

UDK. 330-115

Izvorni znanstveni članak

Prilježeno 10. listopada 1988.

Dr. MILENA JOVIČIĆ, Ekonomski fakultet Beograd

EKONOMETRIJSKO OCENJIVANJE PRODUKTIVNOSTI ŽIVOG RADA I CES PROIZVODNA FUNKCIJA*

Analitički problemi praćenja uticaja živog rada kao proizvodnog faktora zahtevaju zamenu pokazatelja koji ima karakter stoka s pokazateljem toka, ali i rešenje nehomogenosti vrsta rada.

* Rad predstavlja dio istraživačkih rezultata potprojekta »Zakon vrijednosti u funkciji upravljanja razvojem«, kojeg kao dio projekta »Fundamentalna istraživanja u ekonomiji« financira SIZ znanosti SR Hrvatske u razdoblju 1987-1990. godine.

1. CES PROIZVODNA FUNKCIJA

Proizvodna funkcija koju karakteriše konstantna elastičnost supstitucije, ali različita od jedinice, naziva se CES (skraćenica izraza konstantna elastičnost supstitucije):

$$(1.1.) \quad P = g[dk^{-r} + (1-d)R^{-r}]^{-n/r}$$

gde su parametri i njihova značenja:

g — efikasnost (proporcionalno povećanje obima proizvodnje za date utroške) i promene jedinica merenja; promene ovog parametra predstavljaju primer neutralnog tehničkog progressa;

n — stepen ekonomije obima (mera prinosa na obim proizvodnje, stepen homogenosti funkcije);

d — kapitalna intenzivnost, a takođe (kada je funkcija u sastavu ekonomskog modela) parametar distribucije među faktorima, odnosno udeo kapitala u vrednosti proizvodnje;

$$r = \frac{1-\sigma}{\sigma}$$

Budući da se elastičnost supstitucije može predstaviti sa²:

$$(1.2.) \quad \sigma = \frac{1}{1+r},$$

za $r=0$ CES proizvodna funkcija se svodi na Cobb-Douglasovu.

Pod uslovom optimalizacije odnosno maksimiranja razlike između prihoda i troškova, realni dohodak rada w/c izjednačuje se sa marginalnim proizvodom rada:

$$(1.3.) \quad P'(R) = n(1-d)g^{-r/n} p^{(1+r)/n} R^{1+r} = w/c$$

što pri konstantnim prinosima ($n=1$) postaje:

$$(1.4.) \quad P'(R) = (1-d)g^{-r} (P/R)^{1+r} = w/c$$

Zamenom u (1.1.) dobija se proizvodnja u per capita obliku:

$$(1.5.) \quad P/R = [(1-d)g^{-r}]^{-1/(1+r)} (w/c)^{1/(1+r)},$$

tako da se elastičnošću supstitucije meri uticaj realnog ličnog dohotka w/c na produktivnost rada P/R :

$$(1.6.) \quad \log(P/R) = a + \sigma \log(w/c),$$

gde je konstanta $a = -\sigma \log[(1-d)g^{-r}]$.

U slučaju Cobb-Douglasove proizvodne funkcije, realni lični dohodak izjednačen sa marginalnim proizvodom rada može se pisati:

1) Autori su: Arrow, K.J. — Chenery, H.B. — Minhas, B.S. — Solow, R.M.: »Capital-Labour Substitution and Economic Efficiency«, Review of Economics and Statistics, vol 43/1961, str. 225-250.

2) Prema: Wallis, K.F.: Topics in Applied Economics, Gray-Mills, London 1973, str. 53-54.

$$w/c = b(P/R).$$

Otuda je jasno da je korišćenje Cobb-Douglas-ove funkcije opravdano u praksi kad god je lični dohodak po radniku u konstantnoj proporciji sa dohotkom po radniku, a ako je dohodak po radniku promenljiva proporcija ličnog dohotka, onda je opravdano korišćenje CES proizvodne funkcije.

1.1. Ocenjivanje CES funkcije

Iako je opštija od Cobb-Douglasove funkcije, i zasnovana na realističnijim pretpostavkama, CES proizvodna funkcija se relativno manje koristi u praksi zbog teškoća njenog transformisanja u oblik linearan po parametrima, koji bi bio pogodan za dobijanje linearnih ocena parametara. U upotrebi su razne linearne aproksimacije funkcije, ali i nelinearno ocenjivanje parametara, pa ćemo ih obraditi u posebnim poglavljima.

Ovde će biti reči o alternativnim ocenama preko uslova marginalne produktivnosti i udela rada u vrednosti proizvodnje sa standardnim ekonomskim pretpostavkama.

Recimo, jedna ocena elastičnosti supstitucije mogla bi se dobiti iz izraza (1.6.), kao ocena koeficijenta uz realni lični dohodak, odnosno $\log(w/c)$. Međutim, ova ocena ne bi bila konzistentna, zbog međuzavisnosti ovog regresora i slučajne greške jednačine, koja ovde označava ekonomsku efikasnost.

