

Mozgalice i zagonetke u nastavi matematike (ili kako pobjeći od izvanzemaljaca korištenjem matematike)¹

TEA BORKOVIĆ² I ANTONIJA CAPAN³

Ključne riječi: mozgalice, zagonetke

Uvod

U posljednje vrijeme često slušamo kako učenike trebamo poučavati rješavanju problema, a ne učenju napamet. Slušamo o „školi za život” i potrebi da od učenika stvorimo aktivne sudionike zajednice koji će moći pridonijeti rastu i razvoju društva i biti sposobni nositi se sa suvremenim problemima. Veliki naglasak stavlja se upravo na matematiku koja bi trebala imati čarobni štapić i naučiti učenike rješavanju problema. U razredu se često susrećemo s pitanjem: „Što će mi to u životu?” ili slušamo zaključke odraslih: „Sinus i kosinus od srednje škole nisam upotrijebio u svakodnevnom životu.”

Činjenica je da je matematika teška jer zahtijeva više kognitivne procese. Naši učenici najviše vole kada im se pokaže algoritam koji uvijek bez iznenadenja donosi točno rješenje. Daleko je to od prave matematike jer matematika nije „procedura” i naravno da svaki profesor želi u učenicima pobuditi onaj istraživački žar. Tada pred učenike stavljamo zadatke i probleme koje trebaju riješiti. Često su im ti problemi dosadni ili nezanimljivi iako su u skladu s planom i programom. Upravo u tim situacijama možemo posegnuti za mozgalicama i zagonetkama. Ako ni zbog čega drugog, onda kako bismo „začinili” sat matematike ili odgovorili Bruni iz zadnje klupe za što će mu to gradivo trebati u životu.

Zagonetka je vrsta zadatka, pitanje ili izričaj, koji treba riješiti razmišljanjem. Zagonetka se postavlja vještim skrivanjem pravog značenja kroz igru riječi ili kroz dvosmisleno značenje.

¹Predavanje održano na 8. kongresu nastavnika matematike RH, 2018. godine u Zagrebu

²Tea Borković, OŠ Grabrik, Karlovac

³Antonija Capan, OŠ Grabrik, Karlovac

Matematička zagonetka ili mozgalica je zagonetka zasnovana na matematičkim pravilima. Matematička pravila najčešće su vezana uz teoriju brojeva, kombinatoriku ili geometriju. Rješenje zagonetke u pravilu je vrlo jednostavno i ne zahtijeva poznавanje teških procedura. Bridak um ne postižemo uvježbavanjem zadanih procedura, već rješavanjem novih izazovnih problema i razvojem divergentnog mišljenja. Važno je napomenuti da to što nam za rješavanje zagonetki nije potrebna napredna matematika ne znači da su zagonetke jednostavne. Često je problem to teži što je za njegovo rješavanje potrebno manje alata.

Primjena matematike tu je mnogo više od primjene naučenih procedura u svrhu rješavanja problema. Učenik je ovdje primoran opisati situaciju i odnose tako da ih lakše razumije. Možda će skicirati graf, crtež, razdijeliti objekte u kategorije, ili bilo što drugo što će mu u tom trenutku imati smisla. Kroz rad učenik razvija, rafinira i uspoređuje svoje ideje i rješenja s kolegama, i kroz te postupke spoznaje koje su strategije bolje.

Mnogobrojne su koristi od mozgalica, kako u djece, tako i u odraslih, a osobito onih starije životne dobi. Kod djece su korisne za razvoj društvenih vještina, memorije i njihovog rječnika. Djeca mogu raspravljati o zagonetkama s drugima pa i zadati nekome zagonetku tek kad razumiju cijeli kontekst. Time se potiče djecu da traže objašnjenja riječi koje još uvijek ne razumiju. Da bi dijete s drugima raspravljalo o zagonetki, mora je prvo razumjeti. Mora razumjeti teorijsku pozadinu zagonetke, uključujući i njezino rješenje. S razumijevanjem dolazi učenje, spoznavanje i shvaćanje svijeta oko sebe. Osim toga, kada rješavamo i raspravljamo o zagonetkama s djecom, pružamo im priliku za stvaranje međuljudskih veza. Također, mozgalice im pomažu da daju malo više od sebe i uz zabavu komuniciraju s drugima. Zagonetke razvijaju kreativnost, logiku, razumijevanje i rješavanje problema, što učenicima pomaže i pri rješavanju standardnih testova znanja. Zagonetke istovremeno zabavljaju dijete i razvijaju njegov um.

