

PROŠIRENA TABLICA MNOŽENJA

Željko Brčić, Vinkovci

Tablica množenja tj. množenje jednoznamenkastih brojeva napamet, zasigurno se ubraja među najvažnije sadržaje koje trebaju usvojiti učenici nižih razreda osnovne škole. No, jeste li kada razmišljali o mentalnom množenju dvoznamenkastih brojeva? Jesu li nam baš uvijek potrebni papir i olovka, džepno računalo ili kalkulator na mobitelu? Možemo li barem neke brojeve pomnožiti napamet, bez spomenutih pomagala? Primjerice, možete li za nekoliko sekundi „u glavi” točno izračunati koliko je npr. $38 \cdot 42$, $45 \cdot 45$, $61 \cdot 61$ ili $94 \cdot 96$? Možda vam se čini da to trenutačno niste u stanju učiniti, no ovaj će vam članak zasigurno pomoći u razvijanju takvih vještina.



Primjer 1. Koliko je $70 \cdot 70$, $90 \cdot 80$, $52 \cdot 30$ ili $28 \cdot 60$?

Rješenje: U ovom primjeru jedan ili oba broja završavaju nulom, odnosno riječ je o višekratnicima broja 10, što znatno olakšava izračun. Da bi se odredio umnožak $70 \cdot 70$, dovoljno je pomnožiti znamenke desetica i dopisati dvije nule, dakle rezultat je 4 900. Naravno, vrlo se lako mogu množiti i dvoznamenkasti brojevi čije znamenke desetica nisu jednake. Primjerice, $90 \cdot 80 = 7\,200$.

Ako je samo jedan broj višekratnik broja 10, primijenit ćemo pravilo distributivnosti množenja prema zbrajanju ili pak oduzimanju. U našem ćemo primjeru broj 52 prikazati kao zbroj $50 + 2$, te računati:

$$52 \cdot 30 = (50 + 2) \cdot 30 = 50 \cdot 30 + 2 \cdot 30 = 1\,500 + 60 = 1\,560$$

Naravno, ovo je kompletno raspisan postupak, no u stvarnosti se do rezultata dolazi puno brže. Očito je $50 \cdot 30 = 1\,500$ te još samo treba dodati $2 \cdot 30 = 60$, pa je ukupan umnožak 1 560.

U slučaju množenja $28 \cdot 60$, kada je znamenka jedinica veća od 5, bolje je primijeniti distributivnost množenja prema oduzimanju, odnosno broj 28 zamisliti kao $30 - 2$, pa od umnoška $30 \cdot 60 = 1\,800$ oduzimamo $2 \cdot 60 = 120$. Rezultat je 1 680.

Primjer 2. Koliko je $75 \cdot 75$ ili $95 \cdot 95$?

U ovom primjeru nema niti jednog višekratnika broja 10, ali se umnožak ipak može vrlo jednostavno odrediti jer se radi o jednakim brojevima koji završavaju znamenkom 5. Prije svega, pokazat ćemo da umnožak dvaju takvih brojeva nužno mora završavati s 25.

$$\begin{aligned} \overline{x5} \cdot \overline{x5} &= (10x + 5) \cdot (10x + 5) = 100x \cdot x + 50x + 50x + 25 = \\ &= 100x \cdot x + 100x + 25 = 100 \cdot (x \cdot x + x) + 25 \end{aligned}$$



Ako se izraz $x \cdot x + x$ koji množimo brojem 100 napiše u obliku $x \cdot (x + 1)$, tada je do rezultata moguće doći još brže. Dovoljno je pomnožiti znamenku desetica brojem koji je za 1 veći od te znamenke i dopisati 25. U prvom slučaju je $x = 7$ te je, zbog $7 \cdot 8 = 56$, umnožak $75 \cdot 75 = 5\ 625$.

Slično je, zbog $9 \cdot 10 = 90$, umnožak $95 \cdot 95 = 9\ 025$.

Primjer 3. Koliko je $81 \cdot 79$, $68 \cdot 72$, $37 \cdot 43$, $34 \cdot 26$ ili $55 \cdot 45$?

