

UDK 519.1  
Stručni rad  
Prilježeno 17. 04. 1989.

Mr. IVAN BOŠNJAK,  
RO PTT Osijek

## METODA PROGNOZIRANJA ANALIZOM VREMENSKIH SERIJA (I)

*Uz osvrt na poznate metode prognoziranja analizom vremenskih serija, prezentirana je jedna metoda prognoziranja ekonomskih pojava bazirana na Holt-Vintersovoj metodi. Procjenjuje se da uz relevantne podatke ta metoda omogućuje zadovoljavajuću kvalitetu prognoza i primjenjivost u poslovnom planiranju i odlučivanju.*

*U radu je prikazana procedura i osnovna matematička formulacija metode. Srž metode čini dekompozicija podataka vremenske serije i eksponencijalno izgladivanje parametara prognoze. Dobivene vrijednosti parametara koriste se za predviđanje budućih vrijednosti promatrane veličine, za jedan ili više koraka unaprijed.*

### 1. UVOD

Metode prognoziranja analizom vremenskih serija baziraju se na modeliranju dinamičke strukture vremenske serije korištenjem informacija o prošlom ponašanju promatranih ekonomskih pojava. Pripadajući modeli obično se nazivaju mehaničkim ili ekstrapolacijskim budući da u polaznom pristupu ne uključuju utjecaje promjenjivih faktora, nego se prikupljeni podaci o prošlosti matematičkim formalizmom konvertuju u prognoze.

Relativna jednostavnost i skromni zahtjevi u pogledu znanja i tehnološke podrške za implementaciju, osnovni su razlozi njihove šire primjenjivosti. Mehanički pristup, kratkoročnost u uvjetima brzog zastarijevanja podataka, neadekvatno tretiranje dinamičkih tendencija i unutarnje kauzalne strukture — limitiraju kvalitetu i uspješnost metoda prognoziranja na osnovu analize vremenskih serija. Adaptacijom, filtriranjem i izgladivanjem, uz prikladno tretiranje dinamičkih tendencija i dubljim prodiranjem u kauzalne veze, poboljšavamo modele prognoze i proširujemo prostor njihove aplikabilnosti. Uz pregled poznatijih metoda, razmatramo jednu metodu prognoze koja može ostvariti zadovoljavajuću kvalitetu i operativnost (primjenjivost u poslovnoj praksi).

### 2. PREGLED EKSTRAPOLACIJSKIH METODA

Prisutne su različite klasifikacije i grupiranja metoda prognoziranja analizom vremenskih serija — ekstrapolacijskih metoda. Poznajemo:

- metode ekstrapolacije linearnog trenda,
- metode klasične dekompozicije vremenske serije,
- metode jednostrukih i dvostrukih pomičnih prosjeka,
- metode običnog, dvostrukog i trostrukog eksponencijalnog glačanja,
- Wintersova metoda,
- Box-Jenkinsova metoda, i dr.

Funkcije koje se koriste mogu biti sa ili bez saturacije. Najčešće su korištene (prema [2]):

- linearni trend (pravac)

$$Y_t = a + bt$$

— vremenski trend drugog stupnja (parabola)

$$Y_t = a + bt + ct^2$$

— jednostavna eksponencijalna funkcija

$$Y_t = ea^{+bt}$$

— modificirana eksponencijalna funkcija

$$Y_t = k - ab^x$$

— loginverzna funkcija

$$Y_t = ke - \frac{b}{t}$$

— lognormalna funkcija

$$Y_t = ke \frac{1}{2n^{2t}}$$

— logaritamska parabola

$$Y_t = ea + bt - ct^2$$

— logistička funkcija

$$Y_t = \frac{k}{1 + ea^{-bt}}$$

— Gompertzova funkcija

$$Y_t = ka^{bt}$$

— Johnsonova funkcija

$$Y_t = k - e^{(at+b) \cdot t}$$

— Pearlova funkcija

$$Y_t = a + bt + ct^2 + d \log t$$

Prognoza se bazira na aproksimaciji kretanja promatrane pojave jednom od navedenih funkcija, pri čemu se pretpostavlja da će buduće kretanje biti približno zakonitostima te funkcije.

Poboljšanu analizu vremenskih serija pružaju tzv. spektralne analize, kod kojih se iz vremenske domene prelazi na analizu u domenu frekvencija.

Poznavanjem nabrojanih kao i drugih metoda prognoziranja (regresijske metode, Delphi metoda, Markovljevi procesi, morfološka metoda, prognostička PATTERN metoda, NORMEX metoda usaglašavanja, i dr.) moguće je utvrditi metode prognoziranja prikladne za tretman konkretnog problema.

