IZ NASTAVNE PRAKSE

Modeliranje pomoću blokova[1]

Sonja Eberling[2], Nevia Grbac[3], Sanja Janeš[4]

Sažetak: *Svaki se učitelj barem jednom u svojoj praksi intuitivno koristio modeliranjem pomoću blokova. Pomoću njega se učenicima vrlo jednostavno i zorno mogu približiti razna područja matematike.*

Metoda modela, modeliranjem pomoću blokova, može se koristiti i u najoskudnijim uvjetima rada, korištenjem samo krede i ploče.

U ovom radu bit će prikazani primjeri sadržaja iz nekih matematičkih područja primjereni različitim tipovima nastavnih sati na različitim razinama školovanja. Također, bit će predstavljeni neki računalni alati za primjenu navedene metode.

Ključne riječi: *blokovi, zornost, raščlanjivanje problema, područja matematike, problemski zadatci, računalni alati*

Uvod

Učitelj matematike svakodnevno se susreće s izazovom kako pred učenike postaviti problemske zadatke i naučiti ih kako pristupiti njihovu rješavanju. Učeniku treba zorno predočiti problem, raščlaniti ga, te mu na taj način omogućiti zapisivanje problema matematičkim simbolima, rješavanje i izvođenje zaključka. Pri tome se učitelj koristi različitim metodama. Raščlamba problema te potom zapisivanje problema matematičkim simbolima jedna je vrsta modeliranja u matematici. Umijeće je učitelja pronaći metode kojima će učenike motivirati da budu što uspješniji.

Modeliranje pomoću blokova svaki je učitelj barem jednom intuitivno koristio u svojoj praksi. Može se primjenjivati već u najranijoj školskoj dobi, npr. za učenje osnovnih računskih operacija u skupu prirodnih brojeva, ali i za rješavanje puno složenijih matematičkih problema u različitim skupovima brojeva. Osim što se takvo modeliranje može primjenjivati na različitim razinama školovanja, može se koristiti i u različitim oblicima rada.

[1]Predavanje održano na 8. kongresu nastavnika matematike RH, 2018. godine u Zagrebu

[2]Sonja Eberling, OŠ „Vladimir Gortan", Rijeka

[3]Nevia Grbac, OŠ Kostrena, Kostrena

[4]Sanja Janeš, OŠ „Petar Zrinski", Čabar

O modeliranju pomoću blokova

Metoda modela jedna je od ishodišnih točaka Singapurskog osnovnoškolskog kurikuluma matematike. Jedan od razloga njene popularnosti u svijetu je i to što učenicima olakšava korištenje algebarske metode prilikom rješavanja zadataka riječima. U posljednje vrijeme stoga se često govori o *singapurskoj metodi*.

Modeliranje pomoću blokova temelji se na prikazivanju (u obliku blokova) veza između veličina i vrijednosti tih veličina koje se pojavljuju u zadatku.

Na dva ćemo primjera detaljnije prikazati kako bi učitelj mogao upotrijebiti ovaj pristup za rješavanje zadataka riječima.

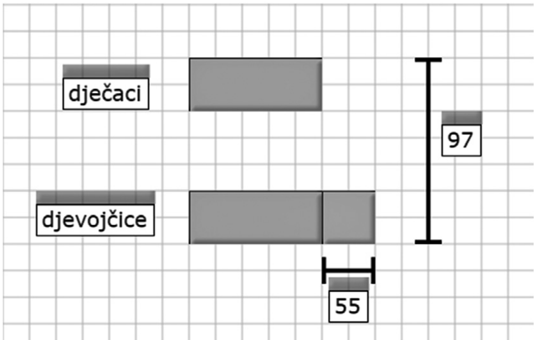
Primjer 1. U plesnoj je skupini 97 učenika. Broj djevojčica je za 55 veći od broja dječaka. Koliko je djevojčica u plesnoj skupini?

1. Jedinična metoda

Jediničnu metodu možemo koristiti kad želimo izbjeći uvođenje slova kao nepoznanice.

Pogodna je za rad s učenicima u razrednoj nastavi ili s učenicima koji se još nisu susreli s nepoznanicama izraženima slovom.

Odaberimo broj dječaka kao jedinicu mjere i pomoću nje prikažimo broj djevojčica:



Slika 1.

