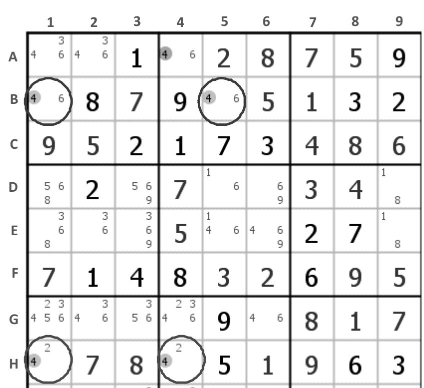
Sudoku – napredne metode rješavanja (3.1)

Žarko Čulić[1]

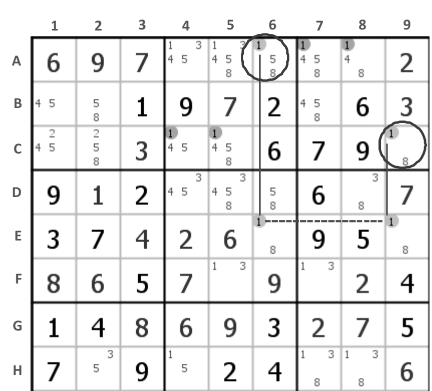
U sljedećih nekoliko nastavaka obradit ćemo grupu metoda pod nazivom *lanci* (*Chains*), koja predstavlja najosnovnije, a ujedno i najnaprednije tehnike za rješavanje sudokua. Svaki sudoku se može riješiti koristeći isključivo lance različitog stupnja kompleksnosti. Prvo ćemo započeti s jednostavnim tehnikama poput *X-lanaca* u koje spadaju i *šablone s jednom znamenkom* te *XY-lanaca* u koje spadaju i *lanci parova*. Te metode koje smo nazvali zajedničkim nazivom *jednostavni lanci* lagano se pronalaze u mreži, relativno se često pojavljuju kod težih sudokua i prilično su učinkovite. Za razliku od njih postoje i vrlo kompleksne metode *lanaca* koje najčešće koristimo kao zadnje sredstvo u rješavanju i s kojima, iako su vrlo zahtjevne, možemo riješiti sve sudokue.

X-lanci su lanci samo jednog broja (kandidata X) kroz sva polja lanca, otuda i naziv *X-lanci*. Općenito, *X-lanci* moraju započeti i završiti s *jakom vezom* (*strong link*). To osigurava da jedan od krajeva lanca sigurno sadrži tog kandidata (broj X) i na taj način se on može eliminirati iz svih polja koja 'vide' oba kraja lanca. Da bi *X-lanac* omogućavao eliminaciju mora biti dugačak barem 4 polja. *X-lanci* duljine točno 4 polja nazivaju se i *Turbo Fishes* te osim standardnog lanca, dolaze i u različitim varijantama: *neboder*, *(dvostrani) zmaj* i *prividni pravokutnik* sa samo 2 kandidata. Nabrojane varijante se u stranoj literaturi nazivaju jednim imenom *Single Digit Solving Techniques* ili *Single Digit Patterns* (skraćeno *SDP*).

Na slici 1 je prikazana metoda *neboder* (*Skyscraper*). Radi se o jednoj varijanti metode *Single Digit Patterns* u četiri polja koja se često pojavljuje u mrežama i lako se uočava. Općenito, tražimo dva retka (stupca) koji sadrže samo dva polja s istim kandidatom i od kojih su dva kandidata u istom stupcu (retku). U tom slučaju barem jedan od preostala dva kandidata mora biti točan. Stoga se svi kandidati koji vide oba ta krajnja kandidata mogu eliminirati. U konkretnom primjeru broj 4 u retku B se nalazi



Slika 1.



Slika 2.

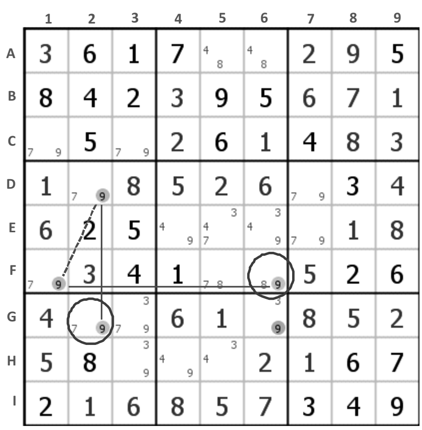
[1] Autor je predavač na Matematičkom odsjeku PMF-a u Zagrebu; e-pošta: `zculic@math.hr`

samo u B1 i B5, a u retku H samo u poljima H1 i H4. Budući da je broj 4 u tim redcima povezan preko stupca 1, broj 4 je točan u barem jednom od polja B5 ili H4, pa ga možemo u ovom primjeru eliminirati iz A4. Analiza: ako nije točan broj 4 u B5, tada mora biti točan u B1, pa nije u H1 i mora biti točan u H4. Vrijedi i obratno: ako nije točan broj 4 u H4, tada mora biti točan u B5. U svakom slučaju barem je u jednom vanjskom polju *nebodera* točan broj 4.