Pri uslovu maksimiranja dobiti, udeo rada u vrednosti proizvodnje se može predstaviti kao sledeća funkcija:

$$(1.7.) \quad \ln [(wR)/(cP)] = \sigma \ln(1-d) + (1-\sigma) \ln(w/c) + (\sigma-1) \ln g$$

Naravno, u ocenjivanju ove funkcije možemo dobiti samo ocenu elastičnosti supstitucije, dok se koeficijenti d i g ne mogu oceniti (oba su u sastavu konstantnog člana), osim u slučaju jedinične elastičnosti supstitucije, kad je $1-d$ jednako prosečnom udelu rada u dobiti u uslovima slobodne konkurencije.

Elastičnost supstitucije se može oceniti i iz uslova maksimizacije, izjednačujući marginalnu stopu supstitucije sa odnosom faktorskih cena:

$$(1.8.) \quad P'(R)/P'(K) = [(1-d)/d](K/R)^{1+r} = w/i$$

odakle je model za ocenjivanje

$$(1.9.) \quad \ln(K/R) = \sigma \ln[d/(1-d)] + \frac{1}{\sigma} \ln(w/i).$$

U ovom izrazu elastičnošću supstitucije se meri uticaj odnosa faktorskih cena na kapitalnu opremljenost rada. Otuda, smanjenje relativne cene kapitala dovodi do proporcionalno većeg pada kapitalne opremlje-

nosti rada ako je $\sigma < 1$. Prema rezultatima³, u tome je razlog usporavanja rasta proizvodnje u Jugoslaviji u periodu 1955-1975. Kritika ovakvih nalaza uglavnom je usmerena na upozorenje o nekorektnom merenju stepena korišćenja proizvodnih faktora.⁴

Međutim, pitanje je da li se na visokom nivou agregacije cene mogu uzimati kao egzogeni regresor, ili bi ocenjivanje proizvodne funkcije zahtevalo ocenjivanje celog sistema simultanih jednačina. Poznato je, naime, da ignorisanje simultanih međuzavisnosti i izolovano ocenjivanje samo jedne iz sistema jednačina dovodi do pristrasnih ocena parametara.

Problemi identifikovanosti jednačina isti su kao i slučaju CD funkcije. Pod pretpostavkom perfektne konkurencije i konstantnih cena na tržištu i proizvoda i proizvodnih faktora, ako su količine proizvodnje i optimalnih faktorskih uložaka endogene varijable, jednačine sistema (sastavljenog od proizvodne funkcije i uslova marginalne produktivnosti) nisu identifikovane.

Identifikovanost se može postići tretiranjem cena egzogeno, ali varijantno po opservacijama. Takođe, u analizi proizvodnih grana sa većom regulativom, proizvodnja se može posmatrati egzogeno, pri čemu proizvođač minimizira troškove za dati nivo proizvodnje, a cene proizvodnih uložaka variraju po opservacijama. Najzad, osim cena faktora i uloženi rad (meren brojem radnik-časova ili efektivno zaposlenih radnika) može da se tretira kao egzogena varijabla, naročito u međunarodnim analizama, kad je kroz slobodnu međunarodnu razmenu mobilan kapital, ali ne i rad.

Inače, ocenjivanje parametara CES proizvodne funkcije, bez obzira na uslove marginalne produktivnosti kao dodatne relacije za određivanje optimalnih količina faktorskih uložaka, može se obavljati nelinearnim metodom ocene direktno, ili posle pogodne transformacije u linearni oblik funkcije primenom linearnog metoda ocene (aproksimativno).

Tradicionalna teorija statističkog zaključivanja razvijena je za linearni metod cene, dok za nelinearne metode još uvek nisu teorijski rešeni problemi dobijanja ocena i dokazivanje postojanja konačnih momenata u malim uzorcima. Osim toga, nelinearni metodi zasnovani su na iterativnim proce-

3) Sapir, A.: »Economic Growth and Factor Substitution: What Happened to the Yugoslav Miracles«, The Economic Journal, No. 90/1980, str. 294-313.

4) Puljić, A.: »Kritički osvrt na članak A Sapira 'Ekonomski rast i supstitucija faktora: Sta se dogodilo jugoslovenskom čudu?', Ekonomska analiza, 4/1982.

durama, koje daju ocene sa poželjnim samo asimptotskim osobinama. Stoga ćemo se nelinearnim metodama ocenjivanja baviti kasnije,⁵ a prvo ćemo izložiti probleme linearnog ocenjivanja parametara CES proizvodne funkcije.

1.2. Linearni metod ocenjivanja

Linearni metod ocenjivanja ima određene prednosti. Pre svega, interpretacija parametara je jasna i direktna. U linearnoj proizvodnoj funkciji parametri su marginalne produktivnosti faktora, a u linearnoj logaritamskoj transformaciji funkcije, kao u slučaju Cobb-Douglasove, parametri su elastičnosti proizvodnje s obzirom na utroške. Osim toga, izračunavanje linearnih ocena parametara je jednostavno, bez uvođenja dodatnih ograničenja i numeričkih problema. Najzad, s obzirom na tradicionalno loš kvalitet podataka i potencijalne greške specifikacije, može se očekivati da nelinearni metod ocenjivanja multiplikuje greške u dobijanju finalnih rezultata.