Od ukupnog broja učenika oduzmimo razliku broja djevojčica i dječaka:

$$97 - 55 = 42$$

Dobivenu razliku podijelimo s dva. Na taj smo način izračunali broj dječaka:

$$42 : 2 = 21$$

Broj djevojčica jednak je broju dječaka uvećanom za 55:

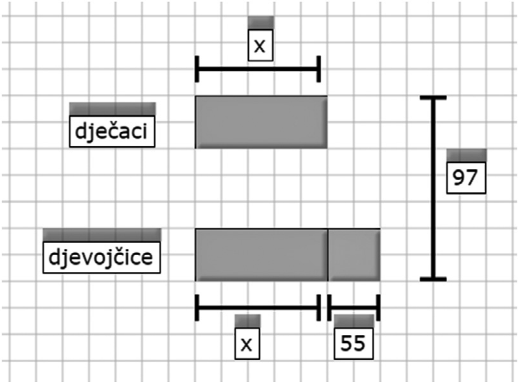
$$21 + 55 = 76$$

U plesnoj je skupini 76 djevojčica.

2. Algebarska metoda

Algebarska metoda podrazumijeva uvođenje nepoznanica izraženih slovom te zapisivanje i rješavanje jednadžbe ili sustava jednadžbi. Situaciju iz zadatka moguće je blokovima prikazati na različite načine pa se i zadatak može riješiti jednadžbom zapisanom na različite načine.

a) Neka je x broj dječaka:



Slika 2.

Broj djevojčica tada je $x + 55$, a ukupan broj dječaka i djevojčica iznosi 97.

Pišemo:

$$x+(x+55)=97$$

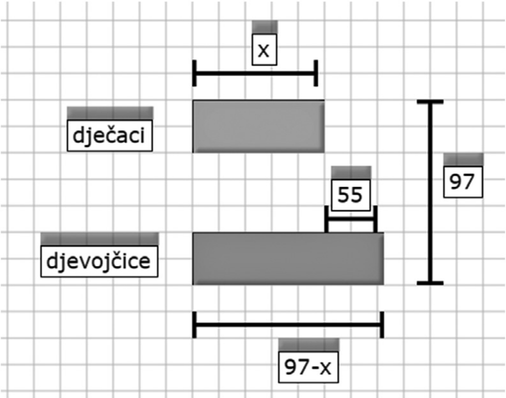
$$\dots$$

$$x=21$$

Broj dječaka je 21.

Broj djevojčica je: $21+55=76$

b) Neka je x broj dječaka. Izrazimo broj djevojčica razlikom ukupnog broja učenika i broja dječaka:



Slika 3.

Razlika broja djevojčica i broja dječaka iznosi 55.

Pišemo:

$$(97-x)-x=55$$

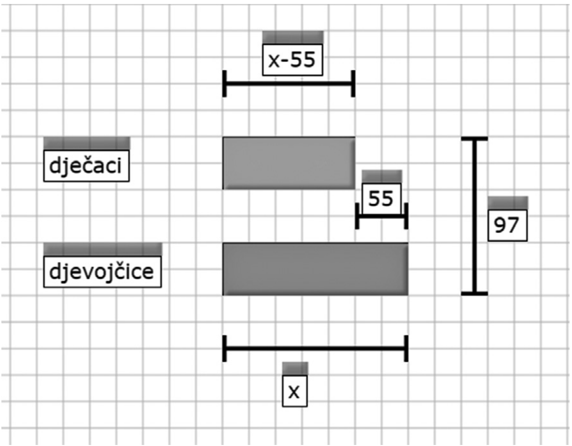
$$\dots$$

$$x=21$$

Broj dječaka je 21.

Broj djevojčica je: $97-21=76$

c) Neka je x broj djevojčica. Broj dječaka tada je $x-55$:



Slika 4.

Ukupan broj dječaka i djevojčica iznosi 97.

Pišemo:

$$(x-55)+x=97$$

$$\dots$$

$$x=76$$

Broj djevojčica je 76.

d) Neka je x broj djevojčica. Izrazimo broj dječaka razlikom ukupnog broja učenika i broja djevojčica: slika na strani 47 gore.

Razlika broja djevojčica i broja dječaka iznosi 55.