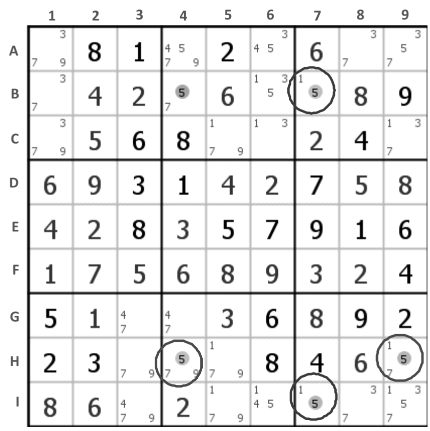
Na slici 2 imamo još jedan primjer metode *neboder* koju ćemo sada definirati preko *jake* i *slabe povezanosti*. Tražimo dva retka (stupca) s *jakom povezanošću* jednog kandidata i da jedan kraj tih redaka (stupaca) ima *slabu povezanost* na tom istom kandidatu, nakon čega možemo eliminirati sve kandidate koji vide oba krajnja kandidata. Konkretno, u stupcima 6 i 9 imamo *jake veze* na kandidatu 1 i ujedno su krajevi povezani *slabom vezom* (zapravo to može biti bilo kakva veza) u retku E. Imamo *neboder* i možemo eliminirati broj 1 iz polja C45 i A78 koja vide krajnja polja A6 i C9.

Metoda *dvostrani zmaj* (*2-String Kite*) ili kraće *zmaj* je kao i metoda *neboder* specijalni oblik *Turbot Fisha*. U ovom slučaju tražimo jedan redak i jedan stupac s *jakom povezanošću* jednog kandidata s time da se jedan kandidat iz retka i jedan iz stupca nalaze u istom kvadratu, tj. da imaju *slabu povezanost*. Vidimo da su te dvije metode vrlo slične, a razlika je u tome što su kod nebodera *jake veze* u dva stupca ili u dva retka, a kod zmaja su *jake veze* u jednom stupcu i jednom retku. Pogledajte sliku 3.

Na slici 3 vidimo *jaku povezanost* broja 9 u retku F i u stupcu 2, a jedan njihov kraj je povezan (polja D2 i F1 se nalaze u istom kvadratu IV). Stoga možemo eliminirati broj 9 iz polja G6 koje vidi oba krajnja polja F6 i G2.



Slika 3.

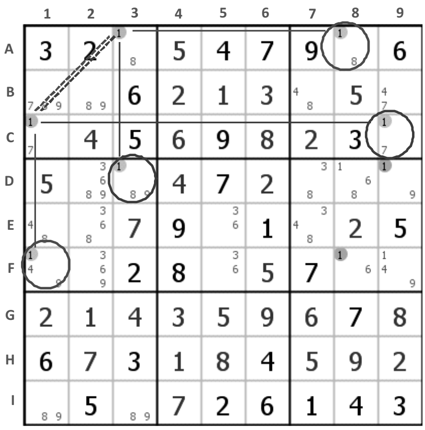


Slika 4.

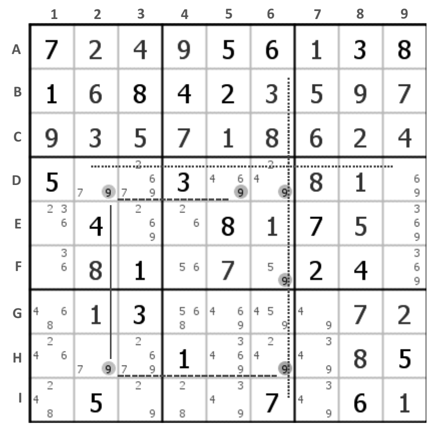
Na slici 4 vidimo još jedan primjer metode zmaj. Imamo *jaku povezanost* broja 5 u stupcu 7 i retku H koji su međusobno povezani u kvadratu IX. Možemo eliminirati broj 5 iz polja B4 koje vidi oba krajnja polja B7 i H4.

