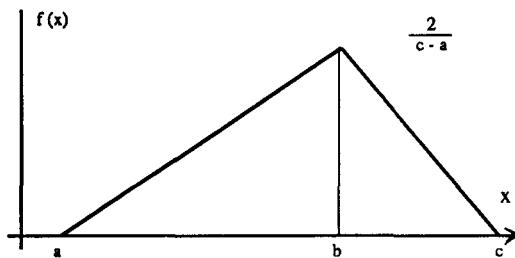
² Vuković, N.: Modeli statističkog zaključivanja, S. Marković, Beograd 1983, str. 303-306

Detaljan algoritam ove metode kao i program napisan u FORTRAN-u po tom algoritmu, prikazani su u dodatku.

5. TROKUTNA RASPODJEZA

Trokutna raspodjela definirana je s dva pravaca, koji se sijeku u točki s apscisom $x = b$. Prvi pravac siječe os x za $x = a$, a drugi u točki s $x=c$ (slikaj.) Površina ispod tih pravaca, koji predstavljaju funkciju distribucije mora biti jednaka 1. Zbog toga je ordinata točke u kojoj se pravici sijeku:

$$f(b) = \frac{2}{c-a} \quad (17)$$



Slika 1

Funkcija distribucije $F(x)$ jednaka je površini ispod pravaca. Za x manje od b vrijedi izraz:

$$F(b) = \frac{(x-a)^2}{(b-a) \cdot (c-a)} \quad a \leq x \leq b \quad (18)$$

dok za x veće od b vrijedi:

$$F(b) = 1 - \frac{(c-x)^2}{(c-a) \cdot (c-b)} \quad b \leq x \leq c \quad (19)$$

Slučajna varijabla x distribuirana po funkciji gustoće $f(x)$, čija funkcija distribucije je $F(x)$, dobiva se iz inverzne funkcije $F^{-1}(u)$. Iz gornjih relacija slijedi:

$$x = \sqrt{(b-a) \cdot (c-a) \cdot u} + a \quad u \leq \frac{b-a}{c-a} \quad (20)$$

i

$$x = \sqrt{(1-u) \cdot (c-a) \cdot (c-b)} + a \quad u > \frac{b-a}{c-a} \quad (21)$$

Na taj način, koristeći izraze (20) i (21) moguće je pomoći generatora jednolike razdiobe koji daje varijablu n u intervalu $[0,1]$ dobiti varijablu x raspodijeljenu po trokutastoj razdiobi s parametrima a, b i c .

6. PRIMJERI

Koristeći se aditivnom metodom kreirali smo program pomoći kojeg smo generirali 500 pseu-

doslučajnih brojeva. Generirane brojeve testirali smo na slučajnost i uniformnost. Sva testiranja učinili smo pomoći programa načinjenih u tu svrhu.

Testirajući generirane brojeve na slučajnost, tj. provodeći test autokorelacije, program nam je izračunao da je maksimalni koeficijent korelaciјe $r=0,1291676$. Prema tome možemo zaključiti da su generirani brojevi slučajni, tj. da veza među njima nema praktičnog značenja, jer je dobivena vrijednost blizu nule.

Test varijancom pokazuje da su podaci uniformno distribuirani. Izračunata varijanca je $\sigma^2=0.0806023$. Očekivana vrijednost varijance je 0.08333. Kako vidimo, odstupanja su zanemariva.

Za potrebe χ^2 testa brojevi su razvrstani u 23 razreda. Testirajući hipotezu kojom se tvrdi da je generirani niz slučajnih brojeva uniformno distribuiran utvrdili smo da je izračunata vrijednost $\chi^2=28.356$. Upoređujući izračunatu vrijednost s tabličnom, dopuštajući da vjerojatnost pogreške bude 0,025 tvrdimo da je postavljena hipoteza ispravna jer je izračunata vrijednost χ^2 manja od tablične (36.78).

Za provođenje Kolmogorov-Smirnovog testa generirani brojevi razvrstani su u 7 razreda. Izračunato maksimalno odstupanje je $D_{\max}=0.027714$. S obzirom da je $D_{\max} < \frac{1.36}{\sqrt{500}}$ s 95% pouzdanosti možemo tvrditi da su generirani brojevi uniformno distribuirani.

