

Predviđanje granične čvrstoće i prekidnih istezanja za tkanine pri djelovanju vlačne sile u proizvoljnim smjerovima

Prof. dr. sc. **Željko Penava**, dipl. ing.
Prof. dr. sc. **Diana Šimić Penava**, dipl. ing.¹
Doc. Dr. sc. **Željko Knezić**, dipl. ing.
Sveučilište u Zagrebu Tekstilno-tehnološki fakultet
Zavod za projektiranje i menadžment tekstila
¹Sveučilište u Zagrebu Građevinski fakultet
Zavod za tehničku mehaniku
Zagreb, Hrvatska
e-mail: zeljko.penava@ttf.hr
Prispjelo 20.2.2018.

UDK 677.017
Izvorni znanstveni rad

Prikazano je eksperimentalno ispitivanje i određivanje granične čvrstoće i prekidnog istezanja tkanine za različite kutove djelovanja vlačne sile. Mjerenja su provedena na tri uzorka pamučnih tkanina s konstrukcijski jednakim platnenim vezom s jednakom i različitom gustoćom osnove i potke. Provedena su jednoosna vlačna ispitivanja tkanina za određivanje njenih mehaničkih svojstava. Uzorci su ispitani pri djelovanju vlačne sile pod različitim kutovima u odnosu na smjer potke. Na temelju eksperimentalno dobivenih vrijednosti, izračunate su teorijske i prilagođene granične čvrstoće i prekidna istezanja za proizvoljno odabrane smjerove djelovanja sile na uzorke tkanina. U radu se eksperimentalne vrijednosti uspoređuju s teorijskim i prilagođenim vrijednosti granične čvrstoće i prekidnog istezanja. Dobiveni koeficijenti korelacije r i vrijednosti korijena srednje kvadratne pogreške (RMSE) dokažu primjenjivost teorijskih jednadžbi za računanje prekidnog istezanja i granične čvrstoće za proizvoljno odabrane smjerove rezanja uzorka tkanine. Stoga se mjerenja trebaju provesti djelovanjem vlačne sile na tkaninu samo u smjeru osnove (90°), potke (0°) i pod kutom od 45° .

Ključne riječi: anizotropija, granična čvrstoća, prekidno istezanje, tkanina, gustoća tkanine, korijen srednje kvadratne pogreške, koeficijent korelacije

1. Uvod

Anizotropija je karakteristika koja je tipična za većinu materijala, posebno za tkanine. Utjecaj smjera djelovanja vlačne sile na svojstva tkanine je velik i često se ispituje. Poznavanje fizikalno-mehaničkih svojstava tkanina je jako važno, posebno budući da njihova primjena raste posebno kod

kompozitnih materijala u različitim industrijskim granama. Pažljivim projektiranjem tkanina moguće je neželjene promjene oblika tkanine sveći na minimum uz istovremeno postizanje zadovoljavajućih fizikalno-mehaničkih svojstava. Fizikalna i mehanička svojstva tkanina određuju opseg njihovog krajnjeg korištenja u različitim potrebama i aplikacijama.

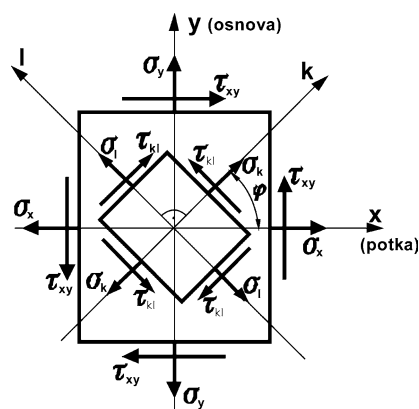
Zbog toga je važno što bolje razumijevanje parametara koji utječu na ponašanje tih materijala. Mehanička svojstva tekstilnih materijala pod djelovanjem vlačnog opterećenja počela su se proučavati 1937. godine [1]. Realnija predviđanja čvrstoće tkanine dali su Kovar i Pan [2, 3]. Promjenom kuta djelovanja vanjskog vlačnog opterećenja, mijenjaju se i fizi-

kalno-mehaničke karakteristike tkanine. Anizotropna struktura tkanina doprinosi različitim, nekada teško objašnjivim, ponašanjima tkanina tijekom istezanja. Mjerenje istezanja tkanina kod djelovanja vlačne sile u različitim smjerovima je učinkovit način da se karakteriziraju anizotropija i strukturne promjene tkanina [4-6]. Ujedno je jednoosno istezanje i najrašireniji postupak ispitivanja i analize fizikalnih i mehaničkih svojstava tekstilnih proizvoda [7]. Veličine naprezanja i deformacija tekstila pri promjeni kuta nagiba djelovanja vlačne sile su također jako važne [8]. Pri djelovanju vlačne sile dolazi do dostizanja granične čvrstoće i kidanja tkanine. Tada je vrijednost vlačne sile jednaka prekidnoj sili, pri čemu dolazi do pojave viskoelastičnih ili plastičnih deformacija u tkanini [9]. Takve deformacije su nepoželjne jer se nepoželjni efekti, loša kvaliteta gotovog proizvoda, npr. tkanine, mogu uočiti tek u završnim fazama prerade, odnosno nakon oplemenjivanja i bojadisanja [10]. Da bi se izbjeglo kidanje tkanine (prekidno istezanje) trebalo bi unaprijed znati pri kojem vlačnom opterećenju će doći do kidanja, odnosno njenu graničnu čvrstoću. Treba postaviti odgovarajući teorijske jednadžbe za predviđanje granične čvrstoće tkanina i prekidnog istezanja čiji se rezultati dobro podudaraju s eksperimentalnim vrijednostima. Određivanje normalnih naprezanja i deformacija u različitim smjerovima uključuje složene mehanizme koji daju podatke o fizikalno-mehaničkim svojstvima tkanine u različitim smjerovima, gdje se kutovi između dva sustava niti na mjestima (ili u točkama) njihovog križanja mijenjaju. Zbog specifične prirode tekstila, određivanje granične čvrstoće, prekidnih sila i prekidnih istezanja provodi se ispitivanjem uzoraka tkanine u laboratoriju pri djelovanju vlačne sile u različitim smjerovima. Promjenom kuta vanjskog opterećenja (vlačne sile) mijenjaju se i prekidne sile i produljenje pri prekidu.

Cilj ovog rada je analizirati utjecaj anizotropije i različitih gustoća osnove i potke tkanine na vrijednosti granične čvrstoće i prekidnog istezanja tkanina kada vlačna sila djeluje u različitim smjerovima, te odrediti stupanj podudarnosti između dobivenih eksperimentalnih rezultata i teorijskih izračunatih vrijednosti. Usporedbom eksperimentalnih i računski dobivenih vrijednosti graničnih čvrstoća i prekidnih istezanja treba dokazati primjenjivost teorijskih jednadžbi za računanje graničnih čvrstoća i prekidnih istezanja za proizvoljno odabrane smjerove djelovanja vlačne sile.

