

# Mandala<sup>1</sup>

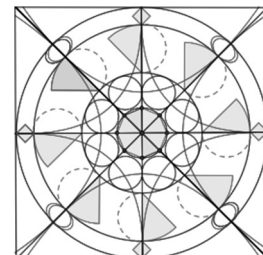
MATEJA ŠAFARIĆ NOVAK<sup>2</sup>

**Ključni pojmovi:** mandala, geometrija, preslikavanja, suvremena umjetnost, znanost, moda, relaksacija

**Sažetak:** Današnji ubrzani život uzrokuje nam puno stresa, stoga se sve više ljudi okreće drevnim metodama opuštanja. U mnogim knjižarama možemo kupiti takozvane bojanke za odrasle prepune mandala čije nas bojenje umiruje i dovodi do ravnoteže. Mandala sadrži mnoge matematičke likove i svojstva geometrije, čime se postižu sklad i ravnoteža. Nastala je u tibetskom budizmu, ali je se može naći i u drugim religijama. U osnovi ima krug unutar kojeg se simetrično ponavljaju simboli. Ukoliko koristimo razne boje i obojimo nacrtane simbole, dobit ćemo pravo umjetničko djelo i uvjeriti se u vlastitu kreativnost.

Kako mandala sadrži mnoge geometrijske likove te geometrijska svojstva, lako je uklopiti je u nastavni sadržaj od 3. razreda osnovne škole pa sve do 2. razreda srednje, a moguća je primjena čak i u 3. razredu srednje škole. Mandala nastaje u pet jednostavnih koraka. Kroz te korake učenici usvajaju konstrukcije geometrijskih likova, osnu i centralnu simetriju te rotaciju, kao i pojam koncentričnih kružnica pritom primjenjujući razna geometrijska svojstva. Projektima u pojedinim ciklusima (prema Nacionalnom okvirnom kurikulumu) učenici u različitim zadacima crtaju mandalu te pritom ostvaruju očekivane ishode. Također, na zoran način moguće je raspravljati o posebnim odnosima likova te, ukoliko ima učenika koji su vješti u slikanju, mogu naslikati mandale na razne predmete koji mogu uljepšavati prostorije škole ili biti prodani u humanitarne svrhe. Projektima učenici primjenjuju znanja iz informatike (korištenjem programa dinamičke geometrije), likovne kulture, prirode, kemije, biologije, geografije, tehničke kulture, vjeronauka i psihologije.

Mandala je i danas jako popularna. Bilo da se pojavljuje kao sredstvo relaksacije, bilo da se javlja na modnoj sceni u dizajnu haljine „Mandala of Desires” američke dizajnerice hrvatskog podrijetla ili pak na mnogim odjevnim predmetima poznate modne marke Desigual, ili u obliku uzorka na raznim predmetima, tapetama, tanjurima, šalicama, jasticima i sl. Mandala se pojavljuje i u znanosti. Zaleđena kri-



<sup>1</sup>Predavanje održano na 8. kongresu nastavnika matematike RH, 2018. godine u Zagrebu

<sup>2</sup>Mateja Šafarić Novak, Tehnička škola Čakovec

stalna struktura vode ima oblik mandale. U filogenetici se podatci istraživanja prikazuju u mandalnoj formi. Chladnijeve figure, čelične ploče koje posute pijeskom pod utjecajem zvučnih valova tvore mandalne oblike, imaju veliku primjenu u znanosti.

Ovisno o učeničkim interesima, široka primjena mandale omogućuje nastavniku razne projektne ideje koje je lako realizirati u osnovnoškolskom i srednjoškolskom obrazovanju.

## Uvod

Mandala je simbol nastao u kulturnoj tradiciji budizma, no prisutna je u arhitekturi, umjetnosti i filozofiji svih kultura u povijesti čovječanstva. Danas je izuzetno popularna jer sve više ljudi, zbog svakodnevnog stresa, traži pomoć i rješenja u raznim meditacijama. Crtanje, odnosno bojenje mandale smiruje pojedinca te mu omogućuje da se poveže sa svojim *jastvom*.