Rješenje. Za sve parove brojeva u ovom primjeru vrijedi da su jednako udaljeni od nekog višekratnika broja 10. Primjerice, 37 je za 3 manji od 40, a 43 je za 3 veći od 40. Dakle, ako su brojevi koje treba pomnožiti oblika $x + a$ i $x - a$, tada je njihov umnožak

$$(x + a) \cdot (x - a) = x \cdot x + a \cdot x - a \cdot x - a \cdot a = x \cdot x - a \cdot a.$$

Budući da broj x završava nulom, umnožak $x \cdot x$ lako je izračunati, a zatim se također vrlo jednostavno od tog broja oduzme $a \cdot a$, što može biti 1, 4, 9, 16..., ovisno o vrijednosti broja a .

$$\text{Konkretno, } 81 \cdot 79 = (80 + 1) \cdot (80 - 1) = 80 \cdot 80 - 1 \cdot 1 = 6\ 400 - 1 = 6\ 399.$$

Slično tome, $68 \cdot 72$ lako ćemo izračunati ako primijetimo da je 68 za 2 manji od 70, a 72 za 2 veći od 70. U tom slučaju od $70 \cdot 70 = 4\ 900$ treba oduzeti $2 \cdot 2 = 4$, pa je $68 \cdot 72 = 4\ 896$.

Brojevi 37 i 43 su oblika $40 - 3$ i $40 + 3$, pa se umnožak dobiva kao razlika umnožaka $40 \cdot 40 = 1\ 600$ i $3 \cdot 3 = 9$. On je, dakle, $1\ 591$.

Analogno tome, zadatak $34 \cdot 26$ lako ćemo izračunati oduzimanjem $30 \cdot 30 - 4 \cdot 4 = 900 - 16 = 884$, a zadatak $55 \cdot 45$ kao $2\ 500 - 25 = 2\ 475$.

Primjer 4. Koliko je $64 \cdot 66$ ili $87 \cdot 83$?

Rješenje. Prvi par brojeva je za 1 manji odnosno veći od broja 65. Ranije smo (u primjeru 2.) vidjeli da se umnožak broja 65 sa samim sobom dobije množenjem $6 \cdot 7 = 42$ i dopisivanjem 25. Zbog opisa navedenog u prethodnome primjeru, od rezultata treba još oduzeti umnožak $1 \cdot 1 = 1$, pa je traženi umnožak $64 \cdot 66 = 4\ 224$.

Analogno, umnožak $87 \cdot 83$ dobit ćemo tako da izračunamo $85 \cdot 85 = 7\ 225$ i od toga oduzmemo umnožak $2 \cdot 2 = 4$. Rješenje je $87 \cdot 83 = 7\ 221$.

Primjer 5. Koliko je $71 \cdot 71$ ili $49 \cdot 49$?

Rješenje. Može se naslutiti da u prvom zadatku treba koristiti umnožak $70 \cdot 70 = 4\ 900$, no „popravak” tog broja malo je drugačiji i nešto složeniji od





prethodnih primjera. Uz $x = 70$ (inače to može biti bilo koji višekratnik broja 10), broj 71 oblika je $x + 1$ te vrijedi:

$$(x + 1) \cdot (x + 1) = x \cdot x + x + x + 1 = x \cdot x + 2 \cdot x + 1.$$

Iz formule se vidi da na pretpostavljeni $70 \cdot 70 = 4\,900$ treba još dodati dvostruki broj 70, odnosno 140 i broj 1. Umnožak iznosi 5 041.

U drugom zadatku treba primijetiti da je $49 = 50 - 1$, a za brojeve oblika $x - 1$ vrijedi:

$$(x - 1) \cdot (x - 1) = x \cdot x - x - x + 1 = x \cdot x - 2 \cdot x + 1.$$

Sada je, dakle, od 2 500 potrebno oduzeti dvostruki iznos broja 50 i ne zaboraviti 1 na znamenki jedinica. Traženi umnožak je 2 401.

Postoji još mnogo izbora dvoznamenkastih brojeva koje možete množiti napamet, ali, složiti ćete se, i ovo je dovoljno. Ako uvježbate primjere navedene u ovom članku i neke slične njima, skratit ćete vrijeme množenja nekih dvoznamenkastih brojeva, a možete i zadiviti prijatelje ili roditelje sposobnošću brzog množenja napamet.

Na kraju, pokušajte izbrusiti sposobnost množenja dvoznamenkastih brojeva na sljedećim primjerima: $60 \cdot 23$, $49 \cdot 90$, $85 \cdot 85$, $29 \cdot 31$, $62 \cdot 58$, $87 \cdot 93$, $44 \cdot 36$, $85 \cdot 95$, $24 \cdot 26$, $57 \cdot 53$, $51 \cdot 51$ i $19 \cdot 19$.

**SVOJIM ČITATELJIMA
I SURADNICIMA
ŽELIMO SRETAN USKRS!
UREDNIŠTVO MATKE**