Imajući sve to u vidu, česta su nastojanja da se pogodnom transformacijom nelinearni model za ocenjivanje svede na linearni. Takva je i Kmetnina aproksimacija⁶ CES funkcije. Definišući

$$(1.10.) \quad f(r) = \ln[d K \cdot r + (1-d) R \cdot r]$$

i uvodeći ekspanziju tog izraza Taylorovim redom oko vrednosti $r=0$ (što odgovara $\sigma=1$), dobija se

$$(1.11.) \quad \ln P = \ln g + nd \ln K + n(1-d) \ln R - 0,5nrd(1-d) \ln(K/R)^2.$$

Poslednji član izraza iščezava za $\sigma=1$ (u slučaju Cobb-Douglasove proizvodne funkcije, tako da se na osnovu statističkog testa značajnosti ocene tog parametra može vršiti izbor između CES i CD oblika funkcije, odnosno odlučivati o tome koji se oblik bolje prilagođava empirijskim podacima.

U per capita izrazu funkcija je:

$$(1.12.) \quad \ln(P/R) = \ln g + (n-1) \ln R + nd \ln(K/R) - 0,5nrd(1-d) \ln(K/R)^2,$$

te se preko značajnosti ocene parametra uz $\ln(R)$ testira hipoteza o konstantnim prinosima, tj. da je $n=1$.

Pod pretpostavkom konstantnih prinosa ($n=1$) funkcija se može pisati:

$$(1.13.) \quad \ln(P/R) = \ln g + d \ln(K/R) - 0,5rd(1-d) \ln(K/R)^2$$

5) Takve postupke razmatra Mizon, G.E.: Inferential Procedures in Non-linear Models: An Application in a UK Industrial Cross Section Study of Factor Substitution and Returns to Scale, *Econometrica*, 45/1977.

6) Kmenta, J.: On Estimation of the CES Production Function, *International Economic Review*, 8/1967.

a da bi se dobila ocena parametra d nezavisna od jedinica merenja faktora, koriste se stope promene ili indeksne vrednosti varijabli.

Jedan od načina ocenjivanja parametara CES proizvodne funkcije svodi se na iterativnu proceduru,⁷ pri kojoj se, uz pretpostavku $n=1$, početne vrednosti parametara d i r (recimo iz ocene izraza (1.9) ili proizvoljno određene) uvrste u izraz za promenljivu vrednost F koja se definiše kao (1.14.) $F = d K \cdot r + (1-d) R \cdot r$

tako da se ocenjuje model

$$(1.15.) \quad \ln P = \ln g - (1/r) \ln F$$

koji daje ocene parametara g i r ; one se uvrste u izraz (1.1.) pa se dobije (uz $n=1$)

$$(1.16.) \quad Y = (P/g) \cdot r - (1-d) R \cdot r = dK \cdot r$$

odakle se dobijaju nove ocene d i r , koje se uvrstavaju u (1.14.) itd. Postupak se nastavlja sve dok ocene ne počnu konvergirati do određenog stepena tačnosti (npr. dok se ne dobije isti rezultat do druge decimale).

Međutim, u slučaju da prinosi nisu konstantni ($n \neq 1$), parametar tehničkog progressa se ne može oceniti odvojeno od stepena homogenosti funkcije. Ali indeks tehničkog progressa i inače se ocenjuje preko vremenskih serija.

1.3. Problemi korišćenja vremenskih serija

Ako se CES funkcija primjenjuje na vremenske serije, neutralni tehnički progres može da se izrazi kao funkcija od vremena, te umesto konstante g u funkciji (3.1.) figuriše: $g(t) = a e^{bt}$, gde je b konstantna stopa tehničkog progressa. Onda izraz (1.6.) postaje:

$$(1.17.) \quad \ln(wR)/(cP)_t = A + (1-\sigma) (w/c)_t + (\sigma-1) bt,$$

gde je konstanta $A = \sigma \ln(1-d) + (\sigma-1) \ln(a)$, a promenljive vrednosti su merene u periodima (intervalima) t .

Iz izraza se vidi da u slučaju jedinične elastičnosti supstitucije udeo rada u vrednosti proizvodnje nije zavisn od realnih ličnih dohodaka i tehničkog progressa. Ali, za $\sigma < 1$ udeo rada raste samo ako realni lični dohoci rastu brže od tehničkog progressa, jer je u porastu udela rada u proizvodnji prisutan opadajući vremenski trend (koeficijent uz varijablu t negativan).

Prisetimo još da ocena parametra distribucije d , u sastavu konstantnog člana izraza A , nije invarijantna na jedinice me-

7) Postupak je predložen u studiji: Kurz, M. i A.S. Manne: Engineering Estimates of Capital-Labour Substitution in Metal Machining, *The American Economic Review*, 1963.

renja, dok ocena za σ jeste. Zato se standardna (uporediva za razne modele) ocena parametra d dobija primenom relativnih promena varijabli ili indeksa porasta, umesto originalnih nivoa, dakle »merenjem« varijabli nezavisno od jedinica mere.

Ako se u izraz kapitalne opremljenosti rada [$\log(K/R)$ u funkciji (1.9)] uvrsti vremenski trend, onda se dozvoljava da se i kapitalna intenzivnost [$d/(1-d)$] menja vremenom — kao primer ne-neutralnog tehničkog progresa. Negativni koeficijent uz vreme (b) implicira opadanje kapitalne intenzivnosti, odnosno kapitalno-štedni tehnički progres.⁸

Funkcija (1.9) uz uključivanje linearnog vremenskog trenda (sa parametrom b) omogućuje ocenjivanje parametara d i r (preko σ). Da bi se ocenili parametri g i n , definiše se

$$(1.18) \quad Z = [d' b^t K^{-r} + (1-d, b^t) R^{-r}]^{-1/r},$$

gde su primom označene ocene, a zatim se ocenjuje

$$(1.19) \quad P = gZ^n,$$

bilo nelinearnim metodom, bilo posle logaritamske transformacije. (Ocene neće biti pristrasne pod uslovom da tehnička efikasnost — slučajna greška u funkciji (1.19) — nije zavisna od ekonomske efikasnosti — slučajne greške u ocenjivanju funkcije (1.9).

