

Sudoku – napredne metode rješavanja (3.2)

Žarko Čulić¹

U ovom nastavku nastavljamo s *jednostavnim lancima* i obradit ćemo *XY-lance*. To su *lanci* koji koriste samo polja s dva kandidata s tim da oni mogu biti proizvoljni (ne moraju biti isti). Budući da se lanac sastoji isključivo od polja s parovima kandidata, između kandidata u polju postoji *jaka povezanost* pa između polja *lanca* smije biti *slaba povezanost*. Bitno je da *XY-lanac* počinje i završava s *jakom vezom (strong link)* na istom kandidatu. Na taj način dotični kandidat je točan ili na početku ili na kraju *lanca* i stoga ga možemo eliminirati iz svih polja koja vide početno i krajnje polje *XY-lanca*. Najkraći *XY-lanac* je *XY-krilo (XY-Wing)* sa samo 3 polja i to je iznimka od općeg pravila da svaki lanac treba biti dugačak barem 4 polja (metodu *XY-krilo* smo obradili god grupe metoda *Krila*). *XY-lanci* predstavljaju jednostavnu i lako uočljivu naprednu metodu eliminacije pojedinih kandidata.

Lanac parova (Remote Pairs) predstavlja najjednostavniju metodu *lanaca* u kojoj tražimo paran broj povezanih polja s istim parom kandidata, i ujedno 2, 3 ili više istih *zaključanih parova* (u 4, 6 ili više polja) koji su međusobno povezani. To je specijalni slučaj *XY-lanca* u kojem su svi parovi u *lanacu* isti i duljine je barem 4 polja.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	7	9	8	4	5	2	3	1	6
B	6	4 5	3	7	8	1	4 5	9	2
C	4 5	1	2	6 9	3	6 9	8	7	4 5
D	3	7	1 9	2	6	5	1 9	4	8
E	8	2	5 9	1	4	3	7	6	5 9
F	4 5	6	1 4 5	8	9	7	1 5	2	3
G	9	8	5 6	5 6	1	4	2	3	7
H	1	4 3	7	3 6 9	2	8	4 6 9	5	4 9
I	2	4 5 3	4 5 6	5 6 3	7	6 9	4 6 9	8	1

Slika 1.

Na slici 1 vidimo standardni primjer *lanca parova* u 4 polja. Budući da u početnom polju B7 i završnom polju F1 moraju biti točni kandidati 4 i 5, iako ne znamo koji se nalazi u kojem polju, možemo ih eliminirati iz svih polja koja vide ta oba polja. Analiza: ako u B7 nije 4 (5), tada je 5 (4); stoga je u B2 4 (5), pa je u C1 5 (4) i konačno u F1 4 (5). Konkretno, možemo eliminirati broj 5 iz polja F7. Istodobno u povezanim područjima u retku B, u stupcu 1 i u kvadratu I imamo *zaključane parove* s brojevima 4 i 5, pa također možemo eliminirati kandidate tih parova iz svih susjednih polja u retku B, stupcu 1 i kvadratu I. U slučaju da imamo

neparan broj polja *lanca* treba pripaziti kojeg kandidata možemo eliminirati i iz kojeg polja te je najbolje napraviti analizu na licu mjesta.

Na slici 2 imamo *lanac parova* koji se proteže u 8 polja: G8, B8, B6, D6, D7, E9, E4 i H4, a kandidati su 2 i 8. Budući da u početnom polju mora biti točan jedan kandidat, a u završnom polju drugi kandidat, očito je da u svim poljima koja vide ta polja možemo eliminirati oba kandidata. Konkretno možemo eliminirati brojeve 2 i 8 iz polja G5, H7 i H9. Također možemo eliminirati brojeve 2 i 8 iz G9 (polazna polja *lanca* G7 i E9 duljine 6 polja) te 8 iz C7 i 2 iz A7 (polazna polja B8 i D7 duljine 4 polja).

¹ Autor je predavač na Matematičkom odsjeku PMF-a u Zagrebu; e-pošta: zculic@math.hr

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	1	7	8	6	9	5	4	3	2
B	9	3	4	1	5	6	8	7	
C	2	5	6	7	3	1	4	9	
D	7	9	3	5	6	4	8	1	
E	6	4	1	3	7	5	9	2	
F	8	2	5	9	1	4	7	3	6
G	5	6	7	3	1	4	8	9	2
H	4	1	2	7	5	3	6	9	8
I	3	8	9	4	6	1	7	5	

Slika 2.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	3	6	1	7	4	9	5	2	8
B	5	8	4				7	9	
C	7	9	2						4
D	9	2	3	5	7	4		8	
E	4	1	6				3	5	7
F	8	5	7	6	3	1	2	4	9
G	6	7	8				4	1	2
H	1	4	5	2	8	7	9		
I	2	3	9	4	1	6	8	7	5

Slika 3.