Kod odraslih zagonetke mogu pomoći u izoštravanju uma. Stručnjaci sugeriraju da zagonetke mogu ojačati trajne veze između stanica mozga. One mogu poboljšati proces razmišljanja stvarajući okruženje u kojemu je potrebno razmišljati izvan okvira, koristiti logiku i maštu. Rješavanjem zagonetki mozak proizvodi dopamin, neurotransmitter ključan za normalno funkcioniranje organizma, koji pomaže u poboljšanju motoričkih sposobnosti i koncentracije, u pozitivnom razmišljanju, pamćenju i razumijevanju.

Starenje često povezujemo sa slabim pamćenjem i prepoznavanjem. Upravo zagonetke mogu pomoći u „oštrenju“ mentalnih sposobnosti te smanjuju rizik od demencije.

Istraživanja pokazuju kako svakodnevnim rješavanjem zagonetki možemo usporiti ili čak izbjjeći učinke demencije.

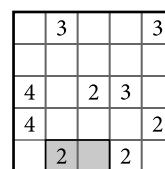
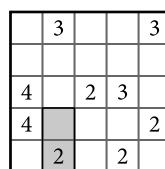
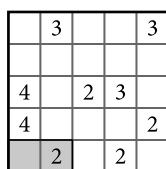
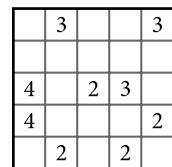
Kad uzmemo u obzir sve prednosti mozgalica za razvoj uma i sposobnosti kod učenika, prirodno se nameće da mozgalice idu ruku pod ruku s matematikom.

U nižim razredima učiteljice razredne nastave učenike često upoznaju s igrom Sudoku koja često asocira na matematiku. U nastavku ćemo predstaviti još neke mozgalice i igre koje se lako mogu uklopliti u satove matematike bilo kojeg razreda, pa malakao motivacijski zadatak, zabavni zadatak za zadaću ili čak dio nastavnog gradiva.

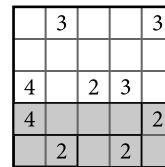
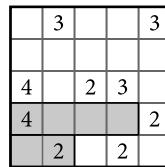
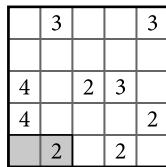
Primjeri mozgalica

Pravokutnici (Rectangles)

Cilj igre je podijeliti rešetku u pravokutnike tako da svaki pravokutnik sadrži točno onoliko kvadratiča koliko piše na zadanim područjima, tj. početni kvadrat treba podijeliti na pravokutnike zadanih površina bez preklapanja pravokutnika.



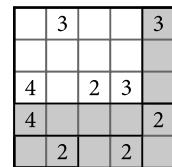
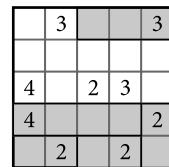
Pravokutnik površine 2 jedinična kvadratiča možemo postići na 3 gore prikazana načina. Kako se pravokutnici ne smiju preklapati, jedini ispravan način je prvi način. Koristeći jedan od druga dva slučaja došlo bi ili do preklapanja pravokutnika ili bi donji lijevi kvadratič ostao prazan.

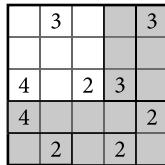


Sljedeći logičan korak koji se nameće je riješiti pravokutnik površine 4 jedinična kvadratiča u kojem se treba nalaziti četvorka iznad ranije označenog pravokutnika. To možemo napraviti na samo jedan korektan način, a da ne ugrozimo ostale brojeve. Rješavanjem toga pravokutnika otvara se mogućnost za jedinstvenim rješavanjem „dvojki” u desnom dijelu kvadrata.

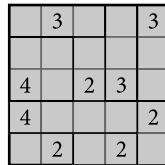
„Trojku” u gornjem desnom kutu možemo riješiti na dva načina:

Odmah možemo eliminirati prvu mogućnost jer tada za donju „trojku” ili lijevu „četvorku” ne bi bilo mesta. Korektan je jedino drugi način.





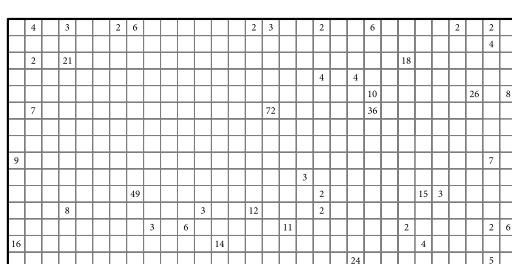
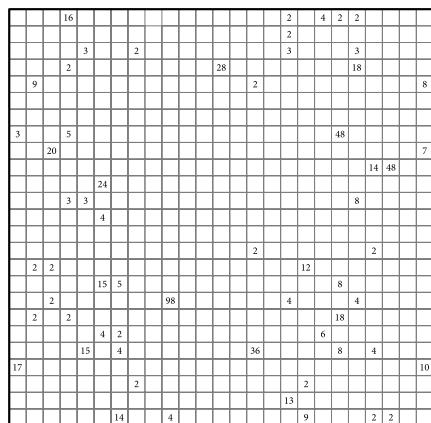
Nakon toga odmah nam se otvara daljnji način rješavanja jer možemo vidjeti jedinu mogućnost za donju „trojku”, ali i za preostala 3 broja.