U ocenjivanju parametara proizvodne funkcije na osnovu vremenskih serija, osim problema agregacije, o kome je ranije bilo reči, javljaju se i drugi problemi:⁹

1. Prisustvo tehničkog progresa, koje se u vremenskim serijama mora predvideti, jer se u protivnom uključuje u stohastički član funkcije, pa dovodi do autokorelacije i neefikasnih ocena parametara.

2. Različita trajnost i nehomogenost opreme (uz različito korišćenje kapaciteta) dovodi do grešaka u merenju i agregiranju, te kao posledica može dati pristrasne ocene parametara.

3. Uticaj očekivanja vezanih za promene faktorskih cena može dovesti do promene parametara, odnosno do pristrasnih ocena ukoliko se taj uticaj izostavi iz funkcije.

4. Tokom vremena dolazi do promene faktorskih proporcija i trebalo bi predvideti obuhvatanje tih varijacija proizvodnom funkcijom; naime, promene tehnologije mogu voditi varijabilnim parametrima.

5. Kako proizvodna funkcija predstavlja tehnološki optimum, ona podrazumeva izražavanje utrošaka na nivou njihovog efektivnog korišćenja; stoga je vrlo važno funkcijom obuhvatiti probleme različitog stepena korišćenja proizvodnih faktora.

1.4. Nelinearni metodi ocenjivanja

U slučaju da je model koji se ocenjuje »suštinski nelinearan«, u smislu da se ne može nikakvom pogodnom transformacijom prevesti u linearni (pomoćni) model za ocenjivanje, moraju se koristiti nelinearni metodi ocenjivanja parametara.

Primenjujući pravilo minimiziranja srednje kvadratne greške modela (metod najmanjih kvadrata) za dobijanje ocena parametara, dobijaju se normalne jednačine (koje se rešavaju po nepoznatim parametrima u cilju dobijanja pravila formulisanja njihovih ocena iz raspoloživih opservacija) kao nelinearne funkcije po parametrima. Isti problem se javlja i kod primene metoda maksimalne verodostojnosti: maksimiranje odgovarajuće funkcije verovatnoće svodi se na minimiziranje negativnog eksponenta, što daje iste vrednosti ocena kao i metod najmanjih kvadrata.

Ne samo da je iz ovako nelinearnih normalnih jednačina teško dobiti rešenje nepoznatih parametara (formule za njihove ocene), već ona nisu u opštem slučaju ni linearne funkcije uzoračkih vrednosti zavisne varijable. Kako je to bio uslov da se dokaže nepristrasnost ocena metodom najmanjih kvadrata, sada se gubi ta dragocena osobina. Dakle, nelinearne ocene nisu, kao linearne ocene pod određenim uslovima, najbolje linearne nepristrasne ocene (NLNO)¹⁰ Šta više, sada je njihove osobine u malim uzorcima vrlo teško izvesti, naime praktično se ne mogu ustanoviti za opšti slučaj.

Zbog širokog spektra mogućih specifikacija nelinearnosti modela, u opštem slučaju je onemogućeno analitičko vrednovanje osobina ocena u malim uzorcima. Međutim, za ocene dobijene metodom maksimalne verodostojnosti poznato je da su (pod određenim uslovima) konzistentne i efikasne (imaju asimptotski raspored sa najmanjom varijansom), i ta osobina ne zavisi od linearnosti modela. Stoga je jasan zaključak: u slučaju nelinearnog ocenjivanja modela, potrebno je obezbediti dovoljno veliki uzorak da bi važile navedene osobine ocena iz velikih uzoraka.

8) Prema Walters, A.A.: Production and Cost Functions: An Econometric Survey. Econometrica, 31/1963.

9) Videti npr. Johansen, L.: Production Functions, North-Holland, Amsterdam 1972.

10) Sire o tome: 24. glava u knjizi Judge, G.G. et al., Eds.: Introduction to the Theory and Practice of Econometrics, John Wiley, New York 1982.

Ako je uzorak dovoljno veliki, ocena se tretira kao normalno raspoređena slučajna promenljiva, sa srednjom vrednošću jednakom prvoj vrednosti parametra, a kovarijantna matrica se ocenjuje na poznati način.