Prognoze na osnovu intuicije i slobodne procjene te jednostavnije metode analizom vremenskih serija — najčešće su korištene u poslovnoj praksi. Pri tome se uglavnom koriste nekompletni i neselektirani ulazni podaci, nema adaptacije i filtriranja, ne uočavaju dinamičke varijable niti omogućuje strategijsko upravljanje sistemom. S druge strane, razvijeno je niz kompleksnih, sofisticiranih metoda prognoziranja ko-

je zahtijevaju takvu informacijsku i računarsku podršku (i znanje) — da je teško očekivati njihovu širu i realnu primjenu. Balansirajući između tih antipoda, pokušavamo skicirati jednu operativniju metodu prognoziranja, zadovoljavajuće kvalitete i otvorenosti (kompatibilnosti) prema potrebama strategijskog upravljanja poslovnim sistemom.

### 3. ADAPTIRANA HOLT—WINTERSOVA METODA

Holt-Wintersova metoda namijenjena je prvenstveno za analizu složenijih vremenskih serija s izraženim trendom i sezonskim varijacijama (ili i drugim periodičkim varijacijama). Izvorno, metoda je razvijena i uspješno primjenjena za predviđanje informacijskog prometa. 4. Bitna prednost Holt-Wintersove metode za predviđanje u telekomunikacijama je u njenoj mogućnosti da modelira trend i sezonske varijacije — što su tipične pojave u informacijskom prometu, ali i u nizu drugih područja.

Osnovni postupci analize su dekompozicija podataka vremenske serije i eksponencijalno izgladivanje parametara. Dekompozicijom podataka vremenske serije moguće je utvrditi udio komponenti trenda, sezonskih i slučajnih varijacija u promjeni vrijednosti promatrane veličine. Dekompozicijom se procjenjuju parametri  $S_t$ ,  $M_t$  i  $R_t$ .

$S_t$  — sezonski parametar koji odražava efekte sezonskih varijacija,

$M_t$  — vrijednost promatrane veličine  $x_t$  oslobođene efekata sezonskih varijacija (»desezonirana« vrijednost),

$R_t$  — lokalni trend između desezoniranih vrijednosti  $M_{t-1}$  i  $M_t$ .

Na bazi parametara  $S_t$  i  $R_t$  moguće je modeliranje trenda i sezonskih varijacija. Izrazi za određivanje parametara ovise o konkretnoj vrsti modela. Prognoziranje se vrši na osnovu izgladenih vrijednosti parametara. U tu svrhu, izvodi se eksponencijalno izgladivanje parametara utvrđenih dekompozicijom, sa pripadajućim konstantama A, B, C:

$$A = [0,1]$$

$$B = [0,1]$$

$$C = [0,1].$$

Karakter sezonskih varijacija određuje da li je pogodniji aditivni ili multiplikativni model prognoziranja. Aditivni model po-

lazi od pretpostavke konstantnog udjela sezonskih varijacija.

Prognoza promatrane veličine  $x$  za  $n$  trenutaka unaprijed data je relacijom:

$$(1) \quad x(t, n) = M_t + nR_t + S_{t+n-p}$$

$p$  — perioda sezonskih varijacija.

Eksponecijalno izgladivanje parametara vrši se pomoću izraza:

$$(2) \quad S_t = A(x_t - M_t) + (1 - A)S_{t-p}$$

$$(3) \quad M_t = B(x_t - S_{t-p}) + (1 - B)(M_{t-1} + R_{t-1})$$

$$(4) \quad R_t = C(M_t - M_{t-1}) + (1 - C)R_{t-1}$$

Multiplikativni model polazi od pretpostavke da je promjena amplituda sezonskih varijacija proporcionalna prosjeku promatrane veličine. Prognoza promatrane veličine određena je izrazom:

$$(5) \quad x(t, n) = (M_t + nR_t) S_{t+n-p}$$

Za izgladivanje parametara koriste se izrazi:

$$(6) \quad S_t = A x_t / M_t + (1 - A) F_{t-p}$$

$$(7) \quad M_t = B x_t / F_{t-p} + (1 - A)(M_{t-1} + R_{t-1})$$

$$(8) \quad R_t = C(M_t - M_{t-1}) + (1 - C)R_{t-1}$$

Postupak prognoziranja skiciran je na sl. 1. (prema [3]). Moguće je agregirati elemente — aktivnosti u dvije osnovne faze procedure prognoziranja:

I. Izbor i priprema modela predviđanja,

II. Izvođenje samog predviđanja.

Izbor modela prognoziranja → aditivni, multiplikativni (eventualno s korištenjem logaritamskih vrijednosti podataka), vrši se na bazi prethodno uočenih karakteristika trenda i sezonskih varijacija, pri čemu je korisna grafička prezentacija podataka vremenske serije. Za određivanje početne »desezonirane« vrijednosti parametara  $M_b$ , koristi se izraz:

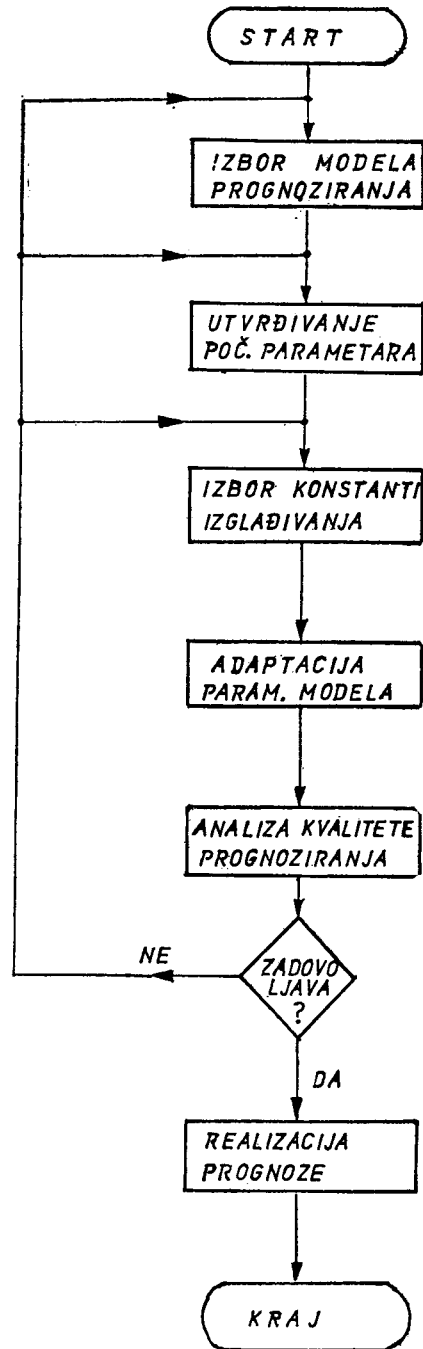
$$(9) \quad M_b = 1/p \sum_{i=1}^p x_i - (p-1)/2 R_b$$

Vidljivo je iz gornjeg izraza da početna vrijednost parametra  $M_b$  predstavlja prosjek prvog ciklusa podataka, uz korekciju početnog trenda. Za početni trend možemo odabrati:

- neutralnu vrijednost,
- prosječni trend između dva prva ciklusa,
- prosječni trend čitavog promatranog intervala.

Sezonski parametri  $S$  određuju se kao:

- neutralna vrijednost,
  - rezultanta prvog ciklusa podataka:
- $$(10) \quad S_{j,b} = x_j / M_b, \quad j = 1, \dots, s$$



Slika 1. Tok prognoziranja

— prosječne vrijednosti parametara kroz promatrani broj ciklusa.

Premda postoje određene analize utjecaja određivanja početnih parametara na kvalitetu izvršenog predviđanja, zasada je to relativno neistraženo područje [1]. U slučaju dovoljno dugog intervala adaptacije način određivanja početnih parametara nije signifikantan. No, ipak preporučljivo je da kod analize kvalitete prognoziranja par početnih ciklusa adaptacije modela izuzmemo iz razmatranja.

Primijenjene konstante izgladivanja (A, B, C) imaju odlučujući utjecaj na kvalitetu prognoziranja, jer o njima ovisi sposobnost eliminacije smetnji u uzorku i mogućnost adaptacije parametara predviđanja. Budući da se radi o konfliktnim zahtjevima, potrebno je odabrati konstante izgladivanja, koje su optimizirane prema kvaliteti prognoziranja. Ne postoje egzaktna i čvrsta pravila, nego se optimizirana rješenja utvrđuju testiranjem na promatranom intervalu podataka i procjenom dobivene kvalitete predviđanja.

U postupku adaptacije parametara modela prognoziranja ulazi se sa početnim parametrima i odabranim konstantama izgladivanja. Određenim uzimanjem podataka vremenske serije vrši se izgladivanje i ažuriranje parametara (relacije (2), (3), (4), (6), (7), (8)), uz simultano izvođenje prognoziranja slijedećih vrijednosti podataka (relacije (1), (5)). Nakon svakog završenog ciklusa potrebno je izvršiti normalizaciju sezonskih parametara, jer bi inače oni prihvatili i određene varijacije trenda. Normalizaciju vršimo tako da srednja vrijednost bude  $\phi$  ili 1, ovisno o primijenjenom modelu.