Igra je prije svega odlična za 5. razred i vizualizaciju pojma površine pravokutnika ili kvadrata. Možemo ju proširiti jednostavnim pitanjem: „Koliki je opseg svih pravokutnika kojima ste podijelili početni kvadrat?”

Time učenici na zabavan način stječu osjećaj za površinu i opseg geometrijskih likova. Prije svega učenici moraju pogledati početni kvadrat i odlučiti početni korak za koji su sigurni da je točan jer neke brojeve mogu na različite načine smjestiti u pravokutnike zadane površine. Tako moraju razmišljati i nekoliko koraka unaprijed kako bi bili sigurni u točnost njihovog rasporeda pravokutnika.

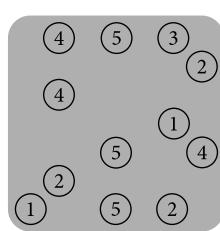
Učenici vrlo brzo svladaju pravila i jednostavni im zadatci nisu atraktivni pa traže teže i komplikirane, poput ovog:



Više primjera i mogućnost prilagodbe dimenzija početnog kvadrata ili pravokutnika možete naći ovdje: <https://www.chiark.greenend.org.uk/~sgtatham/puzzles/js/rect.html>

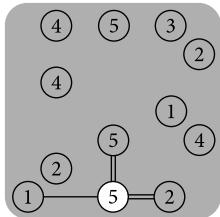
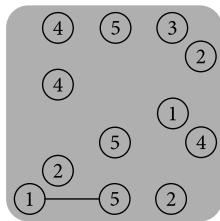
Mostovi (Bridges, Hashi)

(<https://www.chiark.greenend.org.uk/~sgtatham/puzzles/js/bridges.html#10x10m2:b2a-5b3k1a2b6a1h1a3b3c6d3l1za2a2a4d3>)

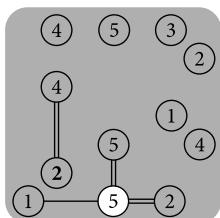
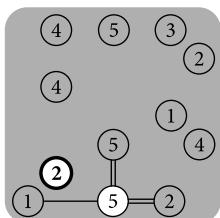


Cilj igre je nacrtati vodoravne ili okomite „mostove” za povezivanje svih „otoka”. Mostovi mogu biti jednostruki ili dvostruki. Više od toga nije moguće. Mostovi se ne smiju međusobno presijecati i svi otoci moraju na kraju biti povezani. Broj na svakom otoku odgovara broju mostova koji završavaju na tome otoku gledajući sve strane otoka. Niti jedan otok ne smije ostati sam, tj. nepovezan s ostalim otocima.

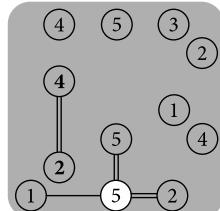
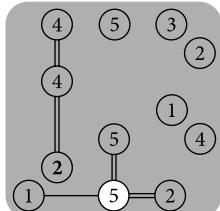
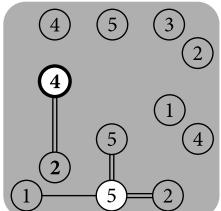
Donji lijevi otok s brojem 1 sugerira kako taj otok može biti povezan samo jednim mostom s drugim otokom. Kako iznad njega nema niti jednog otoka, a otoke smijemo povezivati samo vodoravno i okomito, jedini otok s kojim ga možemo povezati je otok njemu desno s brojem 5.



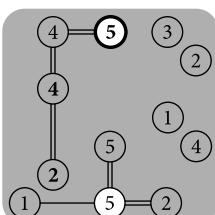
Kako otok s brojem 5 može imati ukupno 5 mostova (a jedan smo već pronašli), nedostaju nam još 4 za taj otok. Kako je moguće dva otoka povezati s maksimalno 2 mosta, jedina mogućnost za otok s brojem 5 je povezati ga s još 2 mosta s otokom iznad njega i 2 mosta desno od njega. Time smo riješili i donji otok s brojem 5 i desni otok s brojem 2 koji je s prethodno spomenutim otokom povezan s 2 mosta, koliko mu je i potrebno.