2. Utjecaj anizotropije na predviđanje granične čvrstoće i prekidnog istezanja

Tkanine se definiraju kao elastične ortotropne ploče s dvije međusobno okomite ravnine elastične simetrije [11]. Te ravnine elastične simetrije su ravnine ortotropije, a njihovi presjeci su osi ortotropije (x i y). Os x je u smjeru potke, a os y je u smjeru osnove tkanine. U dvoosnoj strukturi tkanja definirana su dva glavna smjera: uzdužni (osnova, y -os) i poprečni (potka, x -os), sl.1.



Sl.1 Element tkanine - ravninsko stanje naprezanja uzorka tkanine

Za opisivanje ovisnosti značajki čvrstoće o pravcima djelovanja sile u odnosu na pravce strukturne građe tkanina koriste se odnosi koji imaju isti oblik kao kod elastičnih deformiranja

materijala. Prema tome Hookeov zakon u tenzorskom obliku za linearno područje glasi (1) [12]:

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijkl} \cdot \sigma_{ij} \quad (1)$$

gdje su ε_{ij} , σ_{ij} komponente tenzora deformacija i tenzora naprezanja, a S_{ijkl} su komponente tenzora elastičnosti. Uvažavanjem simetričnosti i ortotropije te svodenjem na ravninski problem dobiva se Hookeov zakon za anizotropno ponašanje materijala kada vlačna sila djeluje u proizvoljnom smjeru, tj. kad se osi k , l ne podudaraju s glavnim osima x , y (2) [13]:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_k \\ \varepsilon_l \\ \gamma_{kl} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_k} & -\frac{\nu_{lk}}{E_k} & \alpha_k \\ -\frac{\nu_{kl}}{E_l} & \frac{1}{E_l} & \alpha_l \\ \alpha_k & \alpha_l & \frac{1}{G_{kl}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_k \\ \sigma_l \\ \tau_{kl} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

σ_k i σ_l su normalna naprezanja, τ_{kl} je posmično naprezanje, ε_k , ε_l su relativne normalne deformacije, γ_{kl} je relativna posmična deformacija, E_k , E_l su moduli elastičnosti, G_{kl} je modul posmika, α_k , α_l su elastični koeficijenti, ν_{kl} , ν_{lk} su Poissonovi koeficijenti za proizvoljni koordinatni sustav k , l . Pri djelovanju vlačne sile F na tkanine u proizvoljnim smjerovima, dolazi do pojave normalnih naprezanja $\sigma = F/A$ koja se mijenjaju ovisno o smjeru djelovanja sile (opterećenja). Najveće vrijednosti tih vlačnih sila pri kojima dolazi do prekida tkanina su prekidne vlačne sile F_φ (N).

2.1. Prvi način računanja granične čvrstoće i prekidnog istezanja

Tenzor čvrstoće ima analogan izgled kao i tenzor elastičnosti, tako da će za analogan ravninski zadatak, izraz za predviđanje i računanje granične čvrstoće biti (3) [14]:

$$\sigma_\varphi = \frac{\sigma_0}{\cos^4 \varphi + \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{45}} - \frac{\sigma_{90}}{4} \right) \sin^2(2 \cdot \varphi) + \frac{\sigma_0}{\sigma_{90}} \cdot \sin^4 \varphi} \quad (3)$$

Izrazom (3) se računaju vrijednosti granične čvrstoće za bilo koju kombinaciju zaokrenutih osi u ravnini or-

Tab. 1 Osnovni parametri strukture tkanine

Oznaka tkanine	Vez tkanine	Sirovinski sastav	Gustoća osnove (niti/cm)	Gustoća potke (niti/cm)	Finoća pređe za osnovu (tex)	Finoća pređe za potku (tex)	Debljina tkanine (mm)	Plošna masa tkanine (g/m ²)
P53	platno	pamuk	50	30	20	20	0,34	200,91
P33	platno	pamuk	30	30	20	20	0,33	199,94
P35	platno	pamuk	30	50	20	20	0,34	201,04

totropije. Kut φ je kut između glavne osi x i smjera djelovanja vlačne sile. σ_φ je normalno naprezanje (granična čvrstoća) za proizvoljni smjer djelovanja sile u odnosu na potku tkanine, σ_0, σ_{90} su granične čvrstoće u osima ortotropije (smjer potke i smjer osnove), a σ_{45} je granična čvrstoća u pravcu pod kutom 45°. Vrijednosti prekidnih vlačnih sila F_0, F_{45}, F_{90} , dobiju se ispitivanjima u laboratoriju pri jednoosnom istezanju uzorka kada vlačne sile djeluju u smjerovima $\varphi=0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$.

Računske vrijednosti prekidnih istezanja ε za bilo koju kombinaciju zakrenutih osi u ravnini ortotropije računaju se pomoću izraza (4):

$$\varepsilon_\varphi = \frac{\varepsilon_0}{\cos^4 \varphi + \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{45}} - \frac{\varepsilon_{90}}{4} \right) \cdot \sin^2(2 \cdot \varphi) + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{90}} \cdot \sin^4 \varphi} \quad (4)$$

ε_φ je prekidno istezanje za proizvoljni smjer djelovanja sile u odnosu na potku tkanine, $\varepsilon_0, \varepsilon_{90}$ su prekidna istezanja u osima ortotropije (smjer potke i smjer osnove), a ε_{45} je prekidno istezanje u pravcu djelovanja sile pod kutom 45°. Vrijednosti prekidnih istezanja $\varepsilon_0, \varepsilon_{45}, \varepsilon_{90}$, dobiju se ispitivanjima u laboratoriju pri jednoosnom istezanju uzorka kada vlačne sile djeluju u smjerovima $\varphi=0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$. Dakle, $\sigma_\varphi = \sigma_{\text{teor}}$, $\varepsilon_\varphi = \varepsilon_{\text{teor}}$ su teorijske vrijednosti granične čvrstoće i prekidnog istezanja.

2.2. Drugi način računanja granične čvrstoće i prekidnog istezanja

Drugi način računanja vrijednosti granične čvrstoće je da se na temelju dobivenih eksperimentalnih vrijednosti izmjerenih prekidnih sila uzorka tkanina ispitanih pod različitim kutovima postavlja odnos između

normalnog naprezanja $\sigma = F/A$ i kuta φ . Veza je prikazana jednačinom (5) [15]:

$$\sigma(\varphi) = a\varphi^2 + b\varphi + c \quad (5)$$

Matematički najprihvatljiviji pristup je prilagođavanje eksperimentalnih podataka kvadratnoj jednačini - polinomnoj jednačini drugog reda (5), pri čemu mora biti ispunjen uvjet:

$$\sum_{i=0}^n (a\varphi_i^2 + b\varphi_i + c - \sigma_i)^2 = \min \quad (6)$$

gdje su a, b i c - parametri polinoma drugog stupnja. Parcijalna derivacija jednačine (6) po parametrima a, b i c i rješavanjem dobivenog sustava dobivaju se parametri polinoma drugog stupnja. Nakon što su dobiveni parametri a, b, c iz jednačine (5) računaju se odgovarajuće vrijednosti graničnih čvrstoća. Dakle, izračunate odgovarajuće vrijednosti granične čvrstoće označene su kao poly. (σ). Na temelju eksperimentalnih vrijednosti prekidnih istezanja, postavlja se pomoću jednačine (7) odnos između istezanja i kuta djelovanja vlačne sile:

$$\varepsilon(\varphi) = a\varphi^2 + b\varphi + c \quad (7)$$

Opet se koristiti kvadratna funkcija za prilagođavanje eksperimentalno dobivenih podataka istezanja, izraz (8):

$$\sum_{i=0}^n (a\varphi_i^2 + b\varphi_i + c - \varepsilon_i)^2 = \min \quad (8)$$