Ocjena kvalitete izvedenih prognoza vrši se nakon završenog postupka adaptacije. Procjena se bazira na analizi ostvarenih grešaka predviđanja  $e_t = x_t - \hat{x}(t-1, 1)$ .

U tu svrhu moguće je koristiti standardne devijacije grešaka u predviđanju (izraz (11)), odnosno neke druge kriterije koji omogućuju relevantnu ocjenu.

$$(11) \quad \sigma_e = \left( \sum_{t=1}^K c_t^2 (K-2) \right)^{1/2}$$

U analizi kvalitete prognoziranja uvodi se funkcija gubitaka (los function) kao mjera učinjenih grešaka u prognoziranju. Kvaliteta prognoziranja vodi ka minimizaciji očekivanja vrijednosti funkcije gubitaka.

Iz procedure prognoziranja (sl. 1), vidljivo je da se mogu ponoviti neki elementi ukoliko se u provedenom postupku adaptacije ne dobivaju zadovoljavajući rezultati. Na osnovu prethodnih postupaka — ukoliko odabrana varijanta modela zadovoljava, dobivene vrijednosti parametara koriste se za predviđanje budućih vrijednosti promatrane ekonomske pojave. Ovisno o potrebi moguće je realizirati dvije vrste prognoziranja:

— prognoziranje za po jedan korak unaprijed,

— prognoziranje za više koraka unaprijed.

U slučaju prognoziranja za po jedan korak unaprijed, uzimaju se u obzir rezultati prethodnog prognoziranja, te se vrijednost parametara ažurira korištenjem izraza za izgladivanje i ranije utvrđenih konstanti A, B, C.

U slučaju prognoze za više koraka unaprijed, izvodi se jednostavna ekstrapolacija pomoću izraza (1) i (5), uz odgovarajuću veličinu n.

Znatnija odstupanja između prognoziranih i stvarnih vrijednosti signaliziraju nam potrebu ponavljanja postupka pripreme modela predviđanja — uzimajući u obzir nove podatke (dio starih podataka je moguće izostaviti, ako više nisu reprezentativni).

## ZAKLJUČAK

Prognoziranje ekonomskih pojava predstavlja složen zadatak od velikog značaja za sve aktivnosti planiranja i upravljanja i primjenom odgovarajućih metoda prognoziranja, adaptiranih na konkretne zahtjeve poslovne prakse, stvara se podloga kvalitetnijem odlučivanju u poslovnom sistemu. Raskorak između kompleksnih, sofisticiranih teorijskih modela i konkretne poslovne prakse, moguće je prevladati balansiranim adaptabilnim rješenjima zadovoljavajuće kvalitete.

Skicirana metoda prognoziranja na osnovu analize vremenskih serija koncipirana je tako da se konkretni model prognoziranja testira na intervalu poznatih podataka, pa ako se ostvaruje prihvatljiva kvaliteta prognoziranja → prelazi se na prognoziranje budućih vrijednosti promatrane veličine. Pored realizacije procedure prognoziranja, metoda omogućuje pogodno pohranjivanje podataka vremenskih serija, ispise i grafički prikaz.

Prikazana metoda pogodna je za realizaciju kvalitetnih i efikasnih računarskih procedura, a istovremeno je prihvatljiva za širi krug kompetentnih korisnika.

LITERATURA:

1. *Chatfeld, C.*: The Hold-Winters Forecasting Procedure, Applied Statistics, Vol. 27, pp. 264—279, (1978).

2. *Graff, P.*: Die Wiirtschaftsprognose, J. C. B. Mohr, Tübingen, 1977.

3. *Latković, D.*: Predviđanje informacionog prometa metodama analize vremenskih serija, ITA, Vol. 6, No. 3—4, Zagreb, 1987., str. 375—393.

4. *Moreland, J. P.*: A Robust Sequential Projection Algorithm for Traffic Load Forecasting, Bell System Technical Journal, Vol. 61, pp. 15—38, (1982).

5. *Passeron, A., E. Etere*: A Forecasting Model to Set Up Multi — Season Traffic Matrices, Proc. of the ITC—10, 1.2 — 4, Montreal 1983.

Mr. Ivan Bošnjak

Summary

FORECASTING METHOD BY ANALYZING TIME SERIES

In addition to reviewing the known methods of forecasting by analyzing time series, one method of forecasting economic phenomena based on Holt — Vinter's method is presented. It is estimated that with the relevant data this method provides satisfactory quality of forecasts as well as applicability in business planning and decision-making.

This paper illustrates the procedure and the basic mathematical formulation of the method. The essence of the method is the data decomposition of the time series and the exponential smoothing of the forecast parameters. The resulting parameters of values are used for forecasting future values of the examined value for one of more steps in advance.