Podebljano označen otok s brojem 2 trebamo spojiti s ostalim otocima s točno 2 mosta. Kako oko njega nema slobodnih otoka osim onog iznad s brojem 4, spajamo ga s tim otokom dvostrukim mostom i time smo riješili i taj otok.

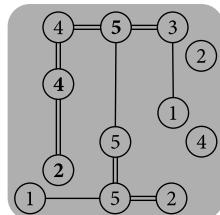


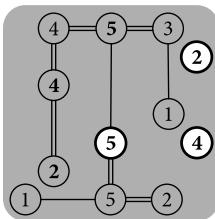
Podebljano označen otok s brojem 4 već ima dva mosta, nedostaju mu još dva. Jedini otok s kojim ga možemo povezati je otok iznad njega, s brojem 4, i to ponovno dvostrukim mostom kako bi imao ukupno 4 mosta. Na isti način rješavamo i otok iznad njega koji povezujemo dvostrukim mostom s otokom s brojem 5.



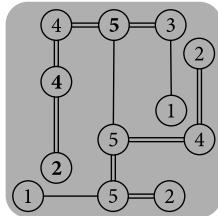
Otoku s brojem 5 nedostaju još 3 mosta. Imamo dvije mogućnosti: povezati ga s otokom s brojem 3 jednim mostom, a s otokom s brojem 5 s dva mosta ili obratno, povezati ga s otokom s brojem 3 s dva mosta, a s otokom s brojem 5 jednim mostom.

Jedina mogućnost je povezati ga s otokom s brojem 3, i to s dva mosta jer taj otok s brojem 3 kasnije možemo povezati samo s otokom s brojem 1, i to jednim mostom. Inače ne bismo uspjeli povezati otok s brojem 3 dovoljnim brojem mostova.



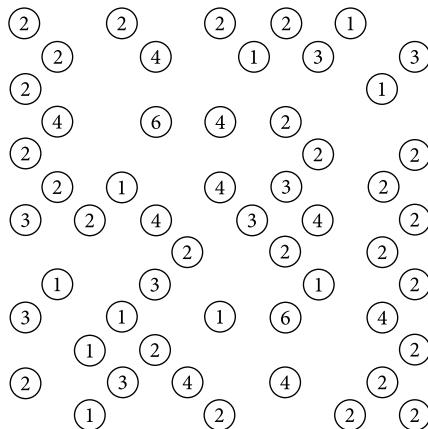


Ostalo je spojiti otoke s brojevima 2, 4 i 5. Kako otok s brojem 2 možemo spojiti samo s otokom s brojem 4 (mostovi se ne smiju presijecati!), spajamo ga s tim otokom dvostrukim mostom. Tada preostaje samo dvostrukim mostom spojiti otoke s brojevima 5 i 4.



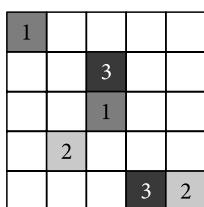
Učenicima se ova igra jako sviđa, svrstavaju je u omiljene i obavezno na kraju školske godine, na zadnjim satovima, umjesto zadaće traže da doma rješavaju mostove.

Naravno, jednostavnije verzije više im nisu atraktivne pa traže uglavnom „super tešku“ kategoriju.



Više primjera i mogućnosti prilagodbe dimenzija, ali i igranje on-line, omogućeno je na: <https://www.chiark.greenend.org.uk/~sgtatham/puzzles/js/bridges.html> i <http://www.menneske.no/hashi/eng/>.

Šetnja (Number link, Arukone)



Cilj igre je spojiti iste brojeve linijom koja prolazi samo kroz prazne kvadrate. Linije se ne smiju presijecati i moraju prolaziti kroz sve kvadrate.

Ovo rješenje nije točno jer, iako su povezani svi brojevi i nema presijecanja linija, svi kvadrati nisu popunjeni. U ovoj mozgalici ključno je misliti unaprijed i upotrijebiti sve kvadratiće koje imamo na raspolaganju. Za učenike je ova mozgalica korisna jer, osim što uče razmišljati nekoliko koraka unaprijed, razvijaju osjećaj za prostor. Točno rješenje podrazumijeva iskorištene sve kvadratiće bez presijecanja linija/boja.