Parcijalna derivacija jednačine (8) po parametrima a, b i c i rješavanjem dobivenog sustava dobivaju se parametri polinoma drugog stupnja. Nakon što su dobiveni parametri a, b, c iz jednačine (7) računaju se odgovarajuće vrijednosti prekidnog istezanja. Dakle, izračunate odgovarajuće vrijednosti prekidnog istezanja označene su kao poly. (ε).

3. Eksperimentalni dio

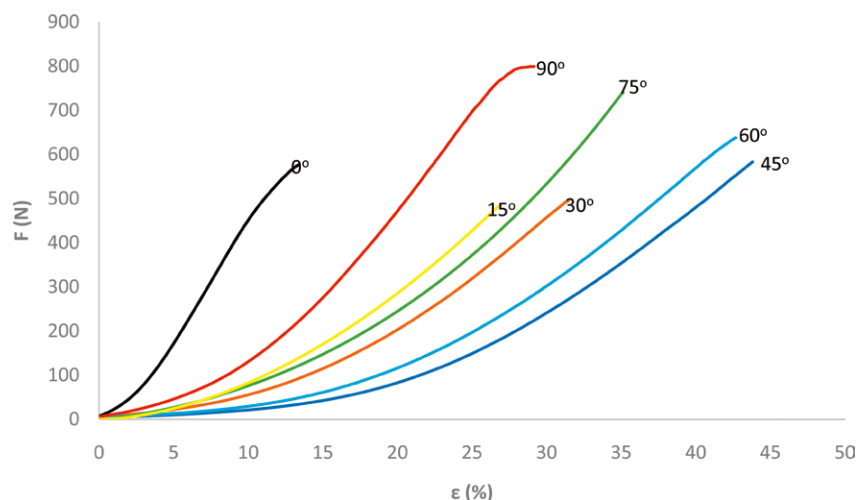
U eksperimentalnom dijelu rada izvest će se pokusi ispitivanja uzorka tkanine pri statičkom opterećenju. Eksperiment je proveden mjerenjem uzdužne deformacije tkanine (istezanje tkanine) i pripadne veličine vlačnih sila koje djeluju do prekida uzorka. Vlačne sile djeluju u smjeru potke ($\varphi=0^\circ$), u smjeru osnove ($\varphi=90^\circ$), te pod kutovima 15°, 30°, 45° i 75° obzirom na smjer potke. U tu svrhu primijenjene su klasične metode i instrumenti za ispitivanje vlačnih svojstava tkanina. Pomoću rezultata ispitivanja izračunate su teorijske vrijednosti prekidne čvrstoće i prekidnog istezanja. Želi se provjeriti utjecaj gustoće osnove i potke tkanine na primjenjivost teorijskih jednačini za predviđanje i računanje prekidne čvrstoće i prekidnih istezanja.

3.1. Uzorci tkanina i metoda za ispitivanje

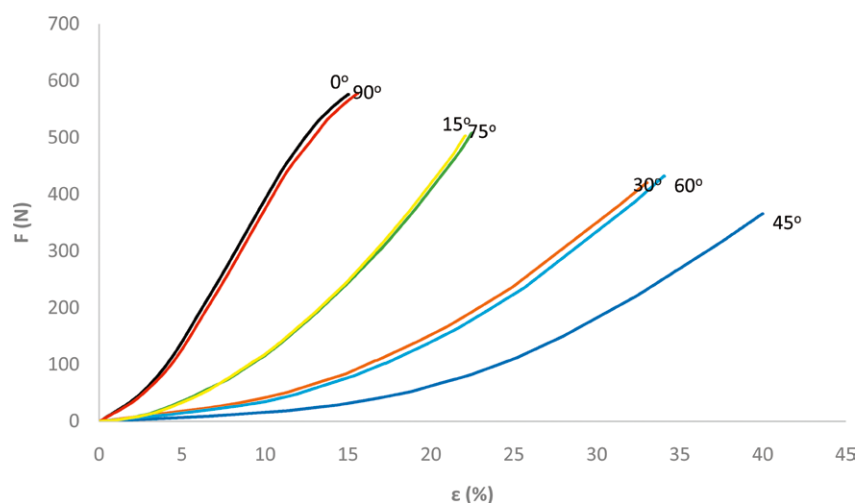
Ispitivanja su provedena na uzorcima triju tkanina s konstrukcijski jednakim platnenim vezom od pamučne pređe za osnovu i potku iste finoće ($T_t=20$ tex) s gustoćama osnove (30 i 50 niti/cm) kod dvije gustoće potke (30 i 50 niti/cm), kako je prikazano u tab.1.

Finoća pređe određena je gravimetrijskom metodom prema normi HRN ISO 2060:1994. Gustoća tkanine ispitivana je prema normi HRN ISO 7211-2:1984. Određivanje debljina tkanine je definirano normom HRN ISO 5084:1996. Prije samog ispitivanja svi uzorci su kondicionirani u standardnim uvjetima atmosfere (relativna vlažnost zraka 65 ± 4 %, na temperaturi 20 ± 2 °C).

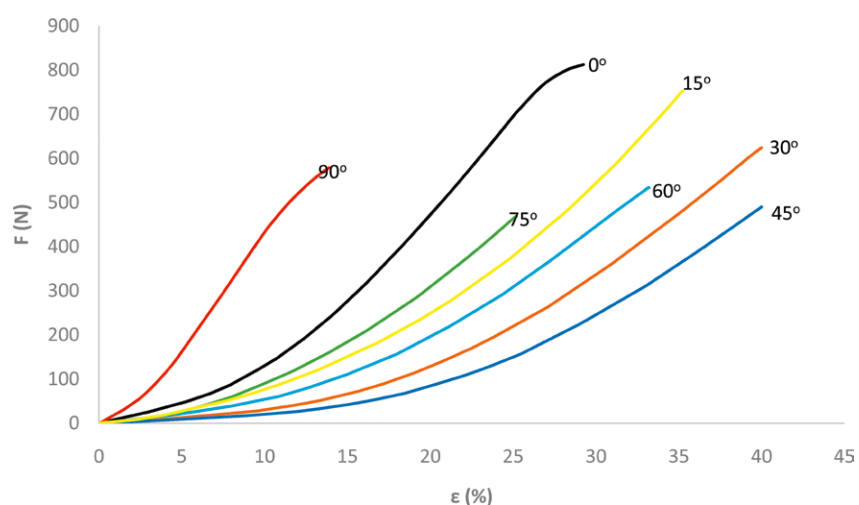
Za ispitivanje vlačnih svojstava izrezani su standardni uzorci dimenzija