Opći zaključak nakon testiranja dobivenih slučajnih brojeva je da korišteni generator pseudoslučajnih brojeva daje uniformne i slučajne brojeve.

Testiranje, jesu li slučajni brojevi prilagođeni trokutnoj raspodjeli proveli smo preko χ^2 testa i Kolmogorov-Smirnovog testa. Test varijancom nismo proveli. U planu nam je da to bude predmet izučavanja u nekom od narednih radova.

Za potrebe χ^2 testa brojevi su razvrstani u 7 razreda. Izračunata vrijednost $\chi^2=5.12489$. Upoređujući izračunatu vrijednost s tabličnom, uz signifikantnost 0,025 možemo zaključiti da su empirijske točke trokutno raspoređene jer je izračunata vrijednost χ^2 manja od tablične (12.83).

Testiranje Kolmogorov-Smirnovim testom proveli smo na 7 razreda. Tom prilikom dobili smo slijedeće kumulativne frekvencije:

r	kumulativni niz $\frac{f_i}{500}$	kumulativni niz $\frac{f_i}{500}$
1	0.0408	0.024
2	0.1632	0.16
3	0.3673	0.374
4	0.6326	0.648
5	0.8367	0.838
6	0.9591	0.958
7	1	1

Izračunato maksimalno odstupanje je $D_{\max}=0.016816$. S obzirom da je $D_{\max} < \frac{1.36}{\sqrt{500}}$ s 95% pouzdanosti možemo tvrditi da se empirijska raspodjela dobro pokorava trokutnoj.

Prema tome, na primjeru, testiranjem smo utvrdili da načinjeni programi za generiranje slučajnih brojeva i njihovo prilagođavanje trokutnoj raspodjeli daju zadovoljavajuće rezultate.

7. ZAKLJUČAK

Danas postoji mnoštvo programa, bilo statističkih, bilo prevodilaca nekih programskega jezika, bilo simulacijskih paketa koji u sebi imaju ugrađenu mogućnost generiranja slučajnih brojeva. Nerijetko je za potrebe eksperimenta potrebno znati na koji način su slučajni brojevi koje koristimo dobiveni. Generatori

slučajnih brojeva u navedenim paketima su zatvorenog tipa i nismo u mogućnosti nad njima raditi eventualno potrebne korekcije. Dapače takvi generatori često imaju određena ograničenja. Zato se kao opći zaključak nameće činjenica da je potrebno poznavati postupak generiranja slučajnih brojeva. Uz malo programerskog umijeća poznavajući prethodno objašnjenu teoriju u mogućnosti smo razviti vlastite generatore slučajnih brojeva, te testirati njihovu valjanost i po potrebi prilagoditi teorijskim razdiobama koje zahtijeva eksperiment. Ovim radom pokazali smo kako se mogu generirati slučajni brojevi, kako se mogu testirati na slučajnost i prilagodbu nekoj zadanoj distribuciji. Također smo pokazali kako se iz uniforme distribucije može generirati trokutasta. Koristeći opisane testove provjerili smo valjanost opisanih metoda generiranja slučajnih brojeva.

LITERATURA

1. Ivanović, B.: Teorijska statistika, Naučna knjiga, Beograd 1979.
2. Ivković, Z.: Matematička statistika, Naučna knjiga, Beograd 1980.
3. Matić, B. i Ajduković, G.: Repetitorij statistike, Ekonomski fakultet Osijek, Osijek 1984.
4. Vranić, V.: Vjerojatnost i statistika, Tehnička knjiga, Zagreb 1958.
5. Vukadinović, S.: Elementi teorije vjeroatnoće i matematičke statistike, III izdanje, Privredni pregled Beograd 1981.
6. Vuković, N.: Modeli statističkog zaključivanja, s. Marković, Beograd 1983.