1	1	1	1	
3	3	3	1	
3		1	1	
3	2	2	2	2
3	3	3	3	2

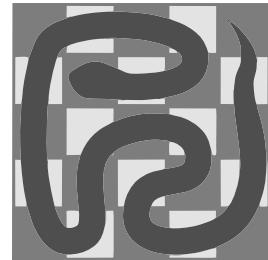
1	2	2	2	2
1	2	3	3	2
1	2	1	3	2
1	2	1	3	2
1	1	1	3	2

Više primjera, mogućnosti prilagodbe dimenzija, printanje i igranje on-line omogućeno je na: <https://www.lsrhs.net/faculty/seth/Puzzles/numberLink/numberLink.html> i <http://www.menneske.no/arukone/eng/>.

Zmija u kutiji

Potrebna je mreža 5×5 . Na njoj postavljač zagonetke zamisli zmiju koja je položena tako da prelazi preko svih polja. Glava zmije je broj 1, a rep 25.

Brojevi od glave prema repu moraju ići redom od 1 prema 25, na način da su brojevi susjedni ili vertikalno ili horizontalno, ali ne i po dijagonalni.



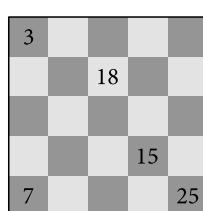
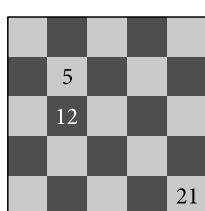
Izazivač pokušava odgontnuti kako je zmija položena u kutiji. Čini to na način da postavlja pitanje koji se broj nalazi na određenom polju. Pitanje može postaviti koliko god puta želi, no nakon toga mora točno odrediti položaj zmije.

- Izazivač kojemu je potrebno 6 brojeva, ima dobar potencijal.
- Izazivač kojemu je potrebno 5 brojeva, smatra se prijateljem zmija.
- Izazivač kojemu su potrebna 4 broja, poštivan je od zmija svugdje u svijetu.
- Izazivač kojemu su potrebna 3 broja, ima titulu kralja zmija.
- Izazivač koji ne uspije pogoditi točan položaj zmije, biva ugrižen.

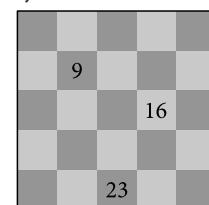
Osim ovih problema moguće je razmatrati slučajeve:

- Kada je moguć samo jedan položaj zmije?
- U kojem slučaju zmija može imati više od jednog mogućeg položaja?
- U kojem slučaju rješenje nije moguće?

Primjeri zadataka:



Može li u ovom slučaju zmija biti smještena na više načina?



Problem 4 boje, krugovi koji se dodiruju, šalice i tanjuri

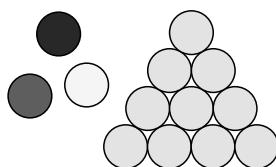
Matematičari su se dugo borili s jednim naizgled jednostavnim problemom: koliko je najmanje boja dovoljno da se oboji zemljopisna karta koja prikazuje regije na koje je podijeljena određena država ili pak države nekog kontinenta tako da susjedne regije ili države budu obojene različitim bojama? Čak 150 godina ovim se problemom bavilo niz amatera, rješavatelja puzzli i profesionalnih matematičara. Teorem poznat pod nazivom „Teorem četiriju boja“ formulirao je Francis Gutherie još 1852.

Učenici jako vole bojiti i vole zadatke ovakvog tipa kao domaću zadaću iz matematike jer misle da tu nema matematike nego samo bojenje. Osim toga, idealno pitanje uz različite predloške za bojenje je „Koliko najmanje boja moraš koristiti da susjedni dijelovi ne budu obojeni istom bojom?“. Vrlo brzo učenici razvijaju neku svoju strategiju bojenja i dolaze do zaključaka.



Slične zadatke možemo zadati koristeći krugove.

Može li se krugove zadanog trokuta obojiti koristeći tri boje ako znamo da se krugovi iste boje ne smiju dodirivati?

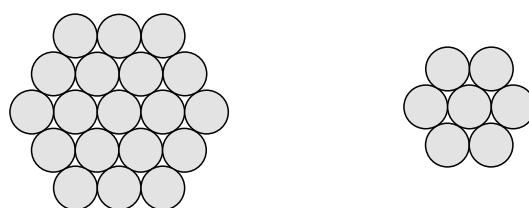


Postoji li više od jednog mogućeg rješenja?

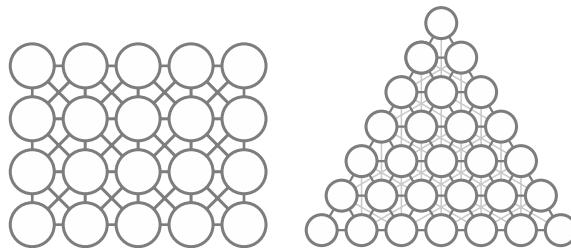
Možemo li na isti način obojiti veći trokut trima bojama?