Sl.2 Dijagram F-ε (vlačna sila – istezanje) za uzorak P53



Sl.3 Dijagram F-ε (vlačna sila – istezanje) za uzorak P33



Sl.4 Dijagram F-ε (vlačna sila – istezanje) za uzorak P35

300 x 50 mm, postavljeni u stezaljke uređaja na razmaku od $l_0=200$ mm, te izloženi jednoosnom vlačnom opterećenju pri brzini povlačenja 100

mm/min do postizanja prekida. Uzorci su rezani u sedam različitih smjerala: u smjeru potke ($\varphi=0^\circ$), smjer osnove ($\varphi=90^\circ$), te pod kutovima

15° , 30° , 45° , 60° , 75° prema potki. Površina na koju djeluje vlačna sila je $A=\text{širina uzorka} \times \text{debljina uzorka}$. Za svaki navedeni smjer djelovanja vlačne sile na uzorke, provedeno je pet ispitivanja [16, 17]. Vlačna svojstva svih uzoraka ispitivana su prema HRN EN ISO 13934-1:2008 metodom ispitne trake na uređaju za mjerenje čvrstoće tkanine - kidalici, odnosno dinamometru. Za ispitivanje korišten je dinamometar Statimat M njemačkog proizvođača Textechno. Navedeni dinamometar je potpuno automatiziran, mikroprocesorski upravljan i radi na načelu konstantne brzine istezanja.

3.2. Rezultati ispitivanja prekidnih sila i prekidnih istezanja

Dijagrami (F-ε) srednjih vrijednosti rezultata ispitivanja djelovanja vlačne sile F i pripadne uzdužne deformacije (istezanja) ε na uzorcima kada sila djeluje pod kutovima 0° , 15° , 30° , 45° , 60° , 75° i 90° prema potki prikazani su na sl.2, 3 i 4.

Srednje eksperimentalne vrijednosti granične čvrstoće σ (N/mm²) i prekidnog istezanja ε (%) prikazane su u tab.2 za uzorke P53, P33 i P35.

4. Računske vrijednosti granične čvrstoće i prekidnog istezanja i usporedba rezultata

Računske (teorijske) vrijednosti granične čvrstoće σ_{teor} za različite kutove djelovanja sile na uzorke tkanina dobivene su pomoću izraza (3) na osnovu eksperimentalnih vrijednosti σ_{0° , σ_{45° i σ_{90° iz tab. 2. Teorijske vrijednosti σ_{teor} prikazane su u tab.3-5. Teorijske vrijednosti prekidnog istezanja $\varepsilon_{\text{teor}}$ za različite kutove djelovanja opterećenja dobivene su pomoću izraza (4) na osnovu eksperimentalnih vrijednosti σ_{0° , σ_{45° i σ_{90° iz tab.2 i prikazane su u tab.3, 4 i 5.

5. Rasprava

Iz tab.3-5 vidljivo je kada su uzorci izrezani u smjeru potke ($\varphi=0^\circ$), osnove ($\varphi=90^\circ$) i pod kutom 45° , razlike

u postocima između eksperimentalnih i teorijskih vrijednosti graničnih čvrstoća i prekidnih istezanja su 0%. To slijedi iz jednadžbi (3) i (4) zbog periodičnosti funkcija *sin* i *cos* za te vrijednosti.

Ako eksperimentalno dobivene vrijednosti granične čvrstoće σ , tab.2, uvrstimo u izraz (6) dobit ćemo sustav jednadžbi s nepoznatim parametrima *a*, *b*, *c*. Rješavanjem tog sustava dobivamo parametre *a*, *b*, *c* čije su vrijednosti dane u tab.6 za sve vrste tkanina.

Kada se vrijednosti parametara *a*, *b*, *c* iz tab.6, uvrste u kvadratnu jednadžbu (5) dobiju se odgovarajuće vrijednosti graničnih čvrstoća poly. (σ). Izračunate vrijednosti poly. (σ) nalaze se u tab.3-5. Dobiveni koeficijenti korelacije *r* između eksperimentalne vrijednosti σ i izračunate vrijednosti poly. (σ) granične čvrstoće nalaze se u tab.6. Najveći koeficijent korelacije ima tkanina P33 s istom gustoćom osnove i potke i iznosi 0,9672.

Ako eksperimentalno dobivene vrijednosti prekidnog istezanja ϵ , tab.2, uvrstimo u izraz (8) dobit ćemo sustav jednadžbi s nepoznatim parametrima *a*, *b*, *c*. Rješavanjem tog sustava dobivamo parametre *a*, *b*, *c* čije su vrijednosti dane u tab.7 za sve vrste tkanina.

Kada se vrijednosti parametara *a*, *b*, *c* iz tab.7, uvrste u kvadratnu jednadžbu (7) dobiju se odgovarajuće vrijednosti prekidnih istezanja poly. (ϵ). Izračunate vrijednosti poly. (ϵ) nalaze se u tab.3-5. Dobiveni koeficijenti korelacije *r* između eksperimentalne vrijednosti ϵ i izračunate vrijednosti poly. (ϵ) prekidnog istezanja nalaze se u tab.7. Najveći koeficijent korelacije ima tkanina P35 s većom gustoćom potke od gustoće osnove i iznosi 0,9799.

Dijagram eksperimentalnih, teorijskih i odgovarajućih izračunatih srednjih vrijednosti graničnih čvrstoća u ovisnosti o kutu djelovanja sile (σ - φ) prikazan je na sl.5, 6 i 7.

Za tkaninu P53, sl.5, koja ima veću gustoću osnove od gustoće potke, vri-

Tab.2 Eksperimentalne srednje vrijednosti granične čvrstoće $\sigma = F/A$ i prekidnog istezanja ϵ

$\varphi(^{\circ})$	P53		P33		P35	
	ϵ (%)	σ (N/mm ²)	ϵ (%)	σ (N/mm ²)	ϵ (%)	σ (N/mm ²)
0	13,40	33,92	15,04	34,89	29,28	47,79
15	26,68	28,30	22,12	30,47	35,28	44,29
30	31,50	29,19	33,04	25,48	41,12	38,47
45	43,82	34,30	40,04	22,16	44,04	35,36
60	42,68	37,51	34,08	26,19	33,20	31,39
75	35,16	43,54	22,52	30,79	25,20	27,56
90	29,16	47,04	15,64	35,00	13,92	34,03

Tab.3 Eksperimentalne, teorijske i odgovarajuće srednje vrijednosti granične čvrstoće i prekidnog istezanja za tkaninu P53

