58. Državno natjecanje iz matematike
Primošten, 3. – 5. travnja 2017.

Matematička natjecanja su ove školske godine počela 26. siječnja 2017., kada su održana školska (odnosno gradska) natjecanja. Županijska natjecanja su održana 28. veljače. Na temelju rezultata županijskih natjecanja, određeni su učenici koji će sudjelovati na Državnom natjecanju.

Zadatke za sve razine natjecanja priređuje Državno povjerenstvo koje se sastoji od tri potpovjerenstva: za osnovne škole, srednje škole A varijante i srednje škole B varijante. Njihov rad uspješno je koordinirala tajnica državnog povjerenstva, *Draženka Kovačević, prof.*, viša savjetnica za matematiku Agencije za odgoj i obrazovanje, koja je obavila velik dio posla oko organizacije školsko/ gradskog, županijskog i državnog natjecanja.

Državno natjecanje iz matematike za učenike osnovnih i srednjih škola i ove je godine održano u Primoštenu. Sve se odvijalo u hotelu Zora, od smještaja učenika, njihovih mentora i članova Državnog povjerensta do rješavanja zadataka i pregledavanja radova učenika. Od pozvanih 263 učenika sudjelovao ih je 262 i to: 88 iz osnovnih škola (V. – 20, VI. – 21, VII. – 21, VIII. – 26), 97 iz srednjih škola A varijante (I. – 24, II. – 23, III. – 26, IV. – 24) i 77 iz srednjih škola B varijante (I. – 20, II. – 19, III. – 20, IV. – 18).

Prvog dana održan je sastanak Državnog povjerenstva, a zatim smo obavili posljednje pripreme za sutrašnje natjecanje. Navečer je u Kongresnoj dvorani održano svečano otvaranje 58. Državnog natjecanja. Prisutnima su se obratili: *Nedeljko Marinov*, ravnatelj Osnovne škole Primošten, *Draženka Kovačević*, tajnica i *Mea Bombardelli*, predsjednica Državnog povjerenstva.

Natjecanje se održavalo u nekoliko dvorana u hotelu. Povjerenstvo je pregledavalo i ocjenjivalo učenička rješenja, a navečer su se, nakon službene prezentacije rješenja, rješavale žalbe. Nakon toga Državno povjerenstvo je donijelo konačnu rang-listu i odlučilo o nagradama. Po već ustaljenim pravilima određena su 23 učenika koji će u travnju i svibnju sudjelovati na Hrvatskoj matematičkoj olimpijadi u borbi za mjesto u po jednoj od dvije šesteročlane ekipe za 58. Međunarodnu matematičku olimpijadu (IMO) u Brazilu i 11. Srednjoeuropsku matematičku olimpijadu (MEMO) u Litvi. Također će biti izabrano četvoro učenika koji će sudjelovati na Mediterranean Youth Mathematical Championship – MYMC (Mediteransko natjecanje u Italiji).

Na svečanom proglašenju rezultata uručeni su najboljim mladim matematičarima priznanja, i knjige koje je osiguralo Hrvatsko matematičkog društva. Osnovnoškolcima je uručeno 8 prvih, 9 drugih i 5 trećih nagrada, dok je 21 učenik bio pohvaljen. Za srednje je škole podijeljeno 4 prve, 12 drugih, 6 trećih nagrada i 20 pohvala za A varijantu, te 7 prvih, 8 drugih, 12 trećih nagrada i 14 pohvala za B varijantu.

Dok su učenici rješavali zadatke, u dvorani Taverna se održavao *Seminar za mentore*, posebno za osnovne i posebno za srednje škole:

Osnovne škole

- dr. sc. Ilko Brnetić, *Usporedba natjecanja u Republici Hrvatskoj s međunarodnim natjecanjima*
- mr. sc. Marija Juričić Devčić, *Matematička darovitost*.

Srednje škole

- dr. sc. Stipe Vidak, *Geometrijski zadaci na srednjoškolskim natjecanjima*
- Ivan Krijan, mag. math., *Kombinatorni zadaci na srednjoškolskim natjecanjima*.

Trećeg dana, neposredno prije proglašenja rezultata i podjele nagrada održan je *Okrugli stol* koji je vodio dr. sc. Matija Bašić na kojem su glavne teme bile organizacija nižih razina natjecanja i rad s izvrsnim učenicima.