Možemo li neki drugi lik obojiti koristeći tri boje? Npr. heksagon?

Možeš li pronaći lik koji nije moguće obojiti prema danom pravilu?



Isti set pitanja možemo koristiti na likovima za koje želimo da budu obojeni korištenjem četiriju boja (spojeni krugovi ne smiju imati iste boje).



Imamo 4 žute, 4 plave, 4 zelene i 4 crvene šalice i po 4 tanjurića u svakoj boji.

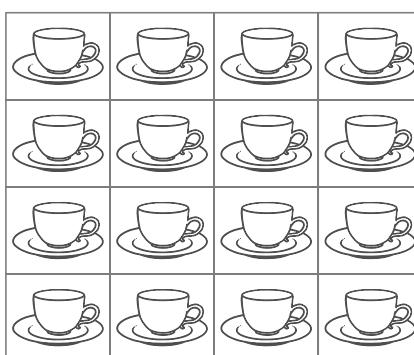
Zadatak je:

Na zadatu mrežu potrebno je postaviti šalice i tanjuriće na sljedeći način:

- u svakom stupcu i u svakom retku različiti su tanjurići,
- u svakom retku i svakom stupcu različite su šalice,
- tanjurići i šalica iste boje smiju se naći u kombinaciji na istom polju samo jednom,
- tanjurići i šalica različitih boja smiju se naći u kombinaciji samo jednom.

Dakle, žuti tanjurić i zelena šalica mogu biti samo jednom u kombinaciji. Žuta šalica i zeleni tanjurić nova su i dopuštena kombinacija.

Je li rješenje jedinstveno?



Sustavi jednadžbi

U 7. razredu u cjelini „Sustavi linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice“ učenici često imaju poteškoća s metodom supstitucije. Nastavnu cjelinu i metodu supstitucije možemo predstaviti na drugačiji način – mozgalicama koje su vrlo česte na internet-skim „IQ testovima“.

Učenici intuitivno znaju riješiti većinu tako zadanih zadataka i ključno je od njih zatražiti objašnjenje i postupak razmišljanja. Oni će opisati upravo metodu supstitucije.

Nakon toga kruške, jabuke i banane možemo jednostavno zamijeniti nepoznaticama x i y .

$\text{apple} = 7$	$\text{banana} + \text{banana} = 30$	$9 \cdot \text{fish} - 11 \cdot \text{fish} = 49$
$\text{blackberry} = 5 + \text{apple}$	$\text{berries} + \text{berries} = 20$	$13 \cdot \text{fish} - 12 \cdot \text{fish} = 63$
$\text{apple} = 1 + \text{banana}$	$\text{apple} + \text{apple} = 8$	$\text{fish} = ?$
$\text{apple} + \text{blackberry} + \text{banana} = ?$	$\text{banana} + \text{berries} + \text{apple} = ?$	$\text{fish} = ?$

$\text{apple} + \text{apple} + \text{apple} = 30$	$\text{rabbit} + \text{rabbit} + \text{rabbit} = 36$
$\text{apple} + \text{banana} + \text{banana} = 18$	$\text{rabbit} \cdot \text{pot} + \text{rabbit} = 36$
$\text{banana} - \text{coconut} = 2$	$\text{pot} : \text{rabbit} + \text{pot} = 36$
$\text{coconut} + \text{apple} + \text{banana} = ?$	$\text{pot} + \text{rabbit} - \text{pot} = ?$

Kad bismo učenicima zadali zadatak da odrede vrijednost x, y, z, k za koje vrijedi:

$$\begin{aligned}x + y + z + k &= 24 \\x + k &= y \\z - k &= 2 \\2x - 1 &= y,\end{aligned}$$

većina njih ne bi ni pokušavala riješiti ga, nego bi čekali da ga riješi netko drugi. Ali ako se zadatak postavi kao „mozgalica s interneta koja zadaje glavobolje”, učenici ju vide kao izazov i pokušavaju doći do rješenja. Što je najbolje, uspijevaju u tome.

$$\begin{aligned}\text{cake} + \text{cupcake} + \text{pizza} + \text{donut} &= 24 \\ \text{cake} + \text{donut} &= \text{cupcake} \\ \text{pizza} - \text{donut} &= 2 \\ \text{cake} + \text{cake} - 1 &= \text{cupcake} \\ \text{cake} = ? &\quad \text{cupcake} = ? \quad \text{pizza} = ? \quad \text{donut} = ?\end{aligned}$$

