



Petar Mladinić, Zagreb

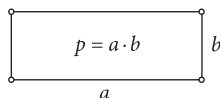
MOZGALICE S PRAVOKUTNICIMA

Matemagičari su se od najranijih početaka matematike bavili mjerenjima i određivanjem / računanjem duljina i površina.

Formula za površinu pravokutnika jedna je od najjednostavnijih, ali i najpoznatijih formula.

U ovom ćemo tekstu ilustrirati kako se ta formula može na domišljat način danas uporabiti za rješavanja mozgalica u čijoj su pozadini rješavanje jednadžbi i/ili sustava jednadžbi.

Vrlo velik broj zanimljivih, lakših ili težih, mozgalica može se naći u radovima **Inaba Naokija** i **Alexa Bellosa** (a i mnogih drugih suvremenih matemagičara).

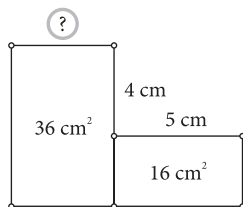


Jedino što trebate znati je formula za površinu pravokutnika, tj. $p = a \cdot b$, gdje su a i b duljine stranica pravokutnika.

1. O čemu je riječ?

Riječ je o problemu, tj. mozgalici u kojoj treba odrediti vrijednost koja nedostaje, a na slici je označena s ? (upitnikom). Ta nepoznata veličina je ili duljina neke dužine ili površina nekog pravokutnika na slici.

Ilustrirajmo određivanje nepoznate veličine sljedećim primjerom.



Primjer 1. Zadana su dva pravokutnika. Podatci su označeni na slici. Odredimo duljinu stranice označene upitnikom.

Rješenje. Iz površine drugog pravokutnika dobivamo da je njegova visina jednaka $\frac{16}{5}$ cm. Visina lijevog pravokutnika jednaka je $\frac{16}{5} + 4 = \frac{36}{5}$. Odavde je

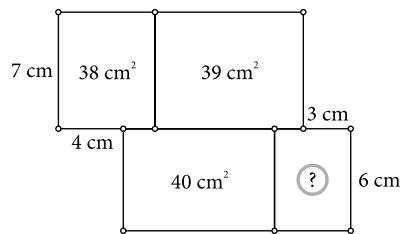
$$36 = ? \cdot \frac{36}{5} \quad \text{tj.} \quad ? = 5 \text{ cm.}$$



2. Još dva primjera i usporedba

U sljedećim primjerima povećat ćemo broj pravokutnika.

Primjer 2. Zadana su 4 pravokutnika sa svojim podacima (vidi sliku).
 Odredimo površinu pravokutnika označenog s $\textcircled{?}$.

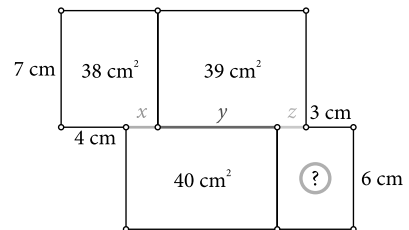


Rješenje. Iz zbroja površina gornjih dvaju pravokutnika $38 \text{ cm}^2 + 39 \text{ cm}^2 = 77 \text{ cm}^2$ i njihove visine slijedi da im je zajednička duljina (osnovica) jednaka $77 \text{ cm}^2 : 7 \text{ cm} = 11 \text{ cm}$. Zajednička duljina donjih pravokutnika jednaka je $(11 \text{ cm} - 4 \text{ cm}) + 3 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$, a njihova zajednička površina jednaka je

$$10 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} = 60 \text{ cm}^2.$$

Oдавде slijedi da je površina $\textcircled{?}$ donjeg desnog pravokutnika jednaka $60 \text{ cm}^2 - 40 \text{ cm}^2 = 20 \text{ cm}^2$.

Usporedba. Usporedimo ovakav način rješavanja s algebarskim / numeričkim rješavanjem. Na slici označimo s x , y i z nepoznate duljine dijelova zajedničke osnovice gornjih pravokutnika te traženu površinu desnog donjeg pravokutnika s $\textcircled{?}$.



Oдавде dobivamo sljedeće 4 jednadžbe s 4 nepoznanice

$$\begin{cases} 7(4 + x) = 38 \\ 7(y + z) = 39 \\ 6(x + y) = 40 \\ 6(z + 3) = \textcircled{?} \end{cases}$$

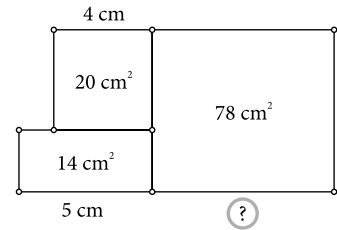
Pokušajte riješiti ovaj sustav i izračunati vrijednost površine $\textcircled{?}$ kako biste dobili uvid koji je od ova dva načina „primjereniji / bolji”. Rješavanje ovog problema na dva različita načina ukazuje na prednost matematičarske domišljatosti.