Mandala je sanskrska riječ koja znači „sveti krug”. Osnovni element joj je krug ili kvadrat. Unutar kruga nalazi se još koncentričnih kružnica različitih polumjera. Prostor između kružnica simetrično je ispunjen raznim elementima. Simetrija unutar mandale daje nam mogućnost primjene mandale u nastavi matematike. Danas se, zbog sve popularnije primjene u modnoj umjetnosti, psihoterapiji, znanosti ili dizajnu interijera, mandala nameće kao zanimljiv projekt učenicima u školi. Također, u tome projektu učenici mogu stvoriti jedinstvenu mandalu, istovremeno se opuštati, usvajati matematičke ishode vezane uz geometriju te stvoriti umjetničko djelo.

## Mandala u povijesti

Mandala je nastala u kulturnoj tradiciji tibetskog budizma. To je mistični kružni dijagram koji simbolizira božanski i ljudski svijet povezan u jedinstvenu harmoničnu cjelinu. U budističkoj tradiciji mandale su većinom naslikane ili nacrtane strukture koje služe kao pomoćno sredstvo za meditaciju i koncentraciju, dok se u arhitekturi koriste kao plan za izgradnju hramova.

Mandale imaju prepoznatljiv izgled zbog geometrijskog rasporeda simbola. Osnovna struktura je najčešće krug, ali se može pojaviti i kvadrat, te elementi koji proizlaze iz kruga i kvadrata, a sistematizirani su oko zajedničkog središta. Koncentrične kružnice koje su različito udaljene od središta ili kvadrati unutar kvadrata daju višedimenzionalnost mandale. Na taj način mandala prikazuje hijerarhizaciju univerzuma na različite dimenzije. Unutar krugova nalaze se različiti budistički simboli, dok boje naglašavaju usmjerenje elemenata mandale. Osnovna je struktura krug vezan uz vrijeme i prostor. Krug vezan uz vrijeme simbol je pokreta i cikličnosti. Krug vezan uz prostor simbol je usredotočen na središte, mjesto iz kojeg se stvara i širi svijet. Tako kretanje mandale ima dva smjera, od središta prema rubovima mandale i obrnuto. Kretanje od središta prema rubovima simbolizira stvaranje i razvoj života, a obrnuti smjer uspon i povratak prema početnom jedinstvu s božanskim.



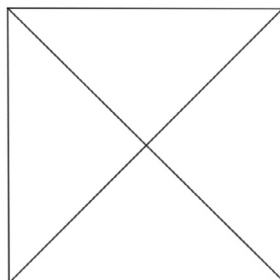
Slika 1. Rakta Yamari Five Deity Mandala

## Napravimo svoju mandalu

Za crtanje mandale potreban je papir, poželjno u obliku kvadrata ali nije nužno, zatim šestar, olovka, ravnalo i boje.

### Korak 1. Odrediti kvadrat na papiru

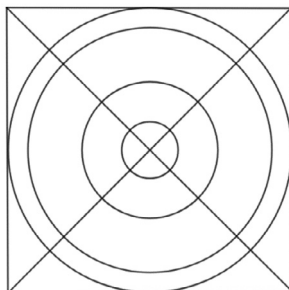
Najprije trebamo odrediti kvadrat na papiru unutar kojeg ćemo crtati mandalu. Ako već imamo papir oblika kvadrata, odabrali smo područje crtanja mandale. Zatim trebamo odrediti središte kvadrata. To možemo odrediti tako da nacrtamo dijagonale kvadrata te odredimo sjecište dijagonala.



Slika 2. Papir sa središtem

### Korak 2. Koncentrične kružnice

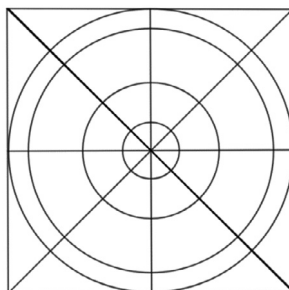
Napravimo koncentrične kružnice kojima je središte sjecište dijagonala kvadrata. Polumjeri se mogu ali i ne moraju proporcionalno povećati.