„Riddle me this“ i „TED – Ed“

Možda najdraže mozgalice učenicima osnovnih škola one su koje su prezentirane u video materijalima. Izvor izvrsnih mozgalica su stranice TED – Ed i Riddle me this. <https://ed.ted.com/search?utf8=%E2%9C%93&qs=riddles> i <https://www.facebook.com/pg/RiddleMeThis.KeliNetwork/episodes/>

Vjerojatno najbolji primjer mozgalice savršene za nastavu matematike u bilo kojem razredu je sljedeći:

Zarobili su te super inteligentni izvanzemaljaci, zajedno s još 9 osoba. Smatraju da su ljudi izuzetno ukusni, ali im civilizacija zabranjuje da jedu pametna bića koja surađuju s njima. Nažalost, nisu sigurni odgovara li vaša grupa ljudi tome opisu pa su odlučili svima dati zadatak. Preko univerzalnog prevoditelja izvanzemaljac koji vas čuva govori sljedeće:

Poredat ćete se jedan iza drugog po visini, od najnižeg do najvišeg, i okrenuti se prema naprijed tako da svatko od vas može vidjeti svakoga tko je ispred vas u redu. Ne možete gledati iza sebe niti izlaziti iz reda. Svatko od vas će na glavi imati ili crni ili bijeli šešir, dodijeljen nasumično. Nećete znati koliko je šešira koje boje i bit će vam postavljeni na glavu tek nakon što se poredate jedan iza drugog. Kad kažem da počnete, svatko od vas mora pogoditi boju svoga šešira, počevši od osobe na začelju (najviše osobe), krećući se prema početku reda (najniže osobe). Nemojte ni pokušati reći bilo koju drugu boju osim „crno“ ili „bijelo“ ili davati znak nekim drugim načinom, npr. zvukom, intonacijom ili jačinom glasa. Odmah ćete svi biti pojedeni! Ako vas 9 od 10 pogodi boju svoga šešira, svi ćete biti pošteđeni. Imate 5 minuta za razgovor i dogovor oko plana, a zatim ću vas poredati, dodijeliti vam šešire i – počinjemo.



Kod ovakvih zadataka učenici prestaju razmišljati na kojem su predmetu, koje se gradivo obrađuje i koliko im je dosadno biti u školi. Svi rješavaju, daju prijedloge i pokušavaju dokazati koliko su pametni.

Najveće oduševljenje nastaje kad im se prikaže rješenje dane mozgalice koje autorice neće navesti u ovom tekstu jer ne žele čitateljima upropastiti čari mozganja i efekt zadovoljstva kad shvate da je matematika ključ rješenja.

Odličan video s prikazanom mozgalicom i rješenjem možete pronaći ovdje: <https://ed.ted.com/lessons/can-you-solve-the-prisoner-hat-riddle-alex-gendler>

(Najkraći) IQ test i Brilliant.org

Na raznim portalima često možemo naići na naslove tipa „Najkraći IQ test koji će otkriti koliko ste pametni” ili „Ovaj matematički zadatak zadao je probleme cijelom internetu”. Takvi naslovi idealni su za nastavu jer se u njima kriju uglavnom problemi osnovnoškolske matematike.

Učenicima nije potrebno reći naše mišjenje o „težini” takvih zadataka, već je dovoljno pokazati im članak i dati da rade. Takvi članci i naslovi njima su izazov jer imaju priliku raditi s nečim što je „teško” i „nerješivo” za ostali puk. Pogotovo ako uz njih ide tekst kao što je ovaj:

„Najkraći test inteligencije sastoji se od samo tri pitanja, ali to ne znači da je lagan. Svako pitanje osmišljeno je tako da procijeni vašu sposobnost prepoznavanja jednostavnog problema koji je zapravo teži nego što se isprva čini. Stručnjaci koji su osmislili ovaj test kognitivne refleksije tvrde da on ne samo da otkriva je li nečija inteligencija natprosječna, već i potvrđuje nečiju genijalnost ako osoba na sva tri pitanja odgovori točno.”

Primjer takvih zadataka na koje ćete naići čim u tražilicu upišete „najkraći IQ test” je:

1. Palica i lopta koštaju ukupno 1.10 funti. Palica košta 1 funtu više nego lopta. Koliko košta lopta?
2. Pet minuta potrebno je da pet strojeva napravi pet privjesaka. Koliko bi vremena trebalo da 100 strojeva napravi 100 privjesaka?
3. U jezeru su lopoči. Svaki se dan broj lopoča udvostruči. Ako je potrebno 48 dana da lopoči prekriju cijelo jezero, koliko je potrebno da prekriju pola jezera?