Nagrade i pohvale

A varijanta

I. razred

Martin Josip Kocijan, Gimnazija Josipa Slavenskog Čakovec, Čakovec (I. nagrada); *Luka Bulić Bračulj*, III. gimnazija, Split, *Ida Kolmanić*, Prva gimnazija Varaždin, Varaždin, *Noel Lakić*, Gimnazija Franje Petrića, Zadar, *Darijan Gudelj*, III. gimnazija, Split (II. nagrada); *Mislav Brnetić*, XV. gimnazija Zagreb, Zagreb, *Marko Srpak*, Prva gimnazija Varaždin, Varaždin (III. nagrada); *Luka Buršić*, Gimnazija Pula, Pula, *David Mikulčić*, XV. gimnazija Zagreb, Zagreb, *Maja Drmač*, XV. gimnazija Zagreb, Zagreb, *Bernard Faulend*, XV. gimnazija Zagreb, Zagreb, *Lea Idžotić*, XV. gimnazija Zagreb, Zagreb, *Karlo Priselac*, XV. gimnazija Zagreb, Zagreb (pohvala).

II. razred

Marin Varivoda, Gimnazija Franje Petrića, Zadar (I. nagrada); *Luka Kraljević*, XV. gimnazija Zagreb, Zagreb (II. nagrada); *Daniel Širola*, XV. gimnazija Zagreb, Zagreb (III. nagrada); *Nera Majtanić*, XV. gimnazija Zagreb, Zagreb, *Lav Sučević*, XV. gimnazija Zagreb, Zagreb, *Luka Šimek*, XV. gimnazija Zagreb, Zagreb, *Jelena Dujella*, XV. gimnazija Zagreb, Zagreb, *Jakov Cigrovski*, XV. gimnazija Zagreb, Zagreb, *Filip Vinković*, Gimnazija Josipa Slovenskog Čakovec, Čakovec.

III. razred

Petar Nizić-Nikolac, XV. gimnazija Zagreb, Zagreb (I. nagrada); *Tadej Petar Tukara*, XV. gimnazija Zagreb, Zagreb, *Ivan Sinčić*, Gimnazija Andrije Mohorovičića, Rijeka, *Borna Šimić*, Gimnazija "Matija Mesić", Slavonski Brod (II. nagrada); *Aleksandra-Saša Božović*, Prva gimnazija Varaždin, Varaždin, *Tea Arvaj*, III. gimnazija Osijek, Osijek (III. nagrada); *Vilim Lendvaj*, XV. gimnazija Zagreb, Zagreb, *Paula Vidas*, XV. gimnazija Zagreb, Zagreb, *Juraj Marušić*, XV. gimnazija Zagreb, Zagreb, *Ivan Novak*, Srednja škola Vrbovec, Vrbovec (pohvala).

IV. razred

Adrian Beker, XV. gimnazija Zagreb, Zagreb (I. nagrada); *Lugo Mihovilić*, Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb, *Josip Kelava*, Prva gimnazija Varaždin, Varaždin, *Lukas Novak*, Gimnazija Josipa Slavenskog Čakovec, Čakovec, *Ivan Živković*, Gimnazija Andrije Mohorovičića, Rijeka (II. nagrada); *Igor Kladarić*, Gimnazija "Matija Mesić", Slavonski Brod (III. nagrada); *Timon Spiegl*, Srednja škola Krapina, Krapina, *Patrik Papac*, Gimnazija Dubrovnik, Dubrovnik, *Bruno Iljazović*, XV. gimnazija Zagreb, Zagreb, *Mislav Stojanović*, V. gimnazija Zagreb, Zagreb (pohvala).

B varijanta

I. razred

Mateja Vuradin, Druga gimnazija Varaždin, Varaždin (I. nagrada); *Mario Oraić*, Prirodoslovna škola Vladimira Preloga, Zagreb (II. nagrada); *Klara Zagajski*, Gimnazija Sesvete, Sesvete, *Neven Lucijan Davidović*, Elektrotehnička i prometna škola Osijek, Osijek, *Martin Šverko*, Srednja škola Mate Blažine, Labin, *Dijana Tot*, Gimnazija Josipa Slavenskog Čakovec, Čakovec, *Ivan Mihaljević*, Srednja škola Lovre Montija, Knin, *Ivan Nizić*, Srednja škola fra Andrije Kačića Miošića, Makarska (III. nagrada); *Ana Kardum*, Klasična gimnazija Ivana Pavla II., Zadar, *Ivan Kovač*, Gimnazija Beli Manastir, Beli Manastir, *Patricija Velečki*, Klasična gimnazija fra Marijana Lanosovića s pravom javnosti u Slavonskom Brodu, Slavonski Brod (pohvala).

