

## Primjena sličnosti trokuta u geometriji tankih leća

Filip Vučić<sup>1</sup>

U geometriji tankih leća vrijedi nekoliko matematičkih izraza od kojih su dva za uvećanje tanke leće. Ti su izrazi:

$$M = \frac{-b}{a}, \quad (1)$$

$$M = \frac{h'}{h}. \quad (2)$$

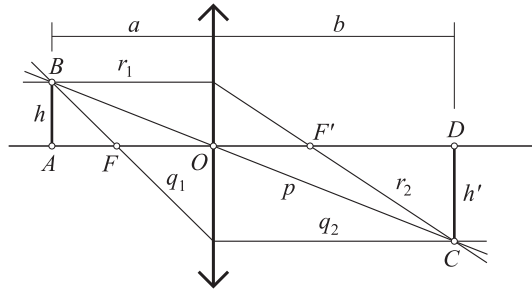
Ako je vrijednost izraza (1) i (2) negativna, tada je slika obrnuta. Budući da

$$M = M \implies \frac{h'}{h} = \frac{-b}{a}. \quad (3)$$

Jednadžba (3) proizlazi iz sličnosti trokuta koji se dobivaju konstrukcijom slika s konvergentnim i divergentnim lećama.

Na slici 1 proizvoljno je odabran predmet visine  $h$  pri čemu je ona jednaka duljini dužine  $\overline{AB}$ . Duljina dužine  $\overline{AO}$  odgovara udaljenosti predmeta od optičkog središta leće (oznaka  $a$ ). Slika predmeta konstruirana je pomoću karakterističnih zraka koje predstavljaju pravci  $p$ ,  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $r_1$  i  $r_2$ . Pravac  $p$  iz vrha predmeta prolazi optičkim središtem te se ne lomi. Pravac  $r_1$  paralelan je s optičkom osi leće te se lomi po pravcu  $r_2$  koji prolazi žarištem leće  $F'$ .

<sup>1</sup> Autor je učenik 8. razreda Osnovne škole Trnsko, Zagreb; e-pošta: [fico.sah@gmail.com](mailto:fico.sah@gmail.com)



Slika 1. Prikaz konstruirane slike predmeta u konvergentnoj leći.

Pravac  $q_1$  prolazi žarištem leće  $F$  te se lomi paralelno s optičkom osi. Točka  $C$  sjecište je svih lomljenih zraka, tj. pravaca  $q_2$ ,  $r_2$  i  $p$ . Točka  $C$  ujedno je i vrh slike. Iz točke  $C$  treba povući okomicu na optičku os tako da ju ona siječe u točki  $D$ . Duljina dužine  $\overline{CD}$  odgovara visini slike  $h'$ , a duljina dužine  $\overline{OD}$  odgovara udaljenosti slike od optičkog središta leće (oznaka  $b$ ).

Na slici 1 treba uočiti trokute  $ABO$  i  $CDO$ . Budući da je kut u vrhu  $O$  trokuta  $ABO$  vršan s kutom u vrhu  $O$  trokuta  $CDO$ , oni su po veličini jednaki, odnosno:

$$\sphericalangle AOB = \sphericalangle COD. \quad (4)$$

Kutovi u vrhovima  $A$  i  $D$  su pravi, pa vrijedi i

$$\sphericalangle CDO = \sphericalangle BAO = \frac{\pi}{2}. \quad (5)$$

Budući da su pravci  $r_1$  i  $q_2$  međusobno paralelni i pravac  $p$  je njihova transversala, imamo

$$\sphericalangle OCD = \sphericalangle OBA. \quad (6)$$

Prema definiciji, dva su trokuta slična ako su im svi kutovi jednakih veličina ili ako su im odgovarajuće stranice proporcionalne. Koeficijent proporcionalnosti svih parova stranica naziva se koeficijent sličnosti i za dva slična trokuta je jednak.

S obzirom da izrazi (4), (5) i (6) upućuju na jednakost veličina kutova trokuta  $ABO$  i  $CDO$ , zaključujemo da su oni slični prema K-K poučku:

$$\triangle ABO \sim \triangle CDO. \quad (7)$$

Iz gore navedene definicije izvodimo

$$\frac{|OD|}{|OA|} = \frac{|CD|}{|AB|} = \frac{|CO|}{|BO|} = k \quad (8)$$

Dužine sada treba zamijeniti ranije navedenim oznakama u razmjeru i dobiva se:

$$\frac{-b}{a} = \frac{h'}{h} = M. \quad (9)$$

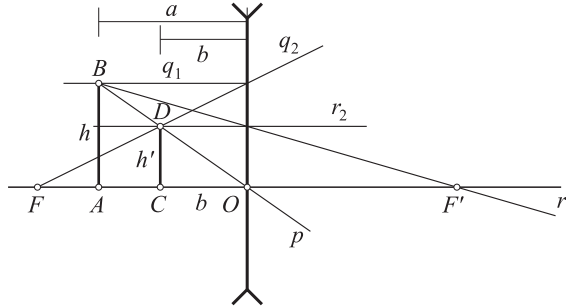
Izrazi (3) i (9) su ekvivalentni.

Na slici 2 je konstruirana slika predmeta visine  $h$  (duljina dužine  $\overline{AB}$ ) u divergentnoj leći. Slika je konstruirana pomoću karakterističnih zraka i koraci u konstrukciji su potpuno jednaki onima u konstrukciji slike konvergentne leće. Također, duljina dužine  $\overline{OA}$  odgovara udaljenosti predmeta od optičkog središta (oznaka  $a$ ), a duljina dužine  $\overline{OC}$  odgovara udaljenosti slike od optičkog središta (oznaka  $b$ ). Treba obratiti pažnju

na trokute  $ABO$  i  $CDO$ . Za njihove stranice vrijedi

$$AB \parallel CD. \quad (10)$$

S obzirom na to da se dužina  $\overline{CD}$  nalazi unutar trokuta  $ABO$ , za te stranice vrijedi Talesov poučak o proporcionalnosti koji upućuje na sličnost trokuta kojima te stranice pripadaju.



Slika 2. Prikaz konstruirane slike predmeta u divergentnoj leći.

Trokut  $ABO$  je sličan trokutu  $CDO$  prema K-K poučku jer im je kut u vrhu  $O$  zajednički, kutovi u vrhovima  $A$  i  $C$  su pravi pa su jednakih veličina, a pravac  $p$  je transverzala kutova na paralelne dužine  $\overline{AB}$  i  $\overline{CD}$  pa je

$$\sphericalangle ABO = \sphericalangle CDO, \quad (11)$$

a nadalje

$$\triangle ABO \sim \triangle CDO. \quad (12)$$

Odavde vrijedi razmjer

$$\frac{|OB|}{|OD|} = \frac{|AB|}{|CD|} = \frac{|OA|}{|OC|} = k. \quad (13)$$

Sada umjesto dužina uvrstimo navedene oznake u razmjer i dobivamo ( $b < 0$ )

$$\frac{h}{h'} = \frac{a}{-b} \quad (14)$$

Ekvivalentan izraz jednadžbi (14) je sljedeći:

$$\frac{-b}{a} = \frac{h'}{h} \quad (15)$$

a taj je izraz ujedno ekvivalentan izrazu (3).

## Literatura

- [1] VJERA LOPAC, *Leksikon fizike*, Školska knjiga, Zagreb, 2009.  
 [2] SUZANA BARNAKI, *Repetitorij matematike osnovne škole*, Školska knjiga, Zagreb, 2013.