Slika 3. Koncentrične kružnice

### Korak 3. Podijeliti kružnice na jednake dijelove

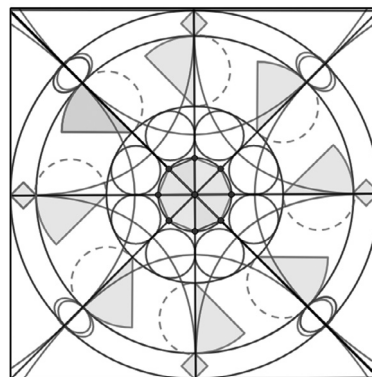
Koncentrične kružnice dijelimo na jednake dijelove. Možemo ih podijeliti na četiri, osam ili šestnaest dijelova. Na što je više dijelova podijelimo, naša će mandala biti kompleksnija.



Slika 4. Baza za crtanje mandale

### Korak 4. Ispunjavanje mandale oblicima

Dijeljenjem kružnica na jednake dijelove dobili smo bazu za crtanje. Koristeći dobivene kružne vijence kao niti vodilje, pravimo različite oblike: elipse, trokute, krugove, petlje, valove, kapi, latice... Bitno je da se isti uzorak simetrično preslikava u svaki dio istog kružnog vijenca jer se na taj način ostvaruje simetrija koja je ključni element svake mandale. Oblici se mogu crtati različitim bojama. Što više crtamo unutar jednog kružnog vijenca, to će naša mandala izgledati kompleksnije.



Slika 5. Mandala u računalnom programu za crtanje

## Korak 5. Bojenje

Dobivene praznine možemo obojiti različitim bojama i tehnikama (drvenim bojicama, pastelama, temperama).

## Mandala u nastavi matematike

### Definicija kreativnosti<sup>3</sup>

Riječ „kreirati“ nastala je iz latinske riječi *creare*, što znači proizvoditi stvari koje nisu prije postojale ili stvarati. Na temelju te riječi nastala je suvremena riječ „kreativnost“ koja upućuje na moć stvaranja, izumljivanje ili proizvodnju; umjetničko stvaralaštvo i sudjelovanje u nečemu korisnom ili vrijednom (Bognar u Škola koja razvija kreativnost, 2010., str. 2).

Mandala potiče učenika na kreativnost. Ako se učeniku da sloboda u kreiranju mandale, mogu nastati prava umjetnička djela.

O realizaciji projekta ovisi i vrijeme predviđeno za projekt. Ukoliko se ograniči projekt sa zadatcima, nastavnik može imati bolji uvid u realizaciju projekta te se projekt može u kraće vrijeme završiti. U projektu, bez obzira na ciklus, daje se temeljna ideja, nacrtati mandalu, i neke smjernice, odnosno zadatci kako to izvesti. Zatim učenici, s obzirom na svoje interese, mandalu mogu upotrijebiti na neko područje. Na primjer, mogu je tiskati na odjeću, napraviti slike, naslikati je na zidove učionice ili na razne predmete, ili mogu napraviti bojanke za odrasle.

### Projekt za 2. ciklus

Geometrija može biti zabavna i kreativna. Mandalom učenici po načelu zornosti usvajaju temeljne geometrijske pojmove. Nacionalnim kurikulumom za područje matematika, u 2. ciklusu (od 3. do 5. razreda osnovne škole), predviđeno je kako će učenik crtati i konstruirati geometrijske likove (kvadrat, pravokutnik, trokut, kružnica, krug i njegovi dijelovi) u različitim položajima te ih simetrično preslikavati uz pomoć geometrijskog pribora i uz moguće korištenje računalnih programa. Crtanje mandala idealan je zadatak za usvajanje spomenutih ishoda. Kako mandala nastaje simetrijom pojedinih simbola, učenici na zoran način mogu usvojiti način preslikavanja te pritom nastaje pravo umjetničko djelo. Ako uz to upotrijebe bojice, sat matematike može se pretvoriti u sat opuštanja, ali i kreativnog razmišljanja.