U slučaju da greška modela (stohastički član) nema normalnu distribuciju, procedura dobijanja ocena metodom maksimalne verodostojnosti je neprimenjiva.¹¹ Ali pod pretpostavkom da greška ima nezavisno podjednako raspoređene vrednosti sa aritmetičkom sredinom nula i konstantnom konačnom varijansom (čak i kad ta ista distribucija nije normalna), nelinearna ocena metodom najmanjih kvadrata je konzistentna i asimptotski normalno raspoređena, te se mogu izvesti (aproksimativni) momenti tog asimptotskog rasporeda.¹²

Tačnije, uslovi za validnost asimptotske teorije o osobinama nelinearnih ocena su sledeći:

1. Niz nezavisnih varijabli je ograničen, a pojedinačne vrednosti varijabli konačne;

2. Nelinearna funkcija modela po nezavisnim varijablama i nepoznatom vektoru parametara b bar dva puta je kontinuelno diferencijabilna s obzirom na b ;

3. Greška modela je (u različitim periodima opservacije) nezavisno identično raspoređena sa aritmetičkom sredinom jednakom nuli i zajedničkom konačnom varijansom.

Napomenimo još da nije uvek dovoljno znati samo asimptotske osobine naših ocena, jer često ne znamo koja veličina uzorka je dovoljno velika da bi te asimptotske osobine važile aproksimativno. Osim toga, u praksi često nisu raspoloživi veliki uzorci, te se teško može verovati teorijskim asimptotskim osobinama. S druge strane, nema nade da se mogu izvesti opšte osobine nelinearnih ocena u malim uzorcima, jer ima isuviše različitih mogućih nelinearnih specifikacija.

Stoga se u praksi, u svakoj konkretnoj situaciji ocenjivanja nelinearnih modela, pred istraživača postavlja dilema: primeniti linearne ocene poznatih osobina (i u malim uzorcima) ako je moguće obezbediti uspešnu linearnu transformaciju modela, ili primeniti nelinearne ocene bez promene ori-

ginalne specifikacije, ali uz korišćenje što većeg uzorka (i aproksimativno zaključiva-nje o pravih vrednostima parametara).

Kao postupci nelinearnog ocenjivanja parametara poznati su Gaussov i gradijentni metod.¹³ Gaussov metod poznat je u literaturi i kao Gauss-Newtonov algoritam. Gradijentni metod samo je poseban način interpretiranja Gaussovog metoda, pri čemu se polazi od proizvoljnih (spolja datih, nekim prethodnim iskustvom) inicijelnih vrednosti nepoznatih parametara, i približava lokalnom minimumu sume kvadrata grešaka iterativnim postupkom. Da bi se obezbedila što brža konvergencija, programi za računare zahtevaju osim početnih vrednosti i neka linearna (ili nelinearna) ograničenja na parametre, najčešće interval mogućih vrednosti.

Naravno, drugačije početne vrednosti parametara davaće u opštem slučaju i drugačija rešenja njihovih pravih vrednosti, jer nema osiguranja da je postignuti minimum globalnog karaktera. Ipak, postignuti minimum pri vrednostima parametara iz intervala mogućih vrednosti može se smatrati jedinim relevantnim.

2. MERENJE RELATIVNE PROIZVODNE EFIKASNOSTI

Dugo se produktivnost rada (proizvod po jedinici rada) smatrala zadovoljavajućim merilom efikasnosti. Ali kako je gotovo nemoguće sve proizvodne utroške predstaviti u jedinicama tekućeg rada i kako su u našoj sadašnjoj situaciji sredstva za proizvodnju oskudni faktor, a smanjenje broja zaposlenih po jedinici proizvodnje nije primarni cilj u situaciji visoke nezaposlenosti, sigurno je da na povećanje efikasnosti proizvodnje treba da se odrazi ušteda i rada i kapitala, tačnije svih proizvodnih faktora po jedinici proizvodnje.

Budući da se u socijalističkoj samoupravnoj privredi lični dohoci ne smatraju proizvodnim troškovima i ne postoji tržište rada, merenje efikasnosti proizvodnje proizvodnim troškovima ne bi dalo zadovoljavajuće rezultate. Osim toga, problem različitih jedinica merenja i određivanja relativnih cena komplikuje sabiranje raznorodnih utrošaka.

Da bi se u merenju efikasnosti proizvodnje uzeli u obzir svi proizvodni faktori (različito mereni), a da ih ne moramo sabi-

11) O statističkom zaključivanju na bazi ocena dobijenih metodom maksimalne verodostojnosti videti: Gallant, A.R. i Holly, A.: *Statistical Inference in an Implicit Nonlinear Equation Model in the Context of Maximum Likelihood Estimation* *Econometrica*, 48/1980, str. 697-720.

12) Jennrich, R.I.: *Asymptotic Properties of Nonlinear Least Squares Estimations*, *Annals of Mathematical Statistics*, 40/1969, str. 633-643.

13) Sire o nelinearnom metodu ocenjivanja u knjizi: Goldfeld, S.M. — Quandt, R.E. (Eds.): *Studies in Nonlinear Estimation*, Cambridge, Mass., Ballinger 1976.

rati, idealno je predstaviti njihove utroške na zasebnim osama, a jedinicu proizvodnje (nužno vrednosnu) izraziti kao tačku u tako definisanom višedimenzionom prostoru, sa odgovarajućim koordinatama.

Poređenjem tako dobijenih tačaka u prostoru sa tehnički određenim optimumom (koji ima jediničnu efikasnost), ili sa najvećom stvarno postignutom efikasnošću, mogu se dobiti indeksi njihove efikasnosti. Na taj način možemo upoređivati promenu efikasnosti jedne jedinice posmatranja kroz vreme, ili proizvodnu efikasnost više opservacija u jednom vremenskom trenutku, odnosno periodu posmatranja.

