



NEKE RELACIJE IZMEĐU STRUKTURA DOBIVENIH TRANSFORMACIJOM ZNAČAJNIH GLAVNIH KOMPONENTA MATRICE INTERKORELACIJA I ZNAČAJNIH GLAVNIH OSOVINA IMAGE MATRICE KOVARIJANCI

K. Momirović, N. Viskić-Štalec, J. Štalec, M. Meković, I. Ignjatović, D. Radovanović, S. Rađenović-Horga, V. Kovačević

Institut za kinezologiju, Zagreb

Institut za kriminološka i kriminalistička istraživanja, Beograd

Some Relations between Structures Achieved by Principal Components' of Intercorrelation Matrix and Principal Axes' of Image Matrix of Covariances Transformations.

Varimax and oblimin transformations of significant principal components of complete intercorrelation matrixes and significant principal axes of image matrixes of covariances were compared.

Varimax poorly approximates simple structure, tending to produce general and poorly defined group factors and sometimes integrating those factors which in oblimin position are highly inter-correlated.

Oblimin usually gives very simple structure with well defined factors, especially if significant principal axes of image matrixes of covariances are transformed.

The same analyses using the same teste on 9 subsamples (of which some were overlapping) from the same population were very similar. Not only that varimax invariance was not higher than direct oblimin invariance, but it was, as a rule, significantly lower.

Therefore, it seems that oblimin transformation of significant image axes is very suitable method for explorative factor analyses of psychological measurement instruments.

Некоторые отношения между структурами, полученными при помощи трансформации значимых главных компонентов матрицы интеркорреляции и значимых главных осей имаж матрицы ковариации

Проводится сравнение между варимакс и облимин трансформациями значимых главных компонентов комплектных корреляционных матриц и значимых осей имаж матриц ковариаций. Варимакс не очень хорошо аппроксимирует простую структуру, стремится к продукции генеральных и плохо определенных групповых факторов и иногда интегрирует факторы, обладающие в облимин позиции повышенной корреляцией. Облимин обычно дает очень простую структуру с хорошо определенными факторами, особенно, если трансформируются значимые главные оси имаж матрицы ковариации.

Те же анализы проведены с теми же измерительными инструментами в 9-и субвыборках той же популяции, из которых некоторые перекрывают друг друга. Полученные результаты были очень похожими. Кроме того, обнаружено, что инвариантность варимакса не только не больше инвариантности прямого облимина, а, как правило, значительно меньше.

Следовательно, кажется, что трансформация значимых имаж осей является очень подходящим методом для исследовательского факторного анализа при помощи психологических измерительных инструментов.

0. UVOD

Uobičajena metoda za ekstrakciju faktora, metoda glavnih komponenata, pored nesumnjivih prednosti, od kojih su vjerojatno najvažnije:

- (1) minimiziranje rezidualnih matrica nakon ekstrakcije s prvih (značajnih) glavnih komponenata
- (2) relativno jednostavan (premda ne uvijek i pouzdan) kriterij za određivanje značajnosti glavnih komponenata
- (3) relativni maksimum varijance koju objašnjava svaka glavna komponenta
- (4) izlišnost procjenjivanja veličine error, odnosno unikne varijance ima i nekoliko znatnih nedostataka. Bitni nedostaci, barem za neke vrste istraživanja su:

 - (1) neprecizna procjena komunaliteta, otuda i neprecizna procjena unikne varijance
 - (2) pretpostavka, da su varijable multivarijatno normalno distribuirane, što u nekim istraživanjima nije, ili čak ni ne može biti slučaj,
 - (3) nepouzdano određivanje broja značajnih glavnih komponenata
 - (4) osjetljivost na artifijalne korelacije parova varijabli.

Jedan dio tih nedostataka može se izbjegći primjenom image analiza. Naime,

- (1) zajednička varijanca image varijabli točno je određena, tako da je izbjegnut problem određivanja komunaliteta
- (2) image varijable su aproksimativno normalno distribuirane
- (3) efekti artifijalnih korelacija su znatno reducirani.

Od znatnog je stoga interesa utvrditi kakve su karakteristike značajnih glavnih komponenata kompletnih korelacijskih matrica i značajnih glavnih osovina image matrica kovarijanci, nakon transformacije u ortogonalne ili kose solucije koje najbolje aproksimiraju jednostavnu strukturu.