Ovakvi zadatci odlični su za razrednu diskusiju te međusobno uvjeravanje i objašnjavanje tko je u pravu, ali i shvaćanje učenika koliko su to jednostavnii zadatci za npr. učenike 7. razreda nakon obrađene proporcionalnosti ili sustava jednadžbi.

Stranica Brilliant.org nudi matematiku i znanost kroz zadatke i probleme koje je potrebno riješiti za prijelaz na „višu” razinu.

Nažalost, stranica je na engleskom jeziku, ali učenici ju svejedno vole jer postoji mogućnost instaliranja aplikacije na mobitel. Postoje „problemi tjedna” i različite razine pitanja, a samim time i znanja koja su potrebna za njihovo rješavanje. Odlično je što su ponuđeni odgovori pa učenik zna je li točno riješio zadatak. Ako nije, pojavi se njegovo objašnjenje i rješenje. Tako uče na svojim greškama, što je jako teško postići s današnjim generacijama.

Courses

- Featured
- Math**
 - Foundational
 - Advanced
- Science
- Computer Science

Math – Foundational

Mathematical Fundamentals

The essential tools for algebra, geometry, probability, and logic!

Algebra Through Puzzles

Supercharge your algebraic intuition and problem solving skills!

Logic

Stretch your analytic muscles with knights, knaves, logic gates, and more!

Number Theory

The study of how math is structured, applied to primes, logic, and more!

Games of Chance

Outside the Box Geometry

Joy of Problem Solving

Probability

Primjeri pitanja razine „Logika” i „Osnove matematike” uz rješenja i objašnjenja netočno riješenih zadataka:

TRUTH-SEEKING

There are 3 boxes, exactly one of which has a car. You can keep the car if you pick the correct box!

On each box there is a statement, **exactly one** of which is true.

Box 1: The car is in this box.
Box 2: The car is not in this box.
Box 3: The car is not in box 1.

Which box has the car?

Correct! 49% of people got this right.

View solution

Restart **Share** **More**

DUBIOUS DISCOUNTS

What is the cost of a donut?

$$\text{Pizza} + \text{Donut} = \$11.00$$

$$\text{Pizza} - \text{Donut} = \$10.50$$

Solution
Correct answer: **\$0.25**

Solution 1:

If a pizza plus a donut costs \$11.00 and a pizza minus a donut costs \$10.50, then we can combine the two equations together to see that two pizzas plus a donut minus a donut equal \$21.50. Therefore, two pizzas must cost $\$11.00 + \$10.50 = \$21.50$, one pizza costs \$10.75,

DUBIOUS DISCOUNTS

Quiz 1

\$0.20 **\$0.25** **\$0.50** **\$1.00**

You **got** the solution.
It's OK! We're not judging.

Finish quiz **Hide solution**

Zaključak

Tijekom pisanja ovoga članka i pripreme za Kongres nastavnika matematike u Zagrebu, autorice su proučavale i prijedlog Nacionalnog kurikuluma za predmet Matematika. Kao napomena u nekoliko se razreda spominje:

„Rješavati matematičke mozgalice, zbrajaljke, premetaljke, brojevne nizove, magične kvadrate, sudoku, zadatke sa šibicama i slično.“

Mozgalice uistinu mogu pomoći u razvoju učeničkih kompetencija u predmetu Matematika, mogu „začiniti“ svaki sat, domaću zadaću, ili jednostavno poticati učenika da razvije sklonost prema matematici, da uči, rješava probleme i surađuje s drugim učenicima kroz igru i zabavu.

Popis izvora:

1. <https://www.chiark.greenend.org.uk/~sgtatham/puzzles/js/rect.html>
2. <https://krazydad.com/>
3. <https://www.chiark.greenend.org.uk/~sgtatham/puzzles/js/>
4. <https://www.chiark.greenend.org.uk/~sgtatham/puzzles/js/bridges.html>
5. [http://www.menneske.no\[hashi/eng\]](http://www.menneske.no[hashi/eng])
6. <https://www.lsrhs.net/faculty/seth/Puzzles/numberLink/numberLink>
7. <http://www.menneske.no/arukone/eng/>
8. <https://ed.ted.com/search?utf8=%E2%9C%93&qs=riddles>
9. <https://www.facebook.com/pg/RiddleMeThis.KeliNetwork/episodes/>
10. <https://ed.ted.com/lessons/can-you-solve-the-prisoner-hat-riddle-alex-gendler>
11. www.galileo.org