φ°	P53						
	0 ^o	15 ^o	30 ^o	45 ^o	60 ^o	75 ^o	90 ^o
ϵ (%)	13,40	26,68	31,50	43,82	42,68	35,16	29,16
ϵ_{teor} (%)	13,40	15,62	24,50	43,82	48,43	34,38	29,16
poly. ϵ (%)	12,68	26,38	35,68	40,56	41,03	37,10	28,75
σ (MPa)	33,92	28,30	29,19	34,30	37,51	43,54	47,04
σ_{teor} (MPa)	33,92	33,47	33,05	34,30	38,24	43,95	47,04
poly. σ (MPa)	31,90	30,68	31,09	33,11	36,75	42,01	48,89

Tab.4 Eksperimentalne, teorijske i odgovarajuće srednje vrijednosti granične čvrstoće i prekidnog istezanja za tkaninu P33

φ°	P33						
	0 ^o	15 ^o	30 ^o	45 ^o	60 ^o	75 ^o	90 ^o
ϵ (%)	15,04	22,12	33,04	40,04	34,08	22,52	15,64
ϵ_{teor} (%)	15,04	17,78	28,03	40,04	29,07	18,50	15,64
poly. ϵ (%)	13,29	25,81	33,38	36,00	33,67	26,39	14,16
σ (MPa)	34,89	30,47	25,48	22,16	26,19	30,79	35,00
σ_{teor} (MPa)	34,89	30,50	24,37	22,16	24,40	30,58	35,00
poly. σ (MPa)	35,40	29,16	25,44	24,24	25,57	29,41	35,77

Tab.5 Eksperimentalne, teorijske i odgovarajuće srednje vrijednosti granične čvrstoće i prekidnog istezanja za tkaninu P35

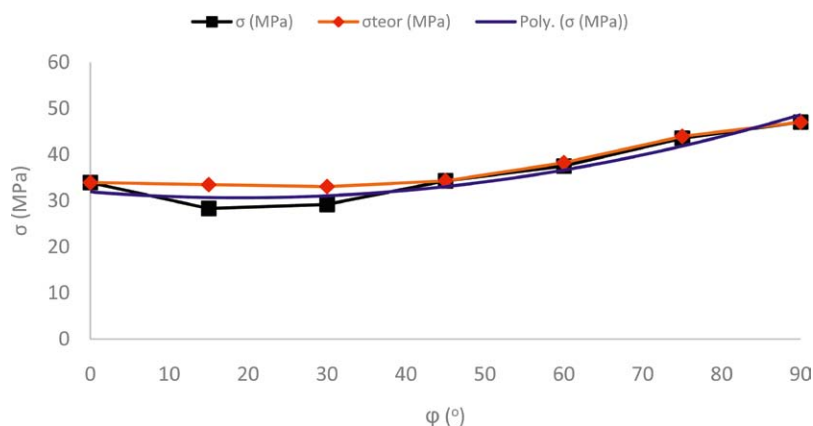
φ°	P35						
	0 ^o	15 ^o	30 ^o	45 ^o	60 ^o	75 ^o	90 ^o
ϵ (%)	29,28	35,28	41,12	44,04	33,20	25,20	13,92
ϵ_{teor} (%)	29,28	34,36	47,94	44,04	25,19	16,20	13,92
poly. ϵ (%)	28,77	37,01	40,90	40,42	35,57	26,36	12,78
σ (MPa)	47,79	44,29	38,47	35,36	31,39	27,56	34,03
σ_{teor} (MPa)	47,79	44,90	39,40	35,36	33,77	33,79	34,03
poly. σ (MPa)	49,21	42,84	37,86	34,28	32,09	31,30	31,90

Tab.6 Parametri kvadratne funkcije odgovarajuće vrijednosti graničnih čvrstoća poly. (σ)

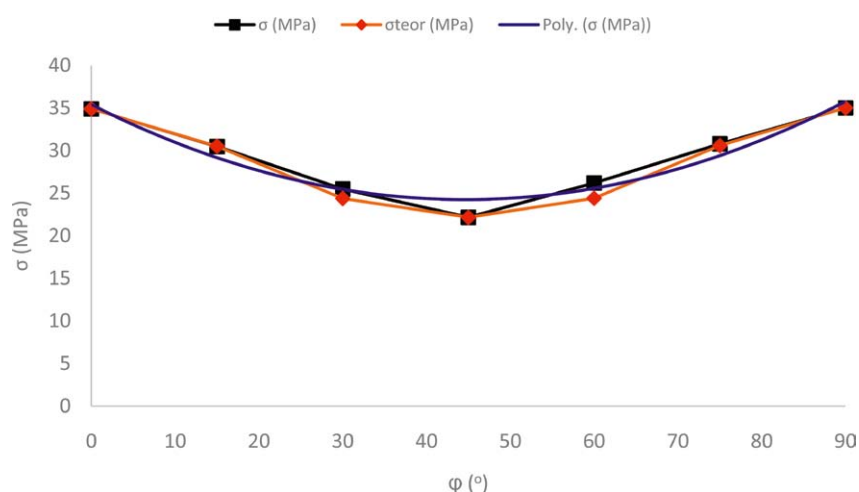
	a	b	c	r
P53	0,0036	-0,1352	31,902	0,9635
P33	0,0056	-0,4999	35,400	0,9672
P35	0,0031	-0,4713	49,209	0,9586

Tab.7 Parametri kvadratne funkcije odgovarajuće vrijednosti prekidnih istezanja poly. (ϵ)

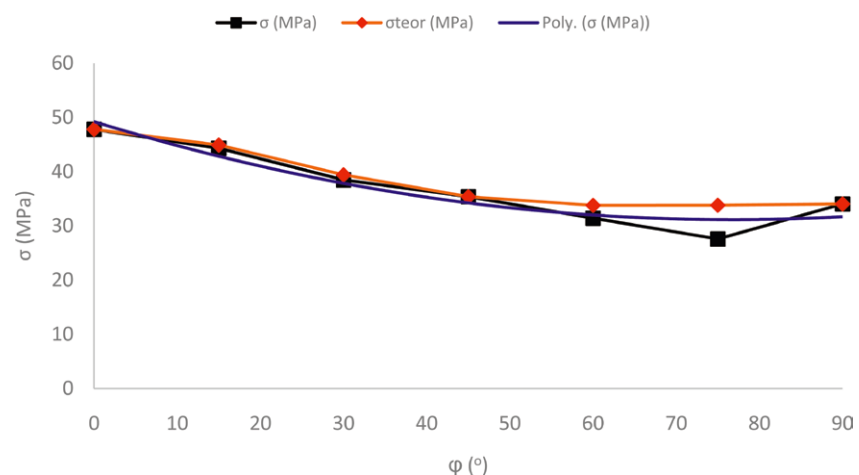
	a	b	c	r
P53	-0,0098	1,0606	12,678	0,9723
P33	-0,0110	0,9997	13,290	0,9545
P35	-0,0097	0,6954	28,766	0,9799



Sl.5 Dijagrami eksperimentalnih, teorijskih i odgovarajućih graničnih čvrstoća u ovisnosti o kutu djelovanja sile za tkaninu P53



Sl.6 Dijagrami eksperimentalnih, teorijskih i odgovarajućih graničnih čvrstoća u ovisnosti o kutu djelovanja sile za tkaninu P33



Sl.7 Dijagrami eksperimentalnih, teorijskih i odgovarajućih graničnih čvrstoća u ovisnosti o kutu djelovanja sile za tkaninu P35

jednosti granične čvrstoće se smanjuju od 0° kada vlačna sila djeluje u smjeru potke, kod 15° poprimaju najmanju vrijednost i zatim granič-

na čvrstoća postupno raste gdje pri $\varphi=90^\circ$ poprima najveću vrijednost kad prekidna sila djeluje u smjeru osnove. Eksperimentalne vrijednosti

granične čvrstoće kada sila djeluje u uzdužnom smjeru $\varphi=90^\circ$ veće su za 38,67% u odnosu na poprečni smjer $\varphi=0^\circ$.