Mandala će nastati u nekoliko domaćih zadaća i/ili školskih sati. Idealna je za usvajanje stečenih ishoda na nastavnom satu, i to u 5. razredu osnovne škole kada se radi i simetrična slika likova. Učenicima se na pojedinim satovima, kad se radi geometrija, zada nekoliko zadataka koji se međusobno nadovezuju, a kojima će usvojiti predviđeni ishod. Svi zadatci crtaju se na istom papiru. Također, mogu koristiti i neki od programa dinamičke geometrije. Nakon nekoliko sati, odnosno nakon usvojena

<sup>3</sup>Prijevod dijelova prvog poglavlja „O dječjoj kreativnosti“ iz knjige Isenberg i Jalongo (1997.).

3 ishoda, nastat će mandala koju oni mogu usavršiti crtanjem nekih dodatnih linija, likova ili simbola upotrebljavajući pritom stečene ishode. Prema predviđenim ishodima napravila sam nekoliko zadataka kojima bi učenici trebali moći usvojiti ishode. Naravno, kad usvoje način crtanja mandale, bilo bi poželjno da sami smisle zadatak otvorenog tipa za crtanje mandale.

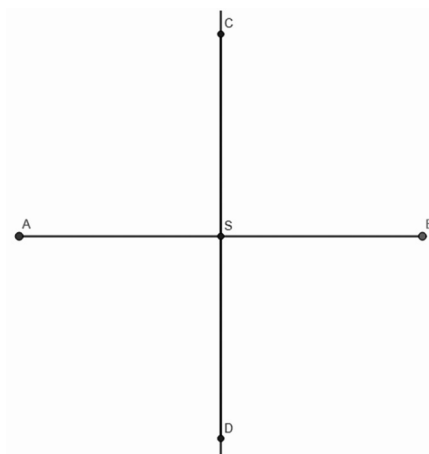
*Ishod C. 5. 1.* Opisuje skupove točaka u ravnini te analizira i primjenjuje njihova svojstva i odnose

Predviđeni zadatci:

**Zadatak 1.** Nacrtaj dužinu  $\overline{AB}$  duljine 20 cm.

**Zadatak 2.** Konstruiraj simetralu dužine  $\overline{AB}$ .

**Zadatak 3.** Na konstruiranoj simetrali nacrtaj dužinu  $\overline{CD}$  duljine 20 cm tako da točka S, sjecište dužine  $\overline{AB}$  i njezine simetrale, bude polovište te dužine  $\overline{CD}$ .



Slika 6. *Ishod C. 5. 1.*

*Ishod C. 5. 2.* Opisuje i crta/konstruira geometrijske likove te stvara motive koristeći se njima.

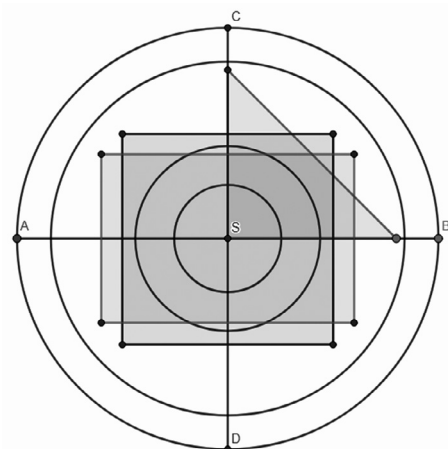
**Zadatak 1.** Konstruiraj kružnicu promjera  $\overline{AB}$  i središtem S.

**Zadatak 2.** Konstruiraj kvadrat duljine stranice 10 cm tako da točka S bude sjecište dijagonala i da stranice kvadrata budu paralelne s  $\overline{AB}$  i  $\overline{CD}$ .