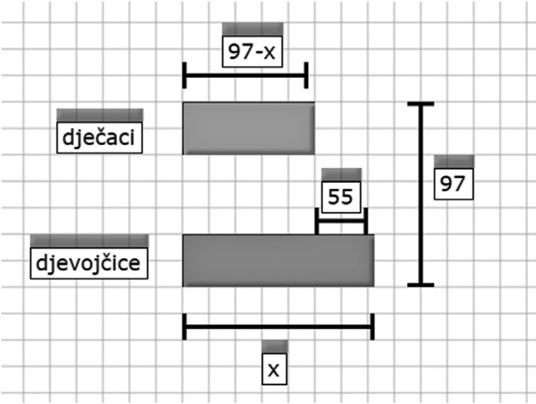
Pišemo:

$$x-(97-x)=55$$

$$\dots$$

$$x=76$$

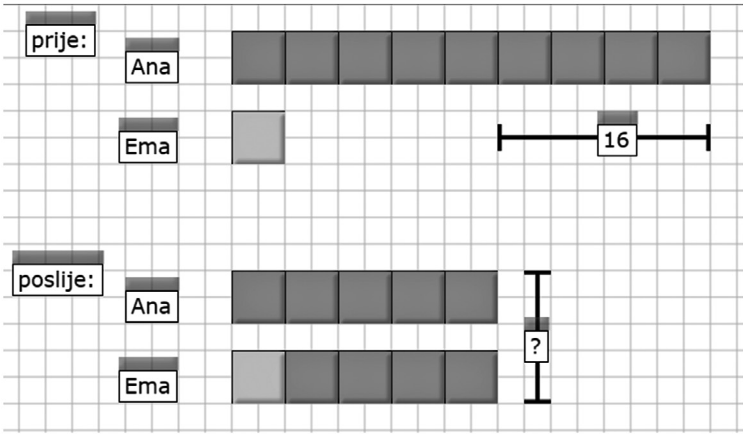
Broj djevojčica je 76.



Slika 5.

Primjer 2. Ana ima 9 puta više knjiga od Eme. Ako Ana posudi 16 knjiga Emi, imat će jednak broj knjiga. Koliko knjiga imaju Ana i Ema zajedno?

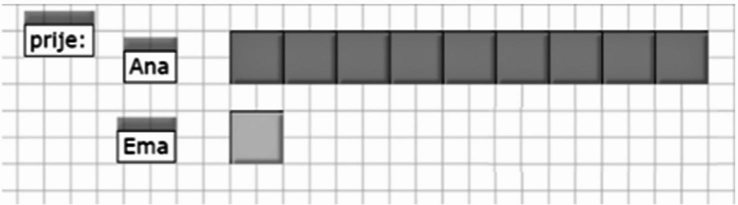
Kada se pažljivo pročita zadatak, vidi se da u njemu postoji tzv. „prije" i „poslije" situacija. Na taj način treba složiti i model. Model bi mogao izgledati ovako:



Slika 6.

Objasnit ćemo kako sastaviti ovaj model.

Najprije se prikaže „prije" situacija:

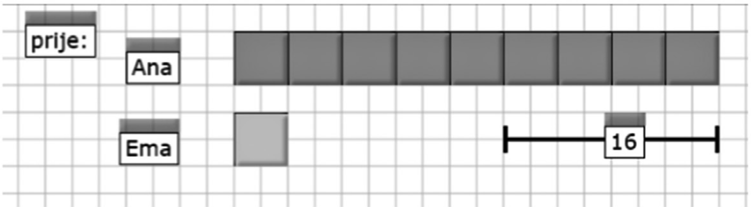


Slika 7.

Odabirom dviju različitih boja blokova jednakih veličina prikazan je odnos broja Aninih i Eminih knjiga. Ako s x označimo broj Eminih, a s y broj Aninih knjiga, možemo pisati:

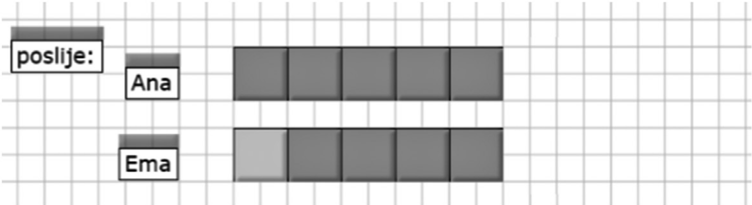
$$y = 9 \cdot x$$

Nakon toga prikazu treba dodati uvjet koji će omogućiti „poslije" situaciju; dio rečenice zadatka u kojem se kaže da će Ana posuditi Emi 16 knjiga. U tom trenutku treba uzeti u obzir da će nakon toga Ana i Ema imati jednak broj knjiga. Zato oznaci 16 odgovaraju 4 kvadratića:



Slika 8.

Iz teksta zadatka jasno je da u „poslije" situaciji blokovi moraju biti jednake veličine. Njihovu smo veličinu odredili u prethodnome koraku:



Slika 9.

Možemo pisati: $y - 16 = x + 16$

Na kraju treba naznačiti i pitanje zadatka: što se može učiniti oznakom s upitnikom:

Slika 10.

Pišemo: $y+x=?$

Nakon svega, sustav dviju linearnih jednadžbi koji je potrebno riješiti glasi:

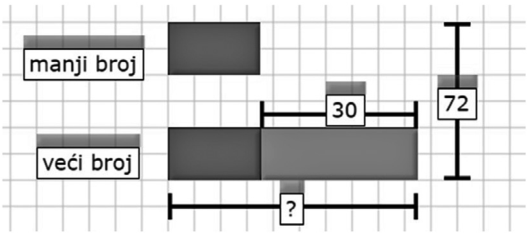
$$y=9\cdot x$$

$$y-16=x+16$$

$$y+x=?$$

U nastavku slijedi nekoliko zadataka u kojima je pokazano kako pristupiti modeliranju i rješavanju zadataka različitog konteksta. Do rješenja se, u nekima od njih, može doći i samo vizualno. Uz svaki zadatak ponudit ćemo i algebarski pristup rješavanju.

Zadatak 1. Petar je zamislio dva broja. Njihov je zbroj 72. Veći je broj za 30 veći od manjeg broja. Odredi veći broj.



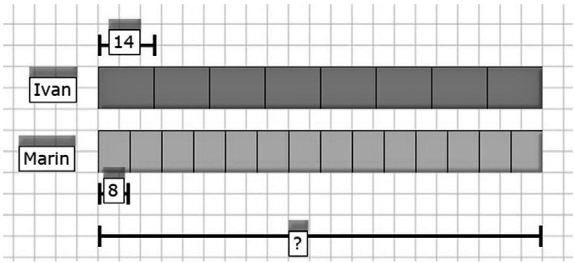
$$a+b=72, a<b$$

$$b=a+30$$

$$b=?$$

Slika 11.

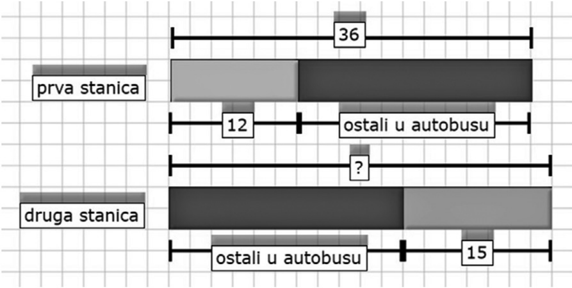
Zadatak 2. Ivan i Marin studiraju u Zagrebu. Ivan odlazi kući u Split svakih 14 dana, a Marin svakih 8 dana. Ako su prvi put putovali zajedno, nakon koliko će se dana sljedeći put sresti u autobusu za Split?



$$V\left(8,14\right)=?$$

Slika 12.

Zadatak 3. U autobusu je bilo 36 putnika. Na prvoj ih je stanici izašlo 12, a na drugoj ih je ušlo 15. Koliko je ljudi bilo u autobusu nakon toga?



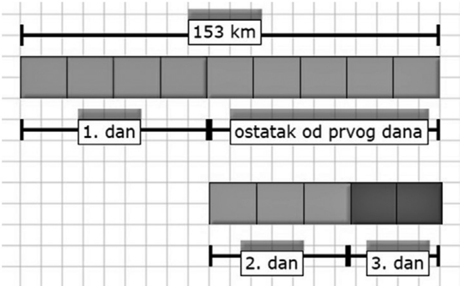
$$36 = 12 + x$$

$$d = x + 15$$

$$d = ?$$

Slika 13.

Zadatak 4. Biciklist je u tri dana prešao 153 km. Prvi je dan prešao $\frac{4}{9}$ puta, a drugi dan $\frac{3}{5}$ ostatka puta. Koliko je kilometara prešao svaki od ta tri dana?



$$x + y + z = 153\text{km}$$

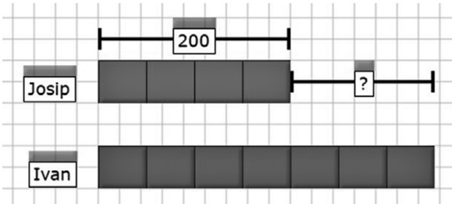
$$x = \frac{4}{9} \cdot 153$$

$$y = \frac{3}{5} \cdot (153 - x)$$

$$x, y, z = ?$$

Slika 14.

Zadatak 5. Josip i Ivan dijele zaradu u omjeru 4 : 7. Josip je zaradio 200 kn. Koliko je kuna više od Josipa zaradio Ivan?



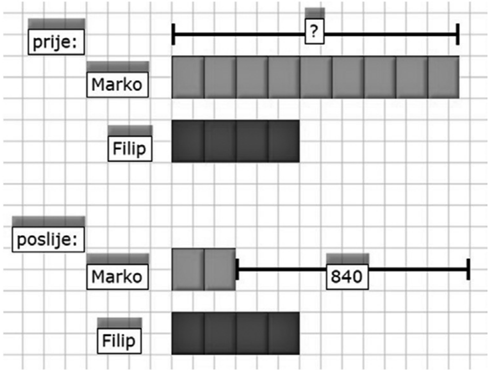
$$j : i = 4 : 7$$

$$j = 200 \text{ kn}$$

$$i - j = ?$$

Slika 15.

Zadatak 6. Omjer Markove i Filipove zarade je $9 : 4$. Nakon što je Marko potrošio 840 kuna, preostali iznosi su u omjeru 1 : 2. Koliko je kuna zaradio Marko?



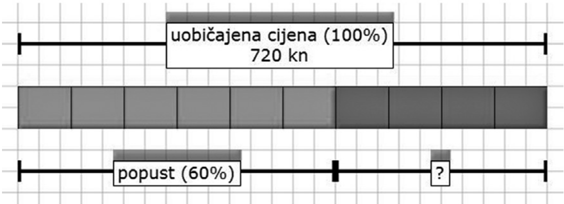
$$m : f = 9 : 4$$

$$(m - 840) : f = 1 : 2$$

$$m = ?$$

Slika 16.

Zadatak 7. Trgovina sportske opreme oglasila je popust od 60 % na sve svoje proizvode. Filip je kupio nogometnu loptu kojoj je uobičajena cijena 720 kn. Koliko je kuna Filip platio loptu?



$$c = 720\,\text{kn}$$

$$l = c - 60\% \cdot c$$

$$l = ?$$

Slika 17.

Zadatak 8. Učenici su za školsku zabavu napravili voćnu salatu. U voćnoj su salati jabuke i naranče. Masa jabuka je za 40 % veća od mase naranača. Ako su upotrijebili 15 kg jabuka, kolika je masa voćne salate?

$$j = n + 40\% \cdot n$$

$$j = 15\,\text{kg}$$

$$j + n = ?$$

Slika 18.

Zaključak

Iz prikazanih zadataka vidljivo je da je modeliranje pomoću blokova vrlo jednostavno koristiti i u najskromnijim uvjetima rada (kreda i ploča). Zornosti mogu pridonijeti krede u boji. Prilikom prikazivanja blokova treba paziti na omjere veličina blokova.

Koristimo li se računalom i/ili interaktivnom pločom u nastavi matematike, tada je prikaz blokova još jednostavniji. Dostupni su različiti besplatni računalni alati koji olakšavaju takvo modeliranje. Jednom nacrtani blokovi mogu se kopirati, dijeliti na jednake dijelove, bojiti, izrezivati, spajati, mogu im se dodavati vrijednosti i opisi.

Alati korišteni prilikom izrade ovoga rada su „Thinking Blocks Modeling Tool" i „Model Thinking Blocks Drawing Tool".

Izvori

1. www.teach-kids-math-by-model-method.com/
2. www.koobits.com/2012/11/06/techniques-for-learning-the-singapore-math-model-method
3. www.mathplayground.com/ThinkingBlocks/modeling_tool.html
4. www.ace-learning.com/model-thinking-blocks-drawing-tool-free-version