Tkanina P33, sl.6, ima istu gustoću osnove i potke, pa su dijagrami granične čvrstoće skoro simetrični u odnosu na kut $\varphi=45^\circ$ kada sila djeluje u dijagonalnom smjeru. Na komplementarnim kutovima vrijednosti graničnih čvrstoća su približno jednake. Granična čvrstoća ima najvišu vrijednost kada sila djeluje u smjeru osnove ($\varphi=90^\circ$) i potke ($\varphi=0^\circ$). Vrijednosti graničnih čvrstoća se postupno smanjuju od smjera potke ($\varphi=0^\circ$), najmanju vrijednost imaju kada sila djeluje pod kutom $\varphi=45^\circ$, a zatim postupno rastu i opet dostižu najveću vrijednost u uzdužnom smjeru ($\varphi=90^\circ$). Vrijednosti granične čvrstoće tkanine kada sila djeluje u uzdužnom ili u poprečnom smjeru veće su za 58% u odnosu na dijagonalni smjer ($\varphi=45^\circ$).

Za tkaninu P35, sl.7, koja ima veću gustoću potke od gustoće osnove, granične čvrstoće imaju najveću vrijednost kada vlačna sila djeluje u smjeru potke $\varphi=0^\circ$, zatim se te vrijednosti postupno smanjuju i kada sila djeluje pod kutom $\varphi=75^\circ$ poprimaju najmanju vrijednost. Nakon toga granična čvrstoća postupno raste do kuta $\varphi=90^\circ$ kad prekidna sila djeluje u smjeru osnove. Eksperimentalne vrijednosti granične čvrstoće kada sila djeluje u poprečnom smjeru $\varphi=0^\circ$ veće su za 40,42% u odnosu na uzdužni smjer $\varphi=90^\circ$.

Dijagram eksperimentalnih, teorijskih i odgovarajućih izračunatih srednjih vrijednosti prekidnih istežanja u ovisnosti o kutu djelovanja sile ($\varepsilon-\varphi$) prikazan je na sl.8, 9 i 10.

Za tkaninu P53, sl.8, eksperimentalne vrijednosti prekidnih istežanja najmanje su kad vlačna sila djeluje u smjeru potke ($\varphi=0^\circ$), zatim se povećavaju, kod kuta $\varphi=45^\circ$ poprimaju najveću vrijednost, te se lagano smanjuju prema smjeru osnove ($\varphi=90^\circ$) gdje dostižu vrijednost koja je veća od one u smjeru potke (0°). Eksperimentalne vrijednosti prekidnog istežanja kada sila djeluje u dijagonal-

nom smjeru $\varphi=45^\circ$ veće su 3,27 puta u odnosu na poprečni smjer $\varphi=0^\circ$, a u odnosu na uzdužni smjer $\varphi=90^\circ$ veće su 1,5 puta.

Za tkaninu P33, sl.9, dijagrami prekidnih istezanja skoro su simetrični u odnosu na kut $\varphi=45^\circ$ kada sila djeluje u dijagonalnom smjeru. Na komplementarnim kutovima vrijednosti prekidnih istezanja su približno jednake. Prekidno istezanje ima najmanju vrijednost kada sila djeluje u smjeru potke ($\varphi=0^\circ$), zatim vrijednosti postupno rastu i dostižu svoj maksimum kada sila djeluje pod kutom $\varphi=45^\circ$. Nakon toga vrijednosti prekidnog istezanja se postupno smanjuju i opet dostižu najmanju vrijednost u uzdužnom smjeru ($\varphi=90^\circ$). Eksperimentalne vrijednosti prekidnog istezanja tkanine kada sila djeluje u uzdužnom ili u poprečnom smjeru manje su 2,66 puta u odnosu na dijagonalni smjer ($\varphi=45^\circ$).

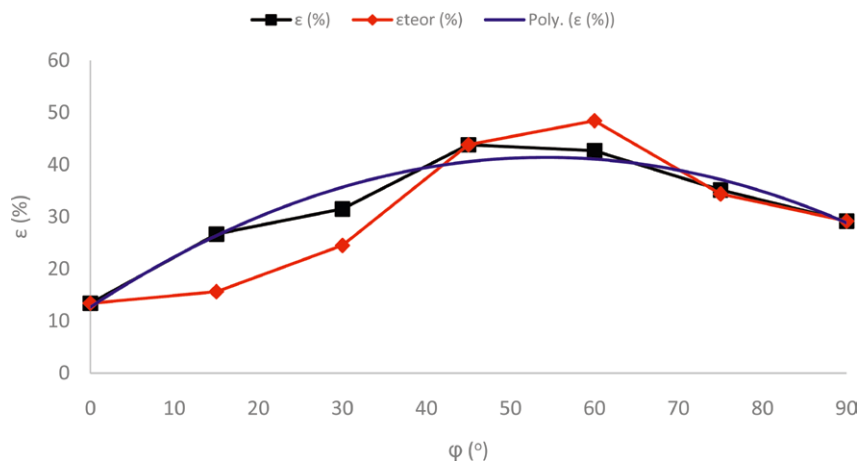
Za tkaninu P35, sl.10, vrijednosti prekidnog istezanja se povećavaju od $\varphi=0^\circ$ kada vlačna sila djeluje u smjeru potke, kod 45° poprimaju najveću vrijednost i zatim se prekidno istezanje postupno smanjuje gdje pri $\varphi=90^\circ$ poprima najmanju vrijednost kad prekidna sila djeluje u smjeru osnove. Eksperimentalne vrijednosti prekidnog istezanja kada sila djeluje u dijagonalnom smjeru $\varphi=45^\circ$ veće su 1,50 puta u odnosu na poprečni smjer $\varphi=0^\circ$, a u odnosu na uzdužni smjer $\varphi=90^\circ$ veće su 3,16 puta.