**Zadatak 3.** Konstruiraj tri kružnice različitih promjera sa središtem S.

**Zadatak 4.** Nacrtaj pravokutni trokut tako da su katete na  $\overline{SB}$  i  $\overline{SC}$  te duljine 7 cm.

**Zadatak 5.** Konstruiraj pravokutnik duljine stranica 12 cm i 8 cm tako da točka S bude sjecište dijagonala i da stranice pravokutnika budu paralelne s  $\overline{AB}$  i  $\overline{CD}$ . (Moguća su dva položaja pravokutnika.)



Slika 7. Ishod C. 5. 2.

*Ishod C. 5. 3.* Osnosimetrično i centralnosimetrično preslikava skupove točaka u ravnini.

**Zadatak 1.** Centralnosimetrično s obzirom na točku S preslikaj pravokutnik.

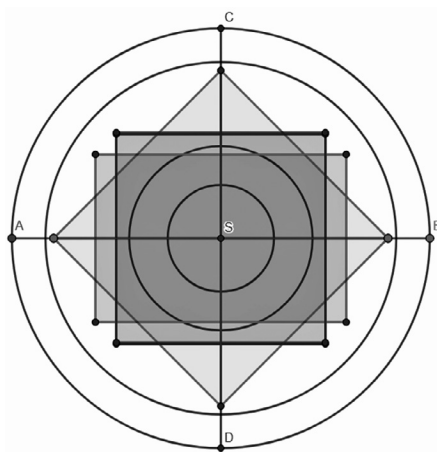
**Zadatak 2.** Centralnosimetrično s obzirom na točku S preslikaj trokut.

**Zadatak 3.** Osnosimetrično s obzirom na AB preslikaj kvadrat.

**Zadatak 4.** Osnosimetrično s obzirom na AB preslikaj pravokutnik.

**Zadatak 5.** Osnosimetrično s obzirom na CD preslikaj trokut.

**Zadatak 6.** Osnosimetrično s obzirom na AB preslikaj trokut.



Slika 8. Ishod C. 5. 3.

### Projekt za 3. ciklus

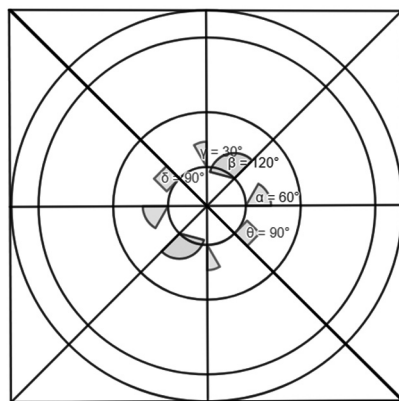
Nacionalnim kurikulumom u 3. ciklusu (od 6. do 8. razreda osnovne škole) predviđeno je kako će učenik preslikavati izometrično geometrijske likove, povećavati i smanjiti geometrijski lik u zadanom omjeru, prostoručno skicirati te nacrtati i konstruirati geometrijske oblike u prostoru koristeći geometrijski pribor i/ili računalni program dinamičke geometrije.

Nacrtavši okvir mandale, unutar mandala učenici mogu konstruirati razne sadržaje, ovisno o nastavnoj jedinici. Jedini uvjet je da se sve konstruirano rotira unutar kružnog vijenca odabranog za ovakvo crtanje. Navest ću zadatke koji bi se mogli nametnuti u ovom ciklusu prema određenom ishodu.

*Ishod C. 6. 1.* Konstruira kut i njegovu simetralu.

**Zadatak 1.** Unutar odabranog kružnog vijenca mandale konstruiraj redom kutove od  $60^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $30^\circ$  i  $90^\circ$ .

Pitanje koje se može postaviti učenicima: Za koji kut treba rotirati kutove od  $60^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $30^\circ$  i  $90^\circ$  kako bismo nastavili niz kutova i s donje strane kružnog vijenca? Jedno od mogućih izgleda mandale prikazano je slikom 9.



Slika 9. Ishod C. 6. 1.

*Ishod C. 6. 2.* Konstruira trokute, analizira njihova svojstva i odnose.