Indeks proizvodne efikasnosti mora da zadovoljava određene osobine. Pre svega, da uzima vrednost od 100% (jedinična efikasnost) za najefikasnijeg proizvođača, a da opada sa sve većim porastom proizvodnih utrošaka po jedinici proizvodnje. Takođe, porast bilo kog proizvodnog utroška u proizvodnji jedne jedinice proizvoda, uz iste količine ostalih utrošaka, mora voditi nižoj proizvodnoj efikasnosti.

Budući da je veoma teško odrediti tehnološki optimum kombinacije proizvodnih utrošaka za jedinicu proizvodnje, a gotovo nemoguće koristiti takav optimum u opštem slučaju (pri poređenju raznih proizvođača, sa različitim tehnologijama i nedefinisano lakoćom supstitucije proizvodnih utrošaka), uobičajeno je¹⁴ da se sve jedinice posmatranja umesto prema tehničkom optimumu stavljaju u odnos prema najboljoj postignutoj efikasnosti. Stoga se najboljom efikasnošću smatra svaka postignuta vrednost koja beleži minimum količina za zadatu kombinaciju proizvodnih utrošaka — naime koja je bliže koordinatnom početku od bilo koje druge na istom zraku (pravoj kroz koordinatni početak).

Otuda, linija najveće efikasnosti (u praksi izlomljena linija) prolazi kroz tačke najbliže koordinatnom početku i »obuhvata« sve ostale, kao njihova konveksna ovojnica, tako da se ni jedna tačka ne nalazi na strani prema koordinatnom početku (to jest ne beleži manje proizvodne utroške — koordinate).

Problem određivanja relativne efikasnosti ostalih opservacija svodi se sada na ocenjivanje relativne udaljenosti odnosno tačke od linije najveće efikasnosti.¹⁵ Naravno, s

obzirom na dopuštanje različitih kombinacija utrošaka kao podjednako efikasnih, položaj relevantne tačke u prostoru moraće se porediti sa onim segmentom izlomljene linije najveće efikasnosti sa kojim se seče zrak koji prolazi kroz relevantnu tačku.

Ako za dva utroška X i Y, u cilju određivanja efikasnosti tačke C, taj segment linije najveće efikasnosti čini duž AB, između tačaka A (x_a, y_a) i B (x_b, y_b), onda se rešavanjem jednačina:

$$(2.1) \quad \begin{aligned} a x_a + b x_b &= x_c \\ a y_a + b y_b &= y_c \end{aligned}$$

po parametrima a i b, dobija relativna efikasnost relevantne tačke C iz izraza:

$$(2.2) \quad E = 100 (a + b).$$

Naime, iznos E predstavlja procentualni odnos udaljenosti preseka zraka OC sa segmentom AB od koordinatnog početka prema dužini OC. Tako će sve tačke na liniji najveće efikasnosti imati koeficijent efikasnosti meren sa (4.2) jednak 100% (jer za njih je $a + b = 1$), a tačke relativno udaljenije od koordinatnog početka niži koeficijent efikasnosti ($a + b > 1$).

Kako se linija najveće efikasnosti u praksi dobija kao izlomljena linija, potrebno je definisati i pravilo određivanja onog segmenta te linije sa kojim će se porediti efikasnost određene tačke (opservacije). Logično je da se koristi segment koji maksimira koeficijent efikasnosti, odnosno i-ti segment za koji je ispunjeno:

$$(2.3) \quad a_i, b_i \geq 0, \text{ odnosno}$$

$1/(a_i + b_i)$ u maksimumu.

Naravno, veći broj proizvodnih utrošaka biće predstavljen višedimenzionim koordinatnim sistemom, a prednost metoda je, uz mogućnost korišćenja raznorodnih proizvodnih utrošaka u definisanju efikasnosti proizvodnje, bez obaveze njihove bilo kakve ponderacije, i invarijantnost metoda na promenu jedinica merenja tih utrošaka ili proizvodnih jedinica.

Dalja prednost metoda je mogućnost poređenja proizvodne efikasnosti različitih proizvodnih grana, koje u opštem slučaju zahtevaju sasvim različite proporcije proizvodnih utrošaka, u skladu sa različitim tehnologijama proizvodnje. Osim toga, neograničen je broj analiziranih proizvodnih faktora i vrsta proizvodnje.

S druge strane, postoji nekoliko ograničenja metoda, uglavnom vezanih za pravilno definisanje (relevantnih) homogenih proizvodnih faktora i kompletnog skupa podataka, o kojima treba voditi računa u primeni:

14) Prvi je ovu ideju izneo Farrell, M.J.: »The Measurement of Production Efficiency«, Journal of the Royal Statistical Society, 1957, str. 253-281.

15) Videti opširnije: Jovičić, M.: Jedna kvantitativna mera proizvodne efikasnosti, u knjizi Problemi samoupravnog privrednog sistema, tom II, Crnogorska akademija nauka i umjetnosti, Titograd 1982.

1. Efikasnost se meri u odnosu na dati skup opservacija, te uvođenjem novih opservacija dobijeni koeficijent efikasnost može predstavljati manju ili nepromenjenu efikasnost, ali ne i veću nego pre. Dakle, razmatrana mera je relativna, kako u odnosu na vremenski, tako i istovremeni obuhvat opservacija.