Jedna podvarijanta ove metode je *dvostruki zmaj* (*Dual 2-String Kite*). Pogledajte primjer na slici 5.

Imamo dva ista kandidata u zajedničkom kvadratu od kojih je svaki povezan *jakom vezom* s druga dva ista kandidata tvoreći 2 *dvostrana zmaja* koji eliminiraju istodobno više kandidata. Prvi zmaj čine polja A38 i CF1, a drugi C19 i AD3, veza je kvadratu I. Prvi zmaj eliminira broj 1 iz polja F8, a drugi iz D9.



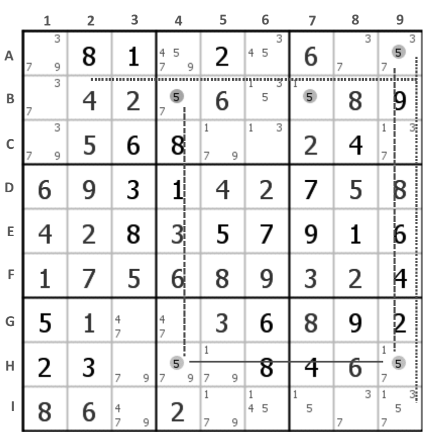
Slika 5.



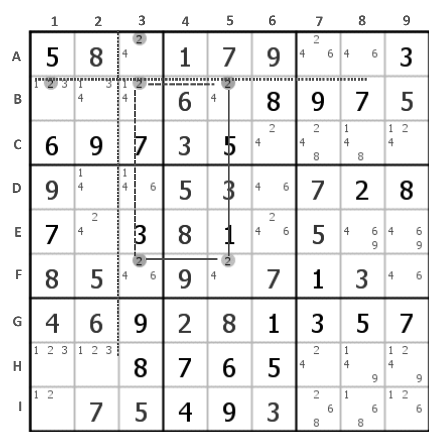
Slika 6.

U *Single Digital Patterns* spada i metoda *prividnih pravokutnika* (*Empty Rectangles, ER*). To je relativno jednostavna metoda koja se često koristi. Ako imamo slučaj da je jedan kandidat unutar nekog kvadrata ograničen na samo jedan redak i jedan stupac tada oni mogu činiti *ER* (zamišljeni pravokutnik). Pogledajmo primjer na slici 6.

Ako je *ER* na kandidatu X povezan s retkom (stupcem) koji sadrži samo dva polja s tim kandidatom (*jaka povezanost*), tada sve X kandidate koji vide drugi kraj tog retka (stupca) i *ER*-a možemo eliminirati. Na slici 6 smo našli *prividni pravokutnik* u kvadratu V na broju 9 (broj 9 se u kvadratu V nalazi samo u retku D i stupcu 6). Broj 9 iz retka D je povezan s brojem 9 iz polja D2 koji ima *jaku vezu* s poljem H2. Stoga možemo eliminirati broj 9 iz polja H6 koje vidi i H2 i drugi kraj prividnog pravokutnika, tj. stupac 6. Analiza: pretpostavimo da je točan broj 9 u polju D2. Tada nisu točni kandidati 9 u retku D kvadrata V (D56), te mora biti točan broj 9 iz preostalog dijela stupca 6 (F6). U slučaju da nije točan broj 9 u polju D2, tada zbog jake veze mora biti točan broj 9 u H2. U oba moguća slučaja možemo eliminirati broj 9 iz polja H6 koje vidi i H2 i stupac 6 koji predstavlja drugi dio zamišljenog pravokutnika.



Slika 7.

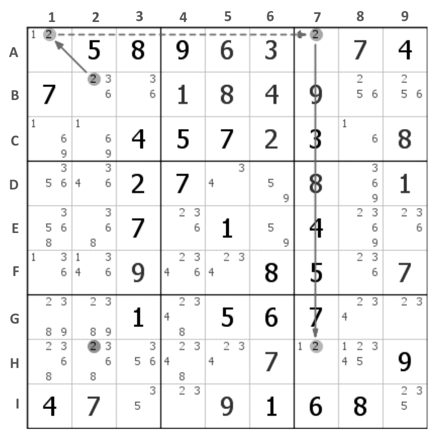


Slika 8.