**Zadatak 1.** Unutar odabranog kružnog vijenca mandale konstruiraj trokut tako da su mu dva vrha na jednom kružnom luku unutar jednog dijela odabranog kružnog vijenca, a treći vrh na nasuprotnom kružnom luku.

**Zadatak 2.** Konstruiraj trokut sukladan konstruiranom trokutu prema poučku sukladnosti SSS u sljedeći dio kružnog vijenca.

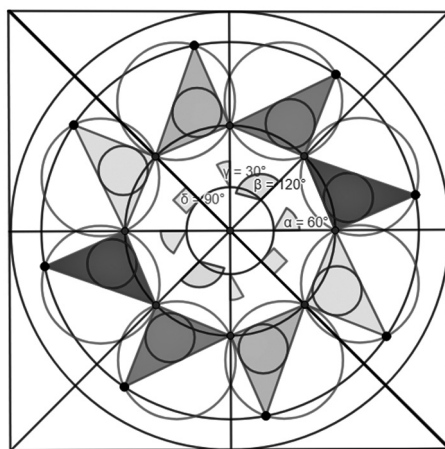
**Zadatak 3.** Konstruiraj trokut sukladan konstruiranom trokutu prema poučku sukladnosti SKS u sljedeći dio kružnog vijenca.



**Zadatak 4.** Konstruiraj trokut sukladan konstruiranom trokutu prema poučku sukladnosti KSK u sljedeći dio kružnog vijenca.

**Zadatak 5.** Isto ponoviti u donji dio kružnog vijenca.

**Zadatak 6.** Trokutima konstruirati opisanu i upisanu kružnicu.



Slika 10. Ishod C. 6. 2.

Slikom 10. prikazan je jedan od mogućih slučajeva. U ovom dijelu projekta učenik će uočiti kako za navedene zadatke treba izmjeriti odgovarajuće veličine stranica i/ili kutova kako bi, s obzirom na navedeni poučak o sukladnosti, mogao konstruirati sukladan trokut.

*Ishod C. 6. 3.* Konstruira četverokute, analizira njihova svojstva i odnose.

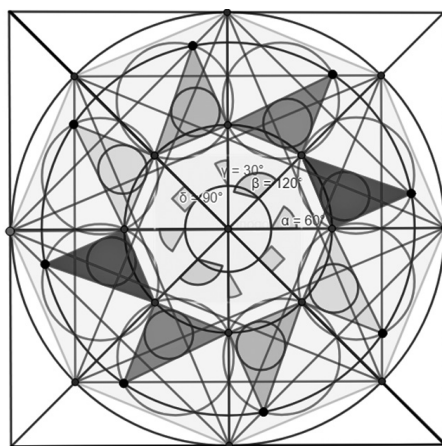
**Zadatak 1.** Konstruiraj kvadrat tako da jedna prikazana kružnica bude opisana mu kružnica.

*Ishod C. 7. 1.* Crta i konstruira mnogokute i koristi se njima pri stvaranju složenijih geometrijskih motiva.

**Zadatak 1.** Odredi mnogokut tako da mu vrhovi budu sjecišta zadnje kružnice na papiru i pravaca koji dijeli papir na dijelove.

**Zadatak 2.** Nacrtaј sve dijagonale toga mnogokuta.

Pitanja koja se nameću ovim zadacima su: Koji je mnogokut dobiven? Kolika je mjera unutarnjih kutova toga mnogokuta? Koliko se ukupno dijagonala može nacrtati? Koliko se može nacrtati dijagonala iz jednog vrha?



Slika 11. Ishod C. 7.1.

