

Rješenje nagradnog natječaja br. 224

Dane su točke A, B, C, D u prostoru takve da je $|AB| = 3$, $|BC| = 7$, $|CD| = 11$, $|DA| = 9$. Dokaži da je $AC \perp BD$.

Rješenje. Iz danih podataka imamo

$$|AB|^2 + |CD|^2 = 3^2 + 11^2 = 130 = 7^2 + 9^2 = |BC|^2 + |DA|^2.$$

Promatramo vektore \vec{AB} , \vec{BC} , \vec{CD} , \vec{DA} . Kako je $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DA} = \vec{0}$ dobivamo:

$$\begin{aligned} |DA|^2 &= \vec{DA}^2 = (\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD})^2 \\ &= |AB|^2 + |BC|^2 + |CD|^2 + 2(\vec{AB} \cdot \vec{BC} + \vec{BC} \cdot \vec{CD} + \vec{CD} \cdot \vec{AB}) \\ &= |AB|^2 - |BC|^2 + |CD|^2 + 2(\vec{BC}^2 + \vec{AB} \cdot \vec{BC} + \vec{BC} \cdot \vec{CD} + \vec{CD} \cdot \vec{AB}) \\ &= |AB|^2 - |BC|^2 + |CD|^2 + 2(\vec{AB} + \vec{BC}) \cdot (\vec{BC} + \vec{CD}) \end{aligned}$$

Oдавde je

$$2\vec{AC} \cdot \vec{BD} = |DA|^2 + |BC|^2 - |AB|^2 - |CD|^2 = 0$$

tj. $AC \perp BD$.

Knjigom M. Bašić, Ž. Hanjš, I. Kokan, *Matematička natjecanja 2016./2017.*, Element, Zagreb, nagrađeni su rješavatelji:

1. *Melina Dlakić* (4), Gimnazija "Visoko", Visoko, BiH; 2. *Sandro Paradžik* (2), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, BiH.

Riješili zadatke iz br. 1/273

(Broj u zagradi označava razred–godište srednje-osnovne škole.)

a) Iz matematike: *Ilhana Agić* (2), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, BiH, 3657; *Faruk Arnaut* (2), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, BiH, 3656; *Hamza Begić* (4), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, BiH, 3660; *Borna Cesarec* (1), Srednja škola Krapina, Krapina, 3651; *Melita Dlakić* (4), Gimnazija "Visoko", Visoko, BiH, 3663; *Ahmedios Hasanović* (4), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, BiH, 3655, 3664; *Haris Hodžić* (2), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, BiH, 3658; *Alen Hrbat* (2), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, BiH, 3659; *Lana Kramar* (3), Srednja škola Zlatar, Zlatar, 3656; *Benjamin Kadić* (2), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, BiH, 3661; *Oliver Kukas* (3), Gimnazija A. G. Matoša, Zabok, 3651-3657, 3660-3664; *Hana Mahmutović* (2), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, BiH, 3653; *Ajla Midžić* (2), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, BiH, 3651; *Dajana Paradžik* (2), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, BiH, 3657; *Sandro Paradžik* (2), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, BiH, 3652; *Admir Pozderac* (4), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, BiH, 3662; *Tarik Rahmanović* (2), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, BiH, 3663; *Arslan Smajević* (2), Druga gimnazija Sarajevo, Sarajevo, BiH, 3654.

b) Iz fizike: *Andrija Adamović* (8), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 442–445; *Elena Mavretić* (8), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 442–445; *Luka Raguć* (8), OŠ Horvati, Zagreb, 442–445; *Filip Vučić* (8), OŠ Trnsko, Zagreb, 444, 445; *Borna Cesarec* (1), Srednja škola Krapina, Krapina, 1679.