2. Mera je osetljiva i s obzirom na izbor korištenih proizvodnih faktora. Uvođenje (ili izostavljanje) faktora može znatno da promeni rezultate.

3. Pretpostavka na kojoj se zasniva merenje proizvodnih utrošaka je da su oni istog kvaliteta, za svaku vrednosnu (ili drugu mernu) jedinicu, odnosno da im je cena ista za svaku istovrsnu fizičku jedinicu mere.

4. Iz analize se izostavljaju (zbog problema merenja) prirodni, tržišni, i drugi posebni uslovi koji mogu znatno menjati proizvodnu efikasnost.

5. U vrednosnom izražavanju različitih vrsta proizvodnje, položaj u primarnoj raspodeli, odnosno potcenjenosti vrednosti proizvodnje, može značajno da utiče na rezultate. Zato je uputnije ovu meru koristiti u analizi proizvodne efikasnosti proizvođača jedne grane ili vrste proizvodnje (ili kao promenu proizvodnje posmatrati indeks fizičkog obima), da bi rezultati odrazili stvarnu proizvodnu efikasnost.

Rezultati dobijeni na osnovu vrednosnih izraza uključuju kako tehničku tako i »cenovnu« efikasnost, te mogu ukazati na ekonomičnost alokacije proizvodnih faktora, odnosno ukazati koje grane uz ista ulaganja daju veću vrednost proizvodnje. Kako čak i u slučaju jedinstvenih faktorskih cena za sve opservacije, uvek postoji promena relativnih cena, odnosno odnosa tih cena u vremenu, predloženi metod može prikazati povećanje proizvodne efikasnosti bilo usled stvarnih ušteda utrošaka u tehničkom smislu, bilo usled njihove povoljnije kombinacije, shodno promeni faktorskih cena — dakle i tehnološku i ekonomsku efikasnost.

Međutim, problemi relativnih cena u vrednosnim pokazateljima, kao i problemi agregiranja raznorodnih veličina, uvek predstavljaju problem u statističkim istraživanjima i ne mogu se smatrati teškoćama svojstvenim samo ovom predloženom metodu.

3. EKONOMETRIJSKO OCENJIVANJE PRODUKTIVNOSTI (SLOŽENOSTI RADA)

Uz već navedene probleme u analitičkom praćenju uticaja žigov rada kao proizvodnog faktora (uobičajeni statistički izraz

— broj radnika — predstavlja fond, a ne tok, te se mora korigovati stvarno upotrebljenim radnim satima u proizvodnji), dodatni problem je nehomogenost vrsta rada.

U teoriji se obično navodi da postoje tri razloga koji menjaju produktivnost rada: 1) uzroci koji podjednako menjaju produktivnost svih vrsta rada, 2) povećanje nivoa i širenje obrazovanja i 3) starenje radnika. Ali kako se prvi uzrok obuhvata nepredmećenim tehnološkim progresom, a prosečna starost radnog kontingenta se menja vrlo sporo, to je od interesa pratiti samo nehomogenost radne snage usled razlika u obrazovanju.

U cilju korišćenja agregatnog iznosa uloženog rada u proizvodni proces, potrebno je agregirati količine rada različite složenosti, odnosno predstaviti ukupan broj radnika preko broja uslovno nekvalifikovanih — naime ponderisati na određeni način razne kategorije složenog rada, imajući u vidu da su im i produktivnosti različite.

U tom cilju, najčešće se¹⁶ predstavlja da su odnosi u ličnim dohocima različitih kategorija radnika (iz iste starosne kategorije) jednaki sa odnosima njihovih marginalnih produktivnosti — te da se mogu koristiti kao ponderi u agregiranju. Osim toga, uz pretpostavku da je elastičnost supstitucije među različitim vrstama rada beskonačno velika, moguće je ove odnose složenosti (efikasnosti) rada koristiti kao nepromenjene pondere kroz duži period:

$$(3.1) \quad R_t = R_{it} + \sum_i R_{it}, \quad i = 2, \dots, n$$

gde R predstavlja ukupan rad, a c odnos prosečnih primanja i-te vrste rada prema izabranoj vrsti rada, čija je količina R_i , u godini t.

Da bi se dobile manje restriktivne pretpostavke za agregiranje raznih kategorija rada, predloženi su metodi koji pretpostavljaju jediničnu ili konstantnu elastičnost supstitucije među raznim kategorijama rada.¹⁷ Tako se ukupna količina rada može posmatrati kao

$$(3.2) \quad R_t = \sum R_{it}^{a_i},$$

gde je a_i predstavljen udeo prosečnih primanja i-vrste rada u ukupnim prosečnim primanjima svih radnika, ili, u slučaju konstantne (nepoznate) elastičnosti supstitucije:

$$(3.3) \quad R_t = (d_i R_{it}^{-r} + d_j R_{jt}^{-r})^{(-1/r)} d_i + d_j = 1$$

16) Na primer, Denison, E.: Why Growth Rates Differ: Postwar Experience in Nine Western Countries, The Brookings Institution, Washington 1967.

17) Bowles, S.: Aggregation of Labour Inputs in Economics of Growth and Planning: Experiments with Two-Level CES Functions, Journal of Political Economy, 1970 str. 68-81.