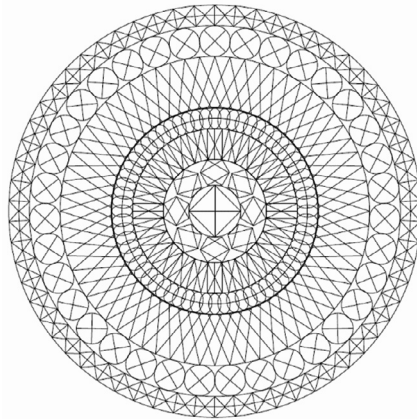
### Projekt za 4. ciklus

Nakon 4. ciklusa (1. i 2. razred četverogodišnjih srednjih škola i 1. razred trogodišnjih srednjih škola) učenik prepoznaje i argumentira sukladnost i sličnost u svakodnevnom okruženju i umjetnosti te ih upotrebljava za opis i analizu svijeta oko sebe.

Učenici srednjih škola su samostalniji pa njima ne treba toliko vođenja oko projekta kao učenicima osnovnoškolskog uzrasta. Kako trenutno predajem učenicima drugog razreda smjera tehničar za računalstvo i strojarski računalni tehničar, zadala sam im na satu usputni zadatak Mandala te im pokazala sliku jedne mandale. Njihov zadatak bio je naći bilo što što ih asocira na mandalu ili je vezano za mandalu. Jedan učenik našao je mandalu na stropu jednog kafića i na zgradi u gradu, dok je većina njih napravila mandalu ili u Geogebri ili u AutoCAD-u.

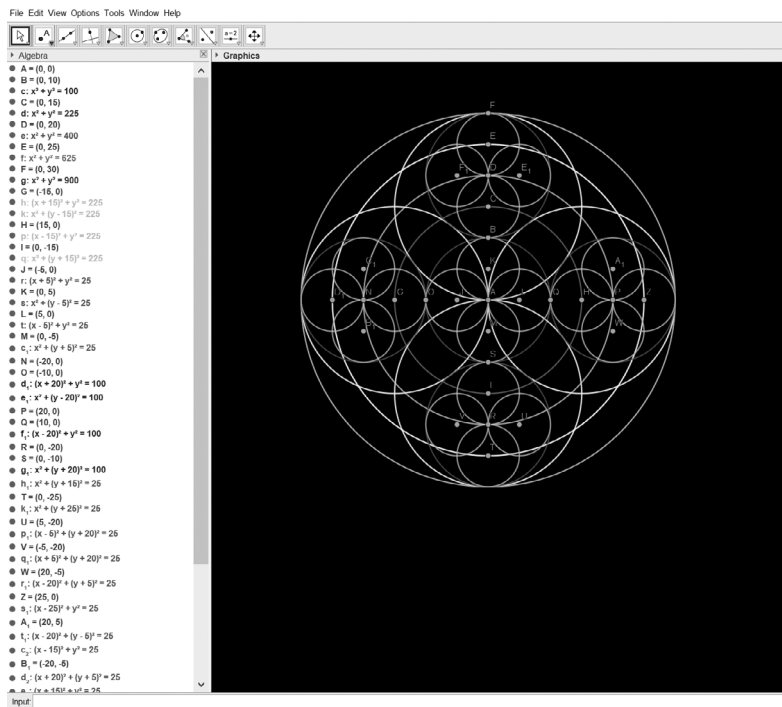


Slika 12. Mandala na zgradi u gradu



Slika 13. Mandala učenika drugog razreda srednje škole

Tema Mandala može se proširiti i u treće razrede srednjih škola tako da se okvir crtanja mandale smjesti u koordinatni sustav te učenici crtaju krivulje drugog reda koje rotiraju kako bi dobili simetriju kroz cijelo područje crtanja. Na Slici 14. prikazana je mandala s kružnicama napravljena u *Geogebri*. Učenik je mandalu napravio tijekom obrade cjeline Kružnica. Na lijevoj strani slike prikazane su jednadžbe prikazanih kružnica.



Slika 14. Mandala u trećem razreda srednje škole

## Mandala danas

### Mandala u psihologiji

Mandale se mogu koristiti i kao psihogram. Carl Jung, analitički psiholog, otkrio je kako se javlja potreba za stvaranjem mandale u trenutcima intenzivnog osobnog rasta. Svakog jutra crtao bi mandale koje bi odražavale njegovo unutarnje stanje toga dana. Stvaranje mandale utječe na stabilizaciju i ponovnu uspostavu poretka unutar-njeg života osobe.

