

Rješenje nagradnog natječaja br. 217

Dani su realni brojevi $x_0 > x_1 > x_2 > \dots > x_n$. Dokaži nejednakost

$$x_0 + \frac{1}{x_0 - x_1} + \frac{1}{x_1 - x_2} + \dots + \frac{1}{x_{n-1} - x_n} \geq x_n + 2n.$$

Kada vrijedi jednakost?

Rješenje. Stavimo $a_i = x_i - x_{i+1}$, $i = 1, 2, \dots, n-1$. Nejednakost možemo zapisati u obliku

$$\sum_{i=0}^{n-1} \left(a_i + \frac{1}{a_i} \right) \geq 2n.$$

Nejednakost slijedi iz nejednakosti $x + x^{-1} \geq 2$, za $x > 0$, pri čemu jednakost vrijedi ako i samo ako je $x = 1$. Jednakost vrijedi ako i samo ako je $a_i = 1$, $i = 1, 2, \dots, n-1$, tj. ako je (x_n) aritmetički niz s razlikom 1.

Knjigom Željko Hanjš, *Međunarodne matematičke olimpijade*, Element, Zagreb, 2017., nagrađeni su rješavatelji:

1. *Haris Imamović* (8), OŠ “Čengić Vila 1”, Sarajevo, BiH;
2. *Petar Nizić-Nikolac* (3), XV. gimnazija, Zagreb;
3. *Zlatko Petolas* (4), Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb;
4. *Ilma Smajić* (4), Gimnazija “Visoko”, Visoko, BiH.

Riješili zadatke iz br. 2/266

(Broj u zagradi označava razred–godište srednje–osnovne škole.)

a) Iz matematike: *Imana Alibašić* (8), OŠ “Aleksa Šantić”, Sarajevo, BiH, 3554, 3555, 3557, 3558; *Imana Anastasija Ferraby* (8), OŠ “Mirsad Prnjavorac”, Sarajevo, BiH, 3554, 3555, 3557, 3558; *Aldijana Hodžić* (9), OŠ “Zahid Baručija”, Vogošća Sarajevo, BiH, 3554, 3555, 3557, 3558; *Adi Hujčić* (8), OŠ “Musa Ćazim Ćatić”, Sarajevo, BiH, 3554, 3555, 3557, 3558; *Haris Imamović* (8), OŠ “Čengić Vila 1”, Sarajevo, BiH, 3554, 3555, 3557–3559; *Kemal Kačić* (9), OŠ “Musa Ćaću Ćatić”, Sarajevo, BiH, 3554, 3555, 3557, 3558; *Armela Madeško* (9), OŠ “Amer Čenanović”, Sarajevo, BiH, 3554, 3555, 3557, 3558; *Juraj Marušić* (3), XV. gimnazija, Zagreb, 3562; *Mirza Mulahmetović* (8), OŠ “Zahid Baručija”, Sarajevo, BiH, 3554, 3555, 3557, 3558; *Sandro Paradžik* (9), OŠ “Čengić Vila 1”, Sarajevo, BiH, 3554, 3555, 3557, 3558; *Deni Parolović* (8), JU OŠ “Nafija Sarajlić”, Sarajevo, BiH, 3554, 3555, 3557, 3558; *Mak Pehar* (1), KŠC “Sveti Franjo”, Opća gimnazija, Tuzla, BiH, 3555; *Zlatko Petolas* (4), Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb, 3553–3566; *Ilma Smajić* (4), Gimnazija “Visoko”, Visoko, BiH, 3554, 3556, 3560; *Tadej Petar Tukara* (3), XV. gimnazija, Zagreb, 3566.

b) Iz fizike: *Josip Matanić* (8), OŠ Horvati, Zagreb, 414–417; *Ilma Smajić* (4), Gimnazija “Visoko”, Visoko, BiH, 1635, 1636.

Nagradni natječaj br. 219

Odredi sva rješenja jednadžbe

$$(x + 1998)(x + 1999)(x + 2000)(x + 2001) + 1 = 0.$$

SVIM SURADNICIMA

U Matematičko fizičkom listu objavljuju se članci iz matematike, fizike i informatike, s malim prilogom iz astronomije, zadaci i rješenja, prikazi natjecanja i ljetnih škola iz matematike i fizike, zanimljivosti u obliku članaka i zadataka od učenika, profesora i ostalih matematičara, novosti iz znanosti, prilozi o državnoj maturi i nagradni natječaj.

Prilozi trebaju biti napisani računalom (Word, Tex, Latex) ili pisaćim strojem.

Slike trebaju biti jasno nacrtane na posebnom papiru i pogodne za presnimavanje ili pošaljite slike crtane računalom (eps, tif, gif, jpg, png i sl.).

Članci neka ne budu dulji od osam stranica, a ako je to potrebno neka budu napisani u nastavcima.

Pozivaju se učenici da pošalju članak o nekoj zanimljivoj temi, originalne zadatke s rješenjima ili prikaze nekih manifestacija (ljetne škole, susreti učenika, rad školske grupe).

Kako se rukopisi ne vraćaju, sačuvajte original, a pošaljite kopiju na papiru formata A-4.

Svi rukopisi podliježu recenziji redakcije ili neke stručne osobe za određeno područje.

Prilozi se šalju na adresu ovog časopisa koja je na početku lista.

RJEŠAVATELJIMA ZADATAKA

Svako rješenje neka bude napisano na **posebnom** papiru i to samo na **jednoj** strani papira. Uz svako rješenje na vrhu papira treba potpuno ispisati tekst zadatka. Svako rješenje treba čitljivo potpisati (ime i prezime), naznačiti razred, školu i mjesto. **Rješenja se mogu slati i e-poštom na adresu glavnog urednika: hanjs@math.hr**

Matematičko fizički list na Facebooku

Možete pronaći MFL i na Facebooku na stranici

<https://www.facebook.com/MatFizL>

Uz razno-razne podatke o MFL-u moći ćete naći i nove zadatke za rješavanje.