Testiranje modela interpolacije između eksperimentalnih i teorijskih vrijednosti za graničnu čvrstoću i prekidno istezanje provedeno je pomoću izračuna korijena srednje kvadratne pogreške (eng. root mean square error – RMSE), izraz (9) [18]:

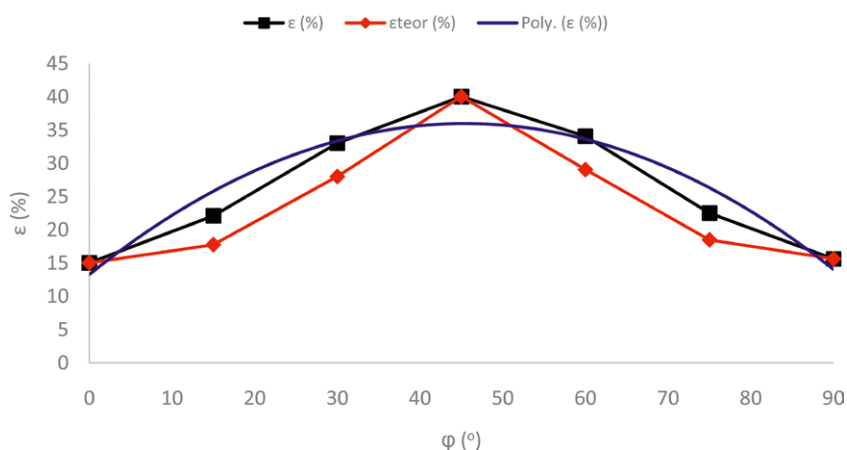
$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \{Z(X_i) - \hat{Z}(X_i)\}^2} \quad (9)$$

gdje je RMSE– korijen srednje kvadratne pogreške, $Z(X_i)$ – izmjerena vrijednost odabrane varijable, $\hat{Z}(X_i)$ – procijenjena vrijednost odabrane varijable, N – broj mjerenja [18].

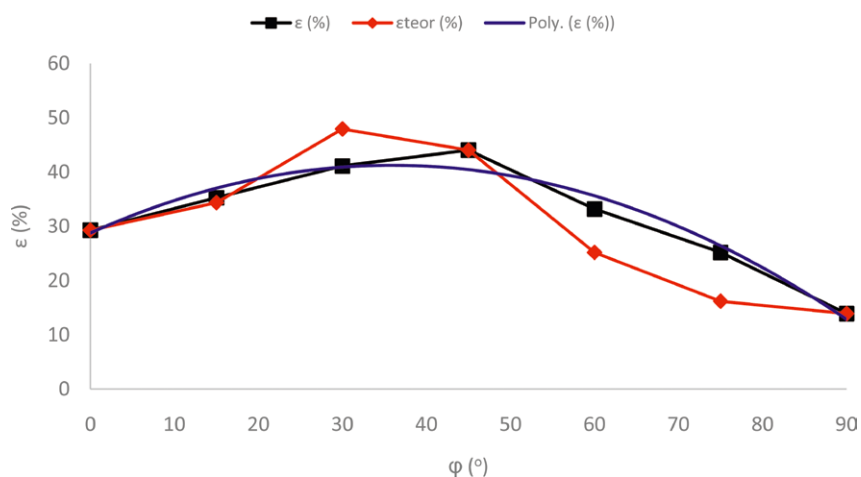
U tab.8 prikazan je korijen srednje kvadratne pogreške između eksperimen-



Sl.8 Dijagrami eksperimentalnih, teorijskih i odgovarajućih prekidnih istezanja u ovisnosti o kutu djelovanja sile za tkaninu P53



Sl.9 Dijagrami eksperimentalnih, teorijskih i odgovarajućih prekidnih istezanja u ovisnosti o kutu djelovanja sile za tkaninu P33



Sl.10 Dijagrami eksperimentalnih, teorijskih i odgovarajućih prekidnih istezanja u ovisnosti o kutu djelovanja sile za tkaninu P35

mentalnih vrijednosti granične čvrstoće σ (tab.3-5) i teorijskih vrijednosti granične čvrstoće σ_{teor} (tab. 3-5). Također je naveden i RMSE između

eksperimentalnih vrijednosti prekidnog istezanja ϵ (tab. 3-5) i teorijskih vrijednosti prekidnog istezanja ϵ_{teor} (tab.3-5).

Tab.8 RMSE između eksperimentalnih i teorijskih vrijednosti za graničnu čvrstoću i prekidno istezanje

	P53	P33	P35
RMSE _ε	2,46	0,80	2,55
RMSE _σ	5,41	3,49	5,25

U prilog točnosti odabrane interpolacijske metode između eksperimentalnih i teorijskih vrijednosti idu male izračunate vrijednosti korijena srednje kvadratne pogreške, tab.8. RMSE vrijednosti su najmanje za tkaninu oznake P33. Također, i kod tkanina P53 i P35 vrijednosti RMSE zadovoljavajuće. Stoga se može zaključiti primjenjivost teorijskih jednadžbi (3) i (4) za računanje teorijskih vrijednosti za granične čvrstoće σ_{teor} i teorijskih vrijednosti prekidnog istezanja $\varepsilon_{\text{teor}}$.

6. Zaključak

Tkanina je ortotropni materijal s dvije osi ortotropije za koji se u elastičnom području može primijeniti Hookeov zakon za anizotropno ponašanje materijala pri proračunu granične čvrstoće i prekidnog istezanja kada vlačna sila djeluje u proizvoljnom smjeru. Vrijednosti granične čvrstoće i prekidnog istezanja mijenjaju se u ovisnosti od smjera djelovanja sile i određuju se eksperimentalnim ispitivanjem uzoraka na vlačno opterećenje na dinamometru. Također se mogu koristiti i teorijski izrazi za približno računanje i za predviđanje vrijednosti granične čvrstoće i prekidnog istezanja za ortotropne materijale. To se može izvesti na dva načina:

- pomoću teorijske jednadžbe računaju se teorijske vrijednosti granične čvrstoće i prekidnog istezanja tkanina za slučajno odabrani smjer djelovanja vlačne sile
- prilagođavanje eksperimentalnih vrijednosti granične čvrstoće i prekidnog istezanja kvadratnoj jednadžbi (polinomnoj jednadžbi drugog reda)

Za sve tri tkanine (s istom gustoćom osnove i potke i s različitim gustoćama osnove i potke) dobiveni su vrlo visoki koeficijenti korelacije r , što znači da postoji gotovo točna ovi-

snost između eksperimentalnih vrijednosti granične čvrstoće σ i izračunate vrijednosti poly. (σ) granične čvrstoće dobivene kvadratnom funkcijom i kutom φ . Koeficijent korelacije nalazi se u intervalu od 0,9586 do 0,9672. Najveći koeficijent korelacije ima tkanina P33 s istom gustoćom osnove i potke i iznosi 0,9672. Koeficijent korelacije r između eksperimentalne vrijednosti ε i izračunate vrijednosti poly. (ε) prekidnog istezanja dobivene kvadratnom funkcijom i kutom φ su u intervalu od 0,9545 do 0,9799. Najveći koeficijent korelacije ima tkanina P35 s većom gustoćom potke od gustoće osnove i iznosi 0,9799.