### Mandala u suvremenoj umjetnosti

Američka dizajnerica hrvatskog podrijetla, Mandali Mendrilla, 2015. godine izložila je u najvećem muzeju Azije, China Art Museum u Šangaju, skulpturu pod nazivom „Mandala of Desires, Blue Lotus Wish Tree” (na hrvatskom „Mandala želja”). Kroj haljine-skulpture nastao je po uzoru na tradicionalnu indijsku mandalu Goloka Yantra te lotos od tisuću latica, opisan u indijskoj himni Sri Brahma Samhite, koje su naslikane na tijelu haljina na sanskrtnu. Djelo nadahnjuje posjetitelje da zamisle svoju želju, zapišu je na papirić te objese na haljinu, što je meditativna praksa u istočnjačkim kulturama. Haljina-skulptura izrađena je od veganske svile koja je proizvedena bez ubijanja dudovih svilaca, ručno je vezena te oslikana ekološkim bojama. Visoka je 1.2 m te široka 2.5 m.



Slika 15. Mandala of Desires

### Mandala u znanosti

Kružni dijagrami često se koriste u filogenetici, posebno za grafički prikaz filogenetskih odnosa. Evolucijska stabla često obuhvaćaju brojne vrste koje se prikladno prikazuju na kružnom stablu. Takvi dijagrami nazivaju se filogenetskim mandalama.



Slika 16. Filogenetska mandala

## Zaključak

Mandala je kružni simbol koji se u povijesti koristio kao simbol budizma, međutim danas je sve popularniji i u drugim sferama. Crtanjem i bojenjem mandale osoba se može opustiti, povezati sa samim sobom te pritom može stvoriti jedinstveno umjetničko djelo koje se lako može uklopiti u arhitekturu, u modnu industriju ili preslikati na razne predmete.

Kako je mandali glavno svojstvo simetrija, a glavni element krug oko kojega se sve preslikava, mandala se lako može uklopiti u nastavu matematike, ali i povezati s drugim predmetima – informatikom, tehničkom kulturom, likovnom umjetnošću, hrvatskim jezikom, vjeronaukom, psihologijom.

Nastava matematike može postati drugačijom, kreativnijom, a pritom su učenici kreativci umjetničkih djela.

## Literatura

1. Jončić, A., Mandala, Nova akropola, broj 54. (2008.), 24 – 29
2. Slika Rakta Yamari Five Deity Mandala by Anonymous – Rubin Museum of Art, Public Domain, dostupno na <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=3589296>
3. Mandala of desires, dostupno na <https://mendrilla.com/atelier/mandala-of-desires/>
4. Mandala, dostupno na <https://en.wikipedia.org/wiki/Mandala>
5. Slika Filogenetska mandala, dostupno na <http://tree.bio.ed.ac.uk/images/smallTree.png>
6. Religije svijeta, Enciklopedijski priručnik, Kršćanska sadašnjost, Zagreb, 1998.
7. Nacionalni kurikulum nastavnog predmeta matematika, prijedlog nakon javne rasprave, prosinac 2017., dostupno na <https://mzo.hr/sites/default/files/dokumenti/2017/OBRAZOVANJE/NACION-KURIK/PREDMETNI-KURIK/matematika.pdf>
8. Nacionalni okvirni kurikulum, srpanj 2010., dostupno na [http://www.azoo.hr/images/stories/dokumenti/Nacionalni\\_okvirni\\_kurikulum.pdf](http://www.azoo.hr/images/stories/dokumenti/Nacionalni_okvirni_kurikulum.pdf)
9. O. Bilan, Chladnijeve figure, Kimatika:zvuk, materija i ljudsko tijelo, Bilan Audio Site (2014.) dostupno na <http://www.audiologs.com/ozrenbilan/Chladni.pdf>
10. Korišten program dinamičke geometrije *GeoGebra*, dostupna na <https://www.geogebra.org/classic>