Sljedeći primjer riješit ćemo na način da sliku jednom „smanjimo” (odrežemo dio), a drugi put „nadopunimo” (povećamo).

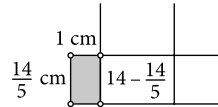
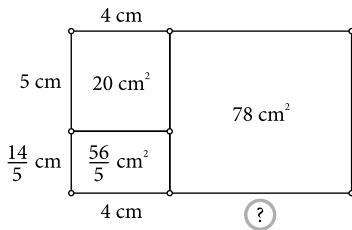


Primjer 3. Izračunajmo duljinu dijela donje zajedničke osnovice dvaju pravokutnika označenu s $(?)$ (vidi sliku).

Prvo rješenje. Iz površine donjeg lijevog pravokutnika dobivamo da je njegova visina jednaka $\frac{14}{5}$ cm.



Od donjeg lijevog pravokutnika možemo „odrezati” pravokutnik površine $\frac{14}{5} \cdot 4 = \frac{56}{5}$ cm², pa je ostatak površine toga pravokutnika jednak $20 - \frac{56}{5} = \frac{56}{5}$ cm².

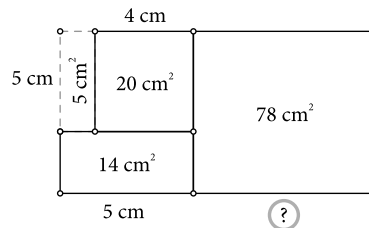


Nakon što smo „odrezali” taj mali dio, dobili smo pravokutnik

površine $\frac{56}{5} + 20 + 78 = \frac{546}{5}$ cm² i visine $\frac{14}{5} + 5 = \frac{39}{5}$ cm.

Oдавde je ukupna osnovica $\frac{546}{5} : \frac{39}{5} = 14$ cm, a $(?) = 14 - 4 = 10$ cm.

Drugo rješenje. U ovom slučaju „nadopunimo” sliku pravokutnikom tako da dobijemo „cjeloviti” pravokutnik (vidi sliku).



S nadopunom lijevi gornji pravokutnik ima površinu $5 \cdot 4 = 20$ cm².

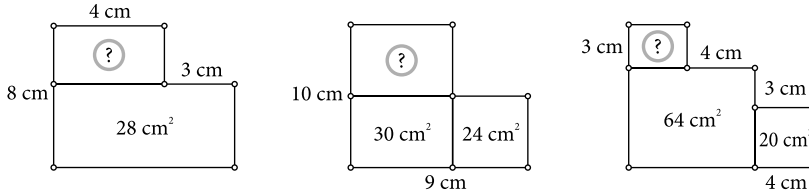
Ukupna je površina sada jednaka $20 + 20 + 78 = 118$ cm², a ukupna visina $5 + \frac{14}{5} = \frac{39}{5}$ cm. Oдавde je ukupna duljina jednaka $118 : \frac{39}{5} = 15$ cm. Duljina osnovice označene $(?)$ jednaka je $15 - 5 = 10$ cm.



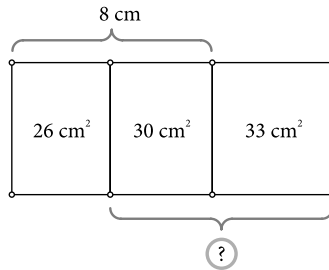
Zadaci

Riješite sljedeće zadatke. Objavit ćemo ime svakog Matkača koji nam pošalje rješenje zadatka i nagraditi ga.

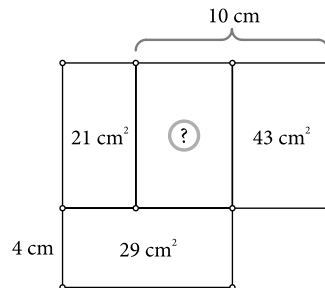
1. Odredite površinu pravokutnika označenu s $?$ (vidi sliku):



2. Odredite duljinu dužine označenu s $?$ (vidi sliku)



3. Odredite površinu pravokutnika označenu s $?$ (vidi sliku)



4. Izračunajte duljinu dužine označenu s $?$ (vidi sliku)