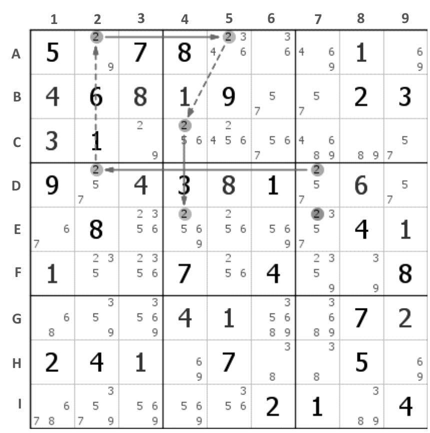
Pogledajmo još primjer prividnog pravokutnika sa samo dva kandidata na slici 7. Vidimo da se u kvadratu III broj 5 nalazi samo u 2 polja B7 i A9. Možemo napraviti dva zamišljena pravokutnika: redak A u kojem je A9 i stupac 7 u kojem je B7 ili redak B s poljem B7 i stupac 9 s poljem A9. U prvom slučaju nemamo niti jednu *jaku vezu* na broju 5 koja ima jedno polje u retku A ili u stupcu 7. No u drugom slučaju kada potegnemo zamišljenu liniju u stupcu 9 vidimo da u retku H imamo *jaku vezu* na broju 5 i stoga možemo eliminirati broj 5 iz polja B4 koje vidi drugi kraj *jake veze* i zamišljenu liniju pravokutnika u retku B. Budući da se cijeli lanac nalazi u samo 4 polja to je ujedno i tzv. *Turbot Fish* metoda.

Na slici 8 imamo jedan specijalni slučaj *prividnih pravokutnika*, tzv. *dvostruki prividni pravokutnik*. Vidimo da je i redak i stupac *ER*-a u kvadratu I na broju 2 povezan sa stupcem 5 i retkom F koji imaju jaku vezu na broju 2. U tom slučaju možemo eliminirati oba početna kandidata iz stupca i retka koji su povezani na *ER*, odnosno broj 2 iz polja B2 i F2. Naime, ako je točan broj 2 u B5, tada zbog jake veze u stupcu 5 nije točan broj 2 u F5, ali mora biti točan broj 2 u F3 što implicira da u tom slučaju nemamo niti jedno preostalo polje s brojem 2 u kvadratu I. Dakle, dobili smo kontradikciju zbog koje naš početni uvjet (točan broj 2 u B5) ne može biti ispravan. Analogno vrijedi i ako je točan broj 2 u polju F3.

Na slici 9 imamo primjer standardne *Turbot Fish* metode (*X-lanac* u 4 polja koji započinje i završava *jakom vezom* za broj 2 i nije *prividni pravokutnik*. U mreži možemo eliminirati broj 2 iz H2 jer vidi početno i završno polje lanca B2 i H7.



Slika 9.



Slika 10.

Na slici 10 imamo primjer jednog *X-lanca* koji nije *SDP*. U uvodu je rečeno da svaki lanac počinje i završava s *jakom vezom*. Pogledajmo analizu: ako nije točan 2 u D7, tada mora biti točan 2 u D2 (*jaka veza*), ako je točan 2 u D2 tada nije točan 2 u A2 (*slaba veza*), ako nije točan 2 u A2 tada je točan 2 u A5 (*jaka veza*), ako je točan 2 u A5 tada nije točan 2 u C4 (*slaba veza*), ako nije točan 2 u C2, tada je točan 2 u E4 (*jaka veza*). Dobili smo pravilan *X-lanac* duljine 6 polja i stoga možemo eliminirati broj 2 iz polja E7 koje vidi i početno i završno polje lanca.

U sljedećem nastavku ćemo obraditi jednostavne *XY-lance*.

Zadatak za vježbu s rješenjem:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	5						6	7	
B			8	4				5	
C	4		9	7					
D			6		2	4			
E			1		3		7		
F				1	9		5		
G						3	4		9
H		8				1	3		
I		9	4						7

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	5	1	2	3	8	9	6	7	4
B	7	3	8	4	6	2	9	5	1
C	4	6	9	7	1	5	2	3	8
D	8	7	6	5	2	4	1	9	3
E	9	5	1	6	3	8	7	4	2
F	2	4	3	1	9	7	5	8	6
G	1	2	5	8	7	3	4	6	9
H	6	8	7	9	4	1	3	2	5
I	3	9	4	2	5	6	8	1	7