1. CILJ ISTRAŽIVANJA

Glavne komponente kompletnih matrica interkorelacija dobivaju se rješavanjem sistema karakterističnih jednadžbi

$$(R - \lambda_p I) X_p = 0$$

$$p = 1, \dots, k$$

i denormalizacijom karakterističnih vektora

$$X \lambda^{1/2} = H$$

(Iz istraživanja »Efikasnost krivičnih sankcija prema maloljetnim počiniocima krivičnih djela s posebnim osvrtom na povratništvo kod maloljetnika«)

gdje su X i λ matrice k karakterističnih vektora i karakterističnih korjenova. Broj komponenata određen je po kriteriju da se značajnom smatra ona komponenta, čiji je karakteristični korjen, λ_p , veći ili jednak 1.00.

Glavne osovine image matrice kovarijanci, koja je izračunana operacijom

$$C = R + S R^{-1} S - 2S$$

gdje je R kompletna matrica interkorelacija, a

$$S = dg^{-1} R^{-1}$$

dobivene rješavanjem karakterističnih jednadžbi

$$(C - \delta_s I) Y_s = 0$$

$$s = 1, \dots, m$$

i denormalizacijom karakterističnih vektora

$$G = Y \delta^{1/2}$$

gdje su Y i δ matrice m karakterističnih vektora i karakterističnih korjenova. Broj značajnih glavnih osovina, m , određen je prema kriteriju, da kumulativni doprinos m glavnih osovina eksplikaciji ukupne varijance svih image varijabli bude najmanje 90%.

Matrice H i G transformirane su sukladno normal varimax i direkt oblimin kriteriju, tj. tako, da je, pod uvjetima

$$T' T = I$$

$$T T' = I$$

operacijom

$$H T = V$$

zadovoljen kriterij

$$w = n \sum_{p=1}^k \sum_{i=1}^n (v_{ip} h_i^{-1})^4 - \sum_{p=1}^k \left(\sum_{i=1}^n v_{ip}^2 h_i^{-2} \right)^2 = \max$$

gdje su v_{ip} elementi matrice V , a h_i^{-2} elementi matrice

$$h^2 = dg(H H')$$

tj. komunaliteti varijabli; odnosno tako, da je pod uvjetima

$$T' T = M$$

$$dg M = I$$

operacijom

$$H\tau^{-1} = L$$

zadovoljen kriterij

$$\Phi = \sum_{p < q}^k \sum_{i=1}^n l_{ip}^2 l_{iq}^2 = \min$$

gdje su l_{ip} elementi matrice L .

Analogno je transformirana i matrica G , operacijom

$$G U = W$$

u varimax poziciju, i operacijom

$$G\Psi^{-1} = A$$

u oblimin poziciju gdje su V i Ψ transformacijske matrice.

Cilj ovog istraživanja je bio da su utvrdi prezentnost jednostavnih struktura, dobivenih varimax i oblimin transformacijom značajnih glavnih komponenata kompletne matrice i značajnih glavnih osovina image matrice, i psahologiska interpretabilnost dobivenih solucija.

2. METODE RADA

Na uzorku od 1342 ispitanika, muška malodobna delikventa starih između 15 i 21 godinu, primjenjeno je ukupno 68 eksperimentalno nezavisnih mjera kognitivnih i konativnih osobina. Dvadesetosam kognitivnih varijabli izvedeno je iz rezultata u baterijama B-serija Z. Bujasa, Revidirana serija beta D. E. Kellogga i N. W. Mortona, SVPN¹ i SVPN² M. Reuchlina i E. Valina, GVERTOS I. Ignjatovića i A. Bukvića i B skali iz 16 PF R. B. Cattella. Četrdeset konativnih varijabli izvedeno je iz rezultata u baterijama 16 PF R. B. Cattella, MPI H. J. Eysencka, 18 PF K. Momirovića, ACK M. Mrakovića, S-testu V. Kovačevića i skali BESK Lj. Stojića i B. Radovanovića.

Kompletna matrica korelacija između ovih 68 varijabli faktorizirana je metodom glavnih komponenata i značajne glavne komponente su transformirane u varimax i oblimin poziciju. Image matrica kovarijanci istih 68 varijabli faktorizirana je istom metodom, i značajne su glavne osovine također transformirane u varimax i oblimin poziciju.

3. REZULTATI I DISKUSIJA

Izolirano je 12 glavnih komponenata, čiji su karakteristični korjenovi bili veći od 1.00, i 9 glavnih osovina image matrice, koje su iscrpljiva-

le 90% varijabiliteta image varijabli. Na teme'ju broja značajnih reziduala nakon ekstrakcije ovih dimenzija moglo se utvrditi, da je 12 faktora dovoljno za reprodukciju korelacijske matrice, i ta je 9 faktora dovoljno za reprodukciju image matrice kovarijanci.

Značajne glavne komponente i značajne glavne osovine transformirane su zatim sukladno varimax i oblimin kriteriju, normal varimax i direkt oblimin transformacijom, tako da je dobiveno četiri različite finalne solucije.