Za dobijanje ocene elastičnosti supstitucije koristi se stohastička zavisnost odnosa nadnica u funkciji odnosa broja zaposlenih radnika — jer u tržišnim uslovima ako ponuda i-te vrste rada raste od j -te, može se očekivati pad nadnice i-te vrste u odnosu na j -tu

$$(3.4) \quad \ln (w_{it}/w_{jt}) = a + b_{ij} \ln (R_{it}/R_{jt}) + u_{it}, \\ i = j$$

tako da će vrednost odnosnog koeficijenta b biti negativna. Elastičnost supstitucije može se dobiti iz:

$$(3.5) \quad \sigma_{ij} = b - (1/b_{ij}).$$

U slučaju jedinične elastičnosti supstitucije, izraz (3.4) se svodi na (3.2), a kad nema prilagođavanja nadnica promenama u ponudi, znači da je supstitabilnost perfektna i primenjuje se izraz (3.1).

U našoj literaturi prvi se problemom istraživanja doprinosa širenja obrazovanja stopi rasta proizvodnje bavio Puljić.¹⁸ U testiranju značajnosti koeficijenta b iz ocenjenih relacija (3.4) za osam kategorija radnika (visoko stručno obrazovanje, više, srednje i niže, visokokvalifikovani radnici, kvalifikovani, polu i nekvalifikovani), u periodu 1963—1974, ustanovio je da većina tih relacija ne postoji, jer se ocene koeficijenta b značajno ne razlikuju od nule. Stoga je prihvatio pretpostavku da postoji beskonačna vrednost parcijalne elastičnosti supstitucije među različitim kategorijama rada, tj. da promena učešća pojedinih kategorija zaposlenih ostavlja nepromenjenim odnose njihovih marginalnih produktivnosti rada.

Istu pretpostavku usvojio je i Popović¹⁹ u svom istraživanju uticaja obrazovanja na stopu rasta industrijske proizvodnje u periodu 1955—1980. Njegovi nalazi govore da se u posmatranom periodu 33,3% rasta industrije može objasniti rastom korišćenog kapitala, 29,3% rastom korišćenog rada, a preostalih 34,7% rastom »globalne produktivnosti resursa«. Doprinos rada je razložen na doprinos »sirovog« rada i doprinos obrazovanja, koji predstavlja oko 9% stope

rasta industrijske proizvodnje. Od toga, doprinos napora da se održi postojeći nivo obrazovanja blizu tri puta je veći od poboljšanja obrazovne strukture.

Međutim, pretpostavka da su odnosi ličnih dohodaka različitih kvalifikacija radnika jednaki odnosima njihovih fizičkih marginalnih produktivnosti (i da su nezavisni od osnovnih sredstava i vremena) predstavlja nametnuto ograničenje sprovedenoj analizi, netestirano u praksi.

Veliki je problem da li se u samoupravnoj privredi gde ne postoji tržište rada može smatrati da se »nadnice« određuju shodno marginalnoj produktivnosti ili relativnim promenama ponude rada, dakle da li statističke performanse jednačine (5.4) mogu predstavljati kriterijum za ocenjivanje parcijalne elastičnosti supstitucije među raznim kategorijama rada.

No čak i pri pretpostavci da su razne kategorije rada savršeno supstitabilne, dakle da se može koristiti izraz (3.1) u određivanje ukupne količine složenog rada, veliko je pitanje da li ponderi složenosti rada smeju biti relativni iznosi ličnih dohodaka odnosnih kategorija, kada je jasno da u našim uslovima postoji izrazita rigidnost ličnih dohodaka naniže i limitiranje minimalnih ličnih dohodaka (dakle svojevrsna uravnilovka). Na taj način, usvajanje ove pretpostavke unapred podcenjuje doprinos obrazovanja rastu proizvodnje (a povećava doprinos »sirovog«, nekvalifikovanog rada).

Stoga se ne može smatrati da je pitanje doprinosa obrazovanja stopi rasta proizvodnje u našim uslovima metodološki rešeno na zadovoljavajući način.

U načelu, rešavanje ovog pitanja može se prići na tri načina. Pre svega, uz broj radnika kao jedan od proizvodnih faktora (korigovan efektivno korišćenim radnim vremenom), obrazovanje se može uključiti kao poseban faktor proizvodnje od značaja (umesto rezidualno uz neopredmećen tehnološki progres). Osim toga, tretirajući obrazovanje kao zaseban proizvodni faktor, može se ispitivati njegov doprinos efektivnosti proizvodnje predloženim merilom (2.1). I najzad, problem agregiranja različitih kategorija složenosti rada treba rešavati ocenjujući ponderu ovog svođenja u zavisnosti od doprinosa proizvodnoj efektivnosti, a nezavisno od učešća odnosnih kategorija u raspodeli

18) Puljić, A.: Utjecaj tehnološkog napretka na rast društvenog proizvoda industrije, Ekonomska analiza 2/1980, str. 181—218.

19) Popović, M., Uticaj obrazovanja na stopu rasta jugoslovenske industrije, Ekonomska misao 4/1986, str.

Dr. Milena Jovičić

Summary

ECONOMETRIC EVALUATION OF PRODUCTIVITY OF LABOUR AND CES PRODUCTION FUNCTION

Analytic problems of examining the influence of labour as a production factor require substitution of the factor that has character of stock for the flow factor but also the solution of nonhomogenous kinds of labour.