Darko Fischer, M.A., Branimir Dukić

Summary

GENERATING AND TESTING OF PATTERN ACCORDING TO TRIANGULAR DIVISION

Generating of random numbers has been mainly performed on the calculator by means of various software packages. Therefore these generators are more efficient than table generating through some physical phenomena. The generating of random numbers has been performed through certain mathematics links. There are many generating algorithms. Here Neuman's generating method of random numbers has been presented and then the additive one. Each generator is not necessarily good generator. Therefore the given generated numbers being called pseudorandom are to be tested. The random and flexibility tests have been used for this purpose. As the random test, the autocorrelation test can be used as well. Considering that the generated random numbers must be uniform we have chosen χ^2 and Kolgomorov-Smirnov test for flexibility i. e. uniformity testing. Frequently the economic simulation process demands the generated random numbers to be adapted to one of the theoretic distributions. One of these is a triangular one. According to the adaptation, the decline of empiric division from the theoretic one is being tested by means of the adaptability tests. The achieved distributed numbers in this way are possible to be included in the simulation economic model.

DODATAK

Algoritam za dobivanje slučajnih brojeva pomoću aditivne metode:

1. Definiraj funkciju RND (SEED)
2. Definiraj statičke varijable:
 - 2.1. Matricu T(I) sa 16 slučajnih brojeva
 - 2.2. M=1E9
 - 2.3. IS=0
 - 2.4. J=0
3. Ako je ovo prvo generiranje slučajnog broja (IS=0) tada
 - 3.1. Postavi J=MOD(SEED,16)
 - 3.2 Postavi IS=1
4. Povećaj J za 1
5. Postavi K=J-1
6. Ako je K=0 postavi K=16
7. Postavi XI=MOD(T(J)+T(K),M)
8. Postavi T(J)=XI
9. Izračunaj slučajni broj RND=XI/M
10. Ako je J=16 postavi J=0

Algoritam je definiran kao RND funkcija. Argument ove funkcije je varijabla SEED. Ova varijabla (vidi točku 3.1.) predstavlja mogućnost korisniku da odredi odakle slučajni brojevi počinju. U točki 2. definiraju se statičke varijable, tj. varijable koje se učitavaju samo prvi puta kada se algoritam pokreće. Tom prilikom se formira matrica T(I) koja se puni sa 16 unaprijed određenih brojeva (vidi fortranski program u dodatku). Točkom 2. definirana varijabla IS, u točki 3. indicira da li je generator slučajnog broja pokrenut prvi put. Ako je, u točki 3.1. definira se varijabla J koja poprima vrijednost u intervalu između vrijednosti varijable 0 do 15. Varijabla SEED se prema tome omogućava da svako prvo pokretanje generatora ne daje iste slučajne brojeve. Također u točki 3.2. IS

poprima vrijednost 1 kako u slijedećem pokretanju generatora ne bi točka 3. ponovo izvršavala. U točki 4., J se povećava za 1 dok se u točki 5. definira varijabla K koja je manja od J za 1. U slučaju da je K=0, a s obzirom da je i K kao i J varijabla koja ukazuje na poziciju broja u matrici (a elemenata ima 16) tako i K poprima vrijednost 16. Potom se u točki 7. pronađe vrijednost varijable XI koja je ostatak dijeljenja zbroja dva broja iz matrice određenih koeficijentima J i K, te vrijednosti varijable M tj. broja 109. Potom vrijednost iz matrice na J-tom mjestu zamjenjujemo vrijednošću XI. Slučajni broj se pronađe dijeljenjem vrijednosti varijable XI s varijablom M. U posljednjoj točki varijabli J se ne dozvoljava da izađe izvan intervala od 16 vrijednosti.

Program (funkcija) u Fortranu za dobivanje pseudoslučajnih brojeva aditivnom metodom. Funkcija daje slučajni broj jednoliko distribuiran od 0 do 1.

```

function rnd (seed)
integer*4t(16),m
data   t/356120997, 988919262, 43131844,
       459225517, 939989737,
1      666850663, 149316880, 491221612,
       789764836, 252429765,
2      378688294, 737326323, 016664811,
       951830242, 566387005,
3      194272481/j/0,m/1e9/,is/0/
if(is.eq.0) then
  is=1
  j=mod(ifix(seed),16)
endif
j=j+1
k=j-1
if(k.eq.0)k=16
xi=mod(t(j)+t(k)),m)
t(j)=xi
rnd=x/m
  
```