U tabeli 1. navedeni su simboli interpretiranih faktora. Hvarimax označava varimax transformaciju značajnih glavnih komponenata, hoblimin oblimin transformaciju tih komponenata, imrimax varimax transformaciju image faktora, a imblimin oblimin transformaciju tih faktora.

Faktori su interpretirani na slijedeći način:

G = generalni kognitivni faktor

γ = generalni neurotizam

E = ekstraverzija

R = mentalna rigidnost

μ = strukturiranost ličnosti

P = perceptivni faktor

N = numerički faktor

O = senzitivnost

χ = konverzivni sindrom

S = spacialni faktor

V = verbalni faktor

σ = stenični sindrom

A = afektotomičnost

s = simboličko rezoniranje

e = edukacija

p = perceptivno rezoniranje

α = astenični sindrom

TABELA 1

Faktor	Hvarimax	Hoblimin	Imrimax	Imblimin
1	G	V	G	s
2	γ	χ	γ	χ
3	E	R	η	E
4	R	E	E	R
5	η	η	R	η
6	P	P	VN	e
7	N	N	P	p
8	O	O	$\alpha\chi$	α
9	$\alpha\chi$	α	σ	σ
10	S	S		
11	σ	σ		
12	A	A		

Osmi i dvanaesti faktor u obje transformacije značajnih glavnih komponenata bili su vrlo slabo definirani.

Vidi se, da varimax tendira produkciji generalnih faktora širokog opsega (G i γ) a oblimin produkciji faktora, koji se mnogo lakše mogu interpretirati kao funkcionalne strukture nezavisne od sadržaja testova, ako su dobivene transformacijom image osovina.

Najpregnantnija struktura dobiva se upravo oblimin transformacijom image osovina, pa se čini, da je ta metoda vrlo pogodna za eksplorativne faktorske analize.

U svakom slučaju oblimin daje solucije koje su mnogo bliže jednostavnoj strukturi. Varimax uz generalne faktore tendira produkciji slabo definiranih grupnih faktora.

4. ZAKLJUČAK

Uspoređene su varimax i oblimin transformacije značajnih glavnih komponenata kompletnih korelacijskih matrica i značajnih glavnih osovina image matrica kovarijanci. Varimax slabo aproksimira jednostavnu strukturu, tendira produkciji generalnih i slabo definiranih grupnih faktora i katkada integrira faktore koji u oblimin poziciji imaju povišene korelacije. Oblimin obično daje vrlo jednostavnu strukturu, sa dobro definiranim faktorima, osobito ako se transformiraju značajne glavne osovine image matrice kovarijanci.

Iste analize izvršene su sa istim mjernim instrumentima na još 9 subuzoraka iz iste populacije, od kojih su se neki prepokrivali. Rezultati su bili vrlo slični. Osim toga uočeno je, da invarijantnost varimaxa ne samo da nije veća od invarijantnosti direktnog oblimina, već u pravilu znatno manja.

Cini se stoga, da je oblimin transformacija značajnih image osovina vrlo pogodna metoda za

eksplorativne faktorske analize psihologiskih mjernih instrumenata.

5. LITERATURA

1. Bentler, P. M. Some Extension of Image Analysis. *Psychometrika*, 1969, Vol. 34, № 1, 77—83.
2. Browne, M. W. A Comparison of Factor Analytic Techniques. *Psychometrika*, 1968, Vol. 33, № 3, 267—334.
3. Harman, H. H. Modern Factor Analysis. The University of Chicago Press, Chicago and London, 1967.
4. Horst, P. Factor Analysis of Data Matrices, Holt, Rinehart and Winston, New York, 1965.
5. Jöreskog, K. G. Simultaneous Factor Analysis in Several Populations. *Psychometrika*, 1971, Vol. 36 № 4, 409—426.
6. Jöreskog, K. G. Efficient Estimation in Image Factor Analysis. *Psychometrika*, 1969, Vol. 34, № 1, 51—75.
7. Kaiser, H. F. Varimax Solution for Primary Mental Abilities. *Psychometrika*, 1960, Vol. 25, № 2, 153—158.
8. Veldman, D. J. Fortran Programming for the Behavioral Sciences. Holt, Rinehart and Winston, New York, 1967.

La matemática nació en la necesidad práctica y se desarrolló al ser aplicada a las artes y ciencias. La matemática es una de las más bellas de las ciencias, pero no es la única. Existe otra ciencia que es más hermosa que la matemática, y es la filosofía. La filosofía es la ciencia que nos enseña a vivir mejor. La filosofía es la ciencia que nos enseña a pensar mejor. La filosofía es la ciencia que nos enseña a actuar mejor. La filosofía es la ciencia que nos enseña a vivir mejor.