II. razred

Karlo Frankola, Srednja škola Mate Blažine, Labin, *Josip Srzić*, Srednja škola fra Andrije Kačića Miošića, Makarska (I. nagrada); *Kim Staničić*, Srednja škola fra Andrije Kačića Miošića, Makarska, *Filip Weisser*, Gimnazija, Daruvar, *Ivan Šarić*, Srednja škola fra Andrije Kačića Miošića, Makarska (II. nagrada); *Lucija Kovačević*, V. gimnazija "Vladimir Nazor", Split (III. nagrada); *Fran Pipunić*, IX. gimnazija Zagreb, Zagreb, *Domagoj Bogić*, Prirodoslovna tehnička škola Split, Split (pohvala).

III. razred

Andrea Kosier, I. gimnazija Zagreb, Zagreb (I. nagrada); *Lovre Kardum*, Klasična gimnazija Ivana Pavla II., Zadar, *Tin Sertić*, Gimnazija Sisak, Sisak, *Josip Ivančević*, Srednja škola Petra Šegedina, Korčula (II. nagrada); *Valentina Babić*, Srednja škola Zlatar, Zlatar, *Ivan Petar Draškić*, I. gimnazija Zagreb, Zagreb, *Gordana Borotić*, Srednja škola Marka Marulića, Slatina (III. nagrada); *Leon Vranić*, Tehnička škola Požega, Požega, *Teodora Peček*, Srednja škola Ivanec, Ivanec, *Leonardo Mix Golušin*, Pazinski kolegij, Klasična gimnazija Pazin s pravom javnosti, Pazin, *Maria Katić*, IV. gimanzija, Split (pohvala).

IV. razred

Patrik Matošević, Gimnazija i strukovna škola Jurja Dobrile Pazin, Pazin, *Nikola Pražić*, Gimnazija Andrije Mohorovičića, Rijeka, *Tin Župančić*, Srednja škola bana Josipa Jelačića, Zagreb (I. nagrada); *Marija Puljić*, II. gimnazija Zagreb, Zagreb (II. nagrada); *Marko Leljak*, Klasična gimnazija Zagreb, Zagreb, *Marina Banov*, Gimnazija Andrije Mohorovičića, Rijeka (III. nagrada); *David Gorup*, Srednja škola Krapina, Krapina, *Hrvoje Kolakušić*, Gimnazija Matije Antuna Reljkovića, Vinkovci, *Marko Starčević*, Gimnazija Tituša Brezovačkog, Zagreb, *Antonijo Marijić*, Klasična gimnazija fra Marijana Lanosovića s pravom javnosti u Slavonskom Brodu, Slavonski Brod, *Jan Dam*, Tehnička škola Ruđera Boškovića Zagreb, Zagreb (pohvala).

Zadaci s državnog natjecanja – A varijanta

I. razred

1. Ako su a i b prirodni brojevi, onda je $\overline{\overline{a.b}}$ decimalni broj dobiven tako da iza broja a zapišemo decimalnu točku i nakon toga broj b. Na primjer, ako je $a = 20$ i $b = 17$, onda je $\overline{\overline{a.b}} = 20.17$ i $\overline{\overline{b.a}} = 17.2$.

Odredi sve parove (a, b) prirodnih brojeva za koje vrijedi $\overline{\overline{a.b}} \cdot \overline{\overline{b.a}} = 13$.

2. Neka su a i b cijeli brojevi različite parnosti. Dokaži da postoji cijeli broj c takav da su brojevi $ab+c$, $a+c$ i $b+c$ kvadrati cijelih brojeva.

3. Ako su x, y, z i w realni brojevi takvi da vrijedi
$$\frac{x}{y+z+w}+\frac{y}{z+w+x}+\frac{z}{w+x+y}+\frac{w}{x+y+z}=1,$$
odredi
$$\frac{x^2}{y+z+w}+\frac{y^2}{z+w+x}+\frac{z^2}{w+x+y}+\frac{w^2}{x+y+z}.$$

4. Neka je ABC šiljastokutni trokut. Točka B' je osnosimetrična slika točke B s obzirom na pravac AC, a točka C' je osnosimetrična slika točke C s obzirom na pravac AB. Kružnice opisane trokutima ABB' i ACC' sijeku se u točkama A i P. Dokaži da središte kružnice opisane trokutu ABC leži na pravcu AP.

5. Polja ploče dimenzija $N\times N$ obojana su u crno i bijelo tako da su polja koja imaju zajedničku stranicu različite boje i tako da je barem jedno polje u kutu ploče crne boje. U pojedinom koraku odabire se kvadrat dimenzija 2×2 i sva četiri polja unutar tog kvadrata mijenjaju boju tako da bijela polja postaju crna, crna postaju siva, a siva postaju bijela.
Odredi sve prirodne brojeve $N>1$ za koje je konačnim nizom opisanih koraka moguće postići da sva polja koja su na početku bila crna budu bijela i da sva polja koja su na početku bila bijela budu crna.

II. razred

1. Ako su x, y, z i w realni brojevi takvi da vrijedi
$$x^2+y^2+z^2+w^2+x+3y+5z+7w=4,$$
odredi najveću moguću vrijednost izraza $x+y+z+w$.

2. Unutar trokuta ABC nalaze se točke S i T. Udaljenosti točke S od pravaca AB, BC i CA su redom 10, 7 i 4. Udaljenosti točke T od tih pravaca su redom 4, 10 i 16. Odredi polumjer trokutu ABC upisane kružnice.

3. Neka su a i b prirodni brojevi za koje vrijedi $a>b$ i
$$a-b=5b^2-4a^2.$$
Dokaži da je $a-b$ kvadrat prirodnog broja.

4. Dan je trokut ABC. Kružnica k izvana dodiruje stranicu $\overline{BC}$ u točki K te produžetke stranica $\overline{AB}$ i $\overline{AC}$ preko točaka B i C redom u točkama L i M. Kružnica s promjerom $\overline{BC}$ siječe dužinu $\overline{LM}$ u točkama P i Q tako da točka P leži između L i Q. Dokaži da se pravci BP i CQ sijeku u središtu kružnice k.

5. U jednom gradu je M ulica i N trgova, pri čemu su M i N prirodni brojevi takvi da je $M>N$. Svaka ulica povezuje dva trga i ne prolazi kroz druge trgove.
Građani žele promijeniti izgled grada. Ove godine svaka će ulica biti po prvi put obojena crveno ili plavo. Dogovoreno je da se svake godine odabere jedan trg, te svim ulicama koje vode do tog trga istovremeno promijeni boja iz plave u crvenu i obratno.
Dokaži da građani mogu odabrati boje ulica tako da se nikad u budućnosti ne može dogoditi da sve ulice budu iste boje.

III. razred

1. Odredi najveću moguću vrijednost koju može poprimiti izraz

$$\sin x \sin y \sin z + \cos x \cos y \cos z$$

za neke realne brojeve x, y i z.

2. Neka su a i b prirodni brojevi različite parnosti. Dokaži da broj $(a+3b)(5a+7b)$ nije kvadrat prirodnog broja.

3. Odredi sve polinome P s realnim koeficijentima takve da za sve realne brojeve x vrijedi

$$P(x^2) + 2P(x) = (P(x))^2 + 2.$$

4. Dan je šiljastokutni trokut ABC s visinama $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ i $\overline{CF}$ te ortocentrom H. Dužine $\overline{EF}$ i $\overline{AD}$ sijeku se u točki G. Dužina $\overline{AK}$ je promjer kružnice opisane trokutu ABC i siječe stranicu $\overline{BC}$ u točki M. Dokaži da su pravci GM i HK paralelni.

5. Neka je C prirodni broj manji od 2017. Točno C vrhova pravilnog 2017-erokuta je crveno, a svi ostali vrhovi su plavi. Dokaži da broj jednakokračnih trokuta čija su sva tri vrha iste boje ne ovisi o rasporedu crvenih i plavih vrhova.

IV. razred

1. Neka su c i d pozitivni djelitelji prirodnog broja n. Ako je $c > d$, dokaži da je $c > d + \dfrac{d^2}{n}$.

2. Odredi sve funkcije $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ takve da za sve realne brojeve x i y vrijedi

$$f(x + f(y)) = f(f(y)) + 2xf(y) + x^2.$$

3. Za točku P unutar trokuta ABC kažemo da je *sjajna* ako se iz nje može povući točno 27 polupravaca koji sijeku stranice trokuta ABC tako da je njima trokut podijeljen na 27 manjih trokuta jednakih površina. Odredi broj svih sjajnih točaka trokuta ABC.

4. Dan je šiljastokutni trokut ABC u kojem vrijedi $|AB| > |AC|$. Neka je O središte krušnice opisane tom trokutu, a $\overline{OQ}$ promjer kružnice opisane trokutu BOC. Pravac paralelan s pravcem BC kroz A siječe pravac CQ u točki M, a pravac paralelan s pravcem CQ kroz A siječe pravac BC u točki N. Neka je T presjek pravaca AQ i MN. Dokaži da točka T leži na kružnici opisanoj trokutu BOC.

5. Na nekim poljima ploče dimenzija 2017×2017 nalazi se po jedna bubamara; ostala polja su prazna. Bubamare se pomiču po ploči, nikad ju ne napuštajući, prema sljedećim pravilima. Svaka bubamara se svake sekunde pomakne na susjedno polje. Pomaci su horizontalni (na polje lijevo ili desno od onog na kojem se bubamara nalazi) ili vertikalni (na polje iznad ili ispod onog na kojem se bubamara nalazi). Bubamara koja napravi horizontalni pomak u sljedećoj sekundi mora napraviti vertikalni pomak, a bubamara koja napravi vertikalni pomak u sljedećoj sekundi mora napraviti horizontalni pomak.
Odredi najmanji broj bubamara tako da, neovisno o njihovom početnom rasporedu i neovisno o njihovim pomacima možemo biti sigurni da će se u nekom trenutku dvije bubamare naći na istom polju.

Zadaci s državnog natjecanja – B varijanta

I. razred

1. Odredite sve uređene parove cijelih brojeva (a, x), za koje vrijedi
$$2|x-1|+a|x-3|=3a+5-x.$$

2. Profesor Mate je pokušavao zapamtiti četveroznamenkasti PIN, ali mu to nikako nije išlo od ruke. Zato je na jednoj strani papira, umjesto stvarnog PIN-a zapisao broj 2017, a na drugoj strani čemu je taj broj jednak: $\overline{abcd}+\overline{abc}+\overline{ab}+a$, gdje su a, b, c, d znamenke Matinog PIN-a. Odredite broj Matinog PIN-a.

3. Brodovi Bonaca i Galeb plove pravocrtno i konstantnom brzinom prema istoj luci. U podne pozicije luke i brodova određuju vrhove jednakostraničnog trokuta. U trenutku kada je brod Galeb prešao 30 km, pozicije luke i brodova određuju vrhove pravokutnog trokuta. Kada je brod Bonaca uplovio u luku, Galebu je do luke još preostalo prijeći 12.5 km. Koliko su brodovi bili međusobno udaljeni u podne?

4. Dužina $\overline{AB}$ podijeljena je redom od vrha A točkama T_1, T_2, $T_3, \ldots, T_{2016}$ na 2017 jednakih dijelova. Ako su poznate koordinate točaka $T_3(5,-1)$ i $T_4(8,-3)$, odredite koordinate točaka A i B. Može li razlika koordinata za neku od točaka T_1, T_2, $T_3, \ldots$, T_{2016} iznositi 2016? Ako takve točke postoje, odredite njihove koordinate.

5. U pravokutnom trokutu ABC, s pravim kutom u C, točke D i E dijele stranicu $\overline{BC}$ na tri jednaka dijela (točka D je bliža točki B). Ako je $|BC|=3|AC|$, dokažite da je $\sphericalangle AEC+\sphericalangle ADC+\sphericalangle ABC=90^\circ$.

II. razred

1. Odredite zajedničke tangente parabola $y=x^2-6x+12$ i $y=-x^2+8x-17$.

2. Riješte jednadžbu $(16^{-x}-2)^3+(4^{-x}-4)^3=(16^{-x}+4^{-x}-6)^3$.

3. Neka je $\overline{DE}$ srednjica trokuta ABC paralelna sa stranicom $\overline{AB}$. Nad srednjicom $\overline{DE}$ kao promjerom konstruirana je kružnica koja siječe $\overline{AC}$ i $\overline{BC}$ redom u točkama M i N. Dokažite da je $|\overline{MN}|=\dfrac{1}{2}|\overline{AB}|\cos\sphericalangle BCA$.

4. Duljine bridova kvadra su prirodni brojevi. Kad zbrojimo obujam, polovinu oplošja i duljine bridova dobijemo 1770. Odredite duljine bridova kvadra.

5. Zadan je trokut ABC s pravim kutom pri vrhu C. Na hipotenuzi odredite točku M tako da je
$$|MA|^2+|MB|^2-|MC|^2=\frac{1}{4}|AB|^2.$$

III. razred

1. Riješite nejednadžbu
$$2\log_{\frac{1}{5}}\left(49^{\sqrt{x^2-2}}-1\right)+\log_5\left(7^{\sqrt{4x^2-8}}+\frac{1}{5}\right)\leqslant -1.$$

2. Niko kaže Juri: “Imam tri broja kojima je zbroj 2. Zbroj njihovih kvadrata je 6, a zbroj njihovih kubova 8. Što misliš, ako nastavim redom zbrajati n-te potencije tih brojeva, mogu li za neki n dobiti zbroj 2^{2017}?” Što će Jure odgovoriti? Obrazložite.

3. Ako vrijedi $x\sin^2\alpha + y\cos^2\alpha = 1$, $x\cos^2\varphi + y\sin^2\varphi = 1$, $x\cdot\operatorname{tg}\alpha = y\cdot\operatorname{tg}\varphi$, $x \neq y$, izračunajte vrijednost izraza $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}$.

4. Neka je P bilo koja točka na stranici $\overline{AB}$ kvadrata $ABCD$, a točka R presjek stranice $\overline{AD}$ i simetrale kuta $\sphericalangle DCP$. Dokažite da je $|DR| + |PB| = |CP|$.

5. Barba Ivo, matematičar u mirovini, svaku je igru s unukom pretvarao u matematički zadatak. Tako je na pitanje kako izraditi papirnatog zmaja, dao vrlo neobičan odgovor. Zmaj ima oblik deltoida kojemu su dijagonale određene vektorima $\overrightarrow{AC} = (5a+4)\vec{\imath} - 5a\vec{\jmath}$ i $\overrightarrow{BD} = 4a\vec{\imath} + (2a+4)\vec{\jmath}$, $a \in \mathbf{R}$, $a \neq 0$. Ako bi dva vrha deltoida bila u točkama $A(-1,2)$, $D(1,4)$, gdje bi se nalazili vrhovi B i C? Može li se zmaj izrezati iz papira kružnog oblika, tako da svi vrhovi zmaja budu na rubu papira? Obrazložite.

IV. razred

1. U skupu prirodnih brojeva riješite jednadžbu $5^x + 5^y + 5^z = 18\,775$, gdje je $x < y < z$. Koliko ima trokuta kojima su duljine stranica brojevi, ne nužno različiti, iz skupa $\{x, y, z\}$?

2. Na planetu "Sve je moguće" djeca igraju igru u kojoj svatko od njih treba u određenom vremenu izabrati brojeve iz skupa neparnih prirodnih brojeva manjih od 1000. Pri tome zbroj niti jednog para različitih brojeva koje je neko dijete izabralo nije 1002. Pobjednik je onaj tko izabere najviše takvih brojeva. Koliko najviše brojeva može izabrati pobjednik? Na kraju igre ustanovili su da je nekoliko djece izabralo maksimalan broj takvih brojeva, a pri tome nikoje dvoje djece nije izabralo sve iste brojeve. Odredite maksimalan broj djece za koji se to moglo dogoditi.

3. Ako za funkciju f vrijedi $f(x) + 3f(x+1) - f(x)f(x+1) = 5$, $f(1) = 2017$, izračunajte koliko je $f(2017)$.

4. Površina trokuta ABC je $P = 3+\sqrt{3}$. Izračunajte površinu kruga opisanog trokutu ABC, ako su duljine lukova $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{BC}$ i $\overset{\frown}{CA}$ redom u omjeru $5:3:4$.

5. Osam jednakih kockica imaju na dvije suprotne strane po jednu točkicu, na druge dvije suprotne strane po dvije, a na preostale dvije strane po tri točkice. Od njih je složena jedna velika kocka. Ako se prebroje točkice na svakoj strani velike kocke, može li se od tih brojeva dobiti šest različitih članova aritmetičkog niza?

⋆ ⋆ ⋆

Učenici pozvani na Hrvatsku matematičku olimpijadu, tj. kandidati za Međunarodnu matematičku olimpijadu i Srednjoeuropsko matematičku olimpijadu:

I. razred: *Martin Josip Kocijan, Luka Bulić Bračulj, Ida Kolmanić, Noel Lakić, Darijan Gudelj*

II. razred: *Marin Varivoda, Luka Kraljević, Daniel Širola, Nera Majtanić, Lav Sučević, Luka Šimek, Jelena Dujella*

III. razred: *Petar Nizić-Nikolac, Tadaj Petar Tukara, Ivan Sinčić, Borna Šimić, Aleksandar-Saša Božović, Tea Arvaj*

IV. razred: *Adrian Beker, Lugo Mihovilić, Josip Kelava, Lukas Novak, Ivan Živković*

Željko Hanjš