Također je izračunat korijen srednje kvadratne pogreške (RMSE) između eksperimentalnih vrijednosti granične čvrstoće σ i teorijskih vrijednosti granične čvrstoće σ_{teor} . Najmanji je za tkaninu P33 i iznosi $RMSE_{\sigma}=3,49$. $RMSE_{\varepsilon}$ između eksperimentalnih vrijednosti prekidnog istezanja ε i teorijskih vrijednosti prekidnog istezanja $\varepsilon_{\text{teor}}$ je najmanji za tkaninu oznake P33.

Dobiveni koeficijenti korelacije r i vrijednosti korijena srednje kvadratne pogreške (RMSE) dokazuju primjenjivost teorijskih jednadžbi za računanje prekidnog istezanja i granične čvrstoće za proizvoljno odabrane smjerove rezanja uzorka tkanine. Stoga se mjerenja trebaju provesti kada vlačna sila djeluje na tkaninu samo u smjeru osnove (90°), potke (0°) i pod kutom od 45° . Gustoća tkanine ne utječe na primjenjivost teorijskih jednadžbi.

Literatura:

[1] Peirce F. T.: The geometry of cloth structure, Journal of the Textile Institute, 28 (1937.), T45-T96.
 [2] Kovar R., B. S. Gupta: Study of the Anisotropic Nature of the Rupture Properties of a Plain Woven Fabric, Textile Research Journal 79 (2009.) 6, 506-516.
 [3] Pan N.: Analysis of woven fabric strengths: prediction of fabric strength under uniaxial and biaxial extensions, Composites Science and Technology 56 (1996.) 311-327.

[4] Zheng J.: Measuring Technology of the Anisotropic Tensile Properties of Woven Fabrics, Textile Research Journal 78 (2008.) 12, 1116-1123
 [5] Zouari R. et al.: Experimental and numerical analyses of fabric off-axes tensile test, The Journal of The Textile Institute 101 (2010.) 1, 58-68
 [6] Petrulis D.: Tvorba, istraživanje i primjena matematičkih modela vlačnih svojstava industrijskih poliesterskih tkanina, Tekstil 56 (2007) 11-12, 675-680.
 [7] Bassett R. J. et al.: Experiment Methods for Measuring Fabric Mechanical Properties: a Review and Analysis, Textile Research Journal 69 (1999.) 11, 866-875
 [8] Shanahan W. J. et al., Characterizing the Elastic Behavior of Textile Fabrics in Complex Deformations, Textile Research Journal 48 (1978.) 9, 495-505.
 [9] Kostrenčić Z.: Teorija elastičnosti, Školska knjiga, Zagreb 1982.
 [10] Koblyakov A.: Laboratory Practice in the Study of Textile Materials, Mir Publishers, Moscow, 1989.
 [11] Lekhnitskii S. G.: Theory of Elasticity of an Anisotropic Elastic Body, Mir Publishers, Moscow, 1981.
 [12] Muftić O.: Mehanika živih sustava, Tehnička enciklopedija VIII, Leksikografski zavod, Zagreb, 1983.
 [13] Alfirević I.: Uvod u tenzore i mehaniku kontinuuma, Golden marketing, Zagreb, 2003., ISBN: 953-212-130-7
 [14] Aškenazi E. K., E. V. Ganov: Anizotropija konstrukcionih materijalov, Mašinstvo, Lenjingrad, 1972.
 [15] Ram B.: Numerical Methods, Pearson India, New Delhi, 2010.
 [16] Penava Ž. et al.: Determination of the Elastic Constants of a Plain Woven Fabrics by Tensile Test in Various Directions, Fibres and Textiles in Eastern Europe 22 (2014) 2, 57-63.
 [17] Penava Ž., D. Šimić: Analiza elastičnih konstanti tkanina za proizvoljno odabrane smjerove rastezanja, Tekstil 61 (2012) 7-12, 169-179.
 [18] Mood A.M. et al.: Introduction to the Theory of Statistics, 3rd Edition, McGraw Hill, New York, 1973., ISBN: 0070854653

SUMMARY

Prediction of the ultimate strength and elongation at break of woven fabrics under the effect of tensile force in arbitrary directions

Ž. Penava, D. Penava Šimić, Ž. Knezić*

The paper presents an experimental testing and determination of ultimate strength and elongation at break of woven fabric at different angles of force direction. Measurements were carried out on three samples of cotton woven fabrics with a constant warp and weft density and different warp and weft densities with the same structural plain weave. The paper presents a practical application of uniaxial tensile testing of the fabric to determine its mechanical properties. The cotton fabric samples were tested under tensile forces at different angles with respect to the weft direction. Based on the experimentally obtained values, theoretical and fitted values of ultimate strength and elongation at break for arbitrarily chosen fabric directions were calculated. The paper compares experimental and theoretical values of breaking forces, elongation at break and ultimate strength. The coefficients of correlation r and the values of root mean square error (RMSE) show the applicability of theoretical equations for calculating ultimate strength and extension at break for the arbitrarily chosen direction of cutting the fabric specimen. Therefore, measurements should be taken when tensile force acts on the fabric only in the warp (90°) and weft direction (0°) and at an angle of 45° . Fabric density does not affect the applicability of theoretical equations.

Key words: anisotropy, ultimate strength, extension at break, woven fabric, woven fabric density, root mean square error, coefficients of correlation

University of Zagreb

Faculty of Textile Technology

**Faculty of Civil Engineering*

Zagreb, Croatia

e-mail: zeljko.penava.hr

Received February 20, 2018

Vorhersage der Bruchfestigkeit und Bruchdehnung von Geweben unter dem Einfluss der Zugkraft in beliebige Richtungen

Der Artikel präsentiert eine experimentelle Prüfung und Bestimmung der Bruchfestigkeit und Bruchdehnung von Geweben unter verschiedenen Richtungswinkeln der Kraft. Die Messungen wurden an drei Proben von Baumwollgeweben mit einer konstanten Kett- und Schussdichte und unterschiedlichen Kett- und Schussdichten mit der gleichen strukturellen Leinwandbindung durchgeführt. Der Beitrag zeigt eine praktische Anwendung der einachsigen Zugprüfung des Gewebes zur Bestimmung seiner mechanischen Eigenschaften. Die Baumwollgewebeproben wurden unter Zugkräften bei verschiedenen Winkeln in Bezug auf die Schussrichtung getestet. Basierend auf den experimentell ermittelten Werten wurden theoretische und angepasste Werte der Bruchfestigkeit und der Bruchdehnung für willkürlich gewählte Stoffrichtungen berechnet. Im vorliegenden Artikel werden experimentelle und theoretische Werte von Bruchkräften, Bruchdehnung und Bruchfestigkeit verglichen. Die Korrelationskoeffizienten r und die Werte des mittleren quadratischen Gesamtfehlers (root-mean-square error - RMSE) zeigen die Anwendbarkeit der theoretischen Gleichungen zur Berechnung der Bruchfestigkeit und Bruchdehnung für die willkürlich gewählte Schneidrichtung der Gewebeprobe. Daher sollten Messungen durchgeführt werden, wenn die Zugkraft nur in Kett- (90°) und Schussrichtung (0°) und bei einem Winkel von 45° auf das Gewebe einwirkt.