Na slici 3 imamo mrežu sa standardnim *XY-lancem* u 4 polja. Početak *lanca* je polju G4 s kandidatima 3 i 9, sljedeće polje je E4 s kandidatima 8 i 9, potom E6 s kandidatima 2 i 8 i na kraju B6 s kandidatima 2 i 3. Vidimo da *XY-lanac* počinje s *jakom vezom* unutar polja G4 i završava *jakom vezom* u polju B6 na istom kandidatu. Lanac je povezan slabim vezama na različitim kandidatima između polja. Pogledajmo opisni prikaz *lanca*: ako u G4 nije 3, tada je 9; ako je u G4 9, tada nije 9 u E4; ako u E4 nije 9, tada je 8; ako je u E4 8 tada nije 8 u E6; ako u E6 nije 8 tada je 2; ako je u E6 2 tada nije 2 u B6; ako u B6 nije 2 tada mora biti 3. Vrijedi i obratno ako zamijenimo početno i završno polje *lanca*. U svakom slučaju broj 3 je točan ili u G4 ili u B6, pa možemo eliminirati broj 3 iz svih polja koja vide ta dva polja. Konkretno, možemo eliminirati broj 3 iz polja G6 i BC4.

Na slici 4 je još jedan primjer *XY-lanca* u 4 polja: $F5 = \{4, 8\}$, $H5 = \{1, 4\}$, $H4 = \{1, 9\}$ i $C4 = \{8, 9\}$. Analiza: ako u F5 nije 8, tada je 4; ako je u F5 4, tada nije 4 u H5; ako u H5 nije 4, tada je 1; ako je u H5 1 tada nije 1 u H4; ako u H4 nije 1 tada je 9; ako je u H4 9 tada nije 9 u C4; ako u C4 nije 9 tada mora biti 8. Vidimo da postoji *jaka veza* na istom kandidatu (broj 8) u početnom i završnom polju, pa možemo eliminirati broj 8 iz polja AC5 i DEF4.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	5	7		4	1	6	9		
B	9	4	8	2	7	6	1	5	3
C	6						7	4	
D	7	8	6	9		5	3	7	4
E	4				9	3	5		6
F	3		5				9		1
G	2	5	4	3	6	7	8	1	9
H							2	6	5
I	1	9	6	5	2	8	4	3	7

Slika 4.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	1					7			
B	7	2	4			3		5	
C	8				4	2	1	7	
D	8				7	6	5	9	
E			7			5			
F	4	5			8		7	6	
G	4	7	8	6	2				5
H	5	3			7		4	2	8
I							8		7

Slika 5.

Na slici 5 imamo primjer *XY-lanca* u 5 polja. Kod ove metode ne trebamo paziti na parnost broja polja *lanca*, bitno je da se lanac minimalne duljine 3 polja sastoji samo od polja s dva kandidata koja su međusobno povezana na jednom od njih te da lanac počinje i završava *jakom vezom* na istom kandidatu.

Analiza *XY-lanca* na slici 5 izgleda ovako: ako u A3 nije broj 3, tada je broj 9; ako je u A3 9, tada nije 9 u H3; ako u H3 nije 9, tada je u H3 1; ako je u H3 1, tada nije 1 u H5; ako u H5 nije 1, tada je u H5 9; ako je u H5 9, tada nije 9 u G6, ako u G6 nije 9, tada je 1; ako je u G6 1, tada nije 1 u G8; ako u G8 nije 1, tada je 3. Vidimo da lanac počinje i završava *jakom vezom* na kandidatu 3, pa možemo eliminirati broj 3 iz polja A8 koje vidi polja i A3 i G8.

U sljedećem nastavku krećemo s obradom nove grupe metoda: *mrežama*.

Zadaci za vježbu s rješenjima:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A					1	3		5	
B	3	2	5						7
C									4
D		8				7	5		
E	7	4		2		5		3	1
F			3	4				9	
G	6								
H	8						1	2	9
I		3		7	2				

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	4	7	6	9	1	3	2	5	8
B	3	2	5	8	4	6	9	1	7
C	9	1	8	5	7	2	3	6	4
D	2	8	1	3	9	7	5	4	6
E	7	4	9	2	6	5	8	3	1
F	5	6	3	4	8	1	7	9	2
G	6	9	2	1	5	8	4	7	3
H	8	5	7	6	3	4	1	2	9
I	1	3	4	7	2	9	6	8	5

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	9			1					
B						3		4	
C		6				5		7	
D			7	8			3		4
E	1	5						6	7
F	8		2			7	1		
G		3		5					1
H		7		2					
I						8			9

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	9	8	4	1	7	2	5	3	6
B	7	2	5	6	8	3	9	4	1
C	3	6	1	9	4	5	2	7	8
D	6	9	7	8	5	1	3	2	4
E	1	5	3	4	2	9	8	6	7
F	8	4	2	3	6	7	1	9	5
G	4	3	8	5	9	6	7	1	2
H	5	7	9	2	1	4	6	8	3
I	2	1	